

**Топільницький В. Г.**

К. Т. Н., доцент

**Кусий Я. М.**

К. Т. Н., доцент

**Ребот Д. П.**

К. Т. Н., асистент

*Національний  
університет «Львівська  
політехніка»***Topilnytskyy V.****Kusyi Y.****Rebot D.****Lviv Polytechnic National  
University****УДК 621.7.02****DOI: 10.37128/2306-8744-2020-1-4**

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ВІБРАЦІЙНИХ МАШИН ОБРОБЛЕННЯ ПОВЕРХОНЬ ВИРОБІВ ШЛЯХОМ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ**

*Робота присвячена процесу оброблення поверхонь виробів сукупністю незв'язаних тіл малого розміру у вібраційних машинах. Описано методологію дослідження динаміки вібраційних машин поверхневого оброблення виробів шляхом математичного моделювання, яка представлена у вигляді таких етапів: а) аналіз видів вібраційних машин поверхневого оброблення виробів, вибір базового для вирішення поставленої технологічної задачі, складання уніфікованої розрахункової схеми машини; б) розроблення нелінійної математичної моделі опису динаміки робочого органу вібраційної машини та її наповнення, розроблення елементів автоматизованих розрахунків машини; в) дослідження впливу параметрів вібраційної машини, сукупностей виробів та інструменту (при їх різноманітних комбінаціях) на чинники інтенсивності поверхневого оброблення виробів; г) рекомендації щодо вибору параметрів вібраційної машини і тіл оброблення, які забезпечать максимальну продуктивність оброблення виробів щодо обраного критерію інтенсивності.*

*Створено математичну модель опису руху вібраційної машини оброблення поверхонь виробів сукупністю незв'язаних тіл малого розміру. Особливістю машини є наявність двох дебалансних вузлів, що генерують коливання її робочого органу, які мають незалежний привід. Модель є параметричною та нелінійною, включає в символічному форматі ключові динамічні, кінематичні та геометричні параметри вібраційної машини. Матмодель побудовано за допомогою: опису плоско-паралельного руху механічної системи, обертового руху матеріальної точки та тіла, рівняння Лагранжа другого роду, асимптотичних (наближених) методів нелінійної механіки. За допомогою моделі можна: здійснити опис коливного руху робочої камери (контейнера) вібраційної машини; вивчити вплив параметрів машини на ефективність виконання поставленої технологічної задачі, умови виникнення нестационарних режимів роботи вібраційної машини та способів їх регулювання.*

**Ключові слова:** вібраційна машина, матмодель, дебалансний вузол, пружинна підвіска, робоча камера, оброблення поверхні.

**Постановка проблеми.** До сучасного надійності роботи, ремонтпридатності, обладнання будь-якої галузі промисловості споживання мінімальної кількості енергії для ставляться вимоги щодо його довговічності, виконання своїх технологічних задач та



чинення мінімального негативного впливу на довкілля при своєму функціонуванні. Також воно повинно мати відносно малу вартість та невеликі затрати на обслуговування при експлуатації. Дані вимоги визначатимуть конкурентність того чи іншого обладнання чи продукції (послуг), яка виготовлена за його допомогою. Їх виконання, насамперед, забезпечується конструктивними особливостями тієї чи іншої технологічної машини (обладнання), прецизійністю складання, наявністю в її складі якісних механізмів, вузлів та деталей.

Власне деталь технологічної машини (обладнання), її матеріал, точність виготовлення та технологія оброблення визначатимуть показники якості майбутнього виробу, куди вона увійде як складова частина. Інженерія поверхні деталі виробу є величезним вагомим чинником, який впливатиме на параметри як самої деталі так і цілого виробу. Надання поверхні деталі тих чи інших експлуатаційних характеристик є вартісним процесом, який триває в часі. Власне зниження собівартості та часу перетворення поверхні деталі виробу в потрібну за експлуатаційними показниками є важливими технологічно та економічно актуальними задачами.

Існують багато різних методів надання поверхні виробу необхідних експлуатаційних параметрів. Дана робота присвячена дослідженню процесу оброблення поверхонь виробів сукупністю незв'язаних тіл малого розміру у вібраційних машинах. В залежності від типу інструменту, який застосовується при такому обробленні, дана технологія реалізує зміцнення поверхонь деталей виробів через наклеп, очищення їх поверхонь від нагару, зняття гострих кромки після попередніх металорізальних операцій, реалізує поверхневе шліфування та полірування виробів машин та механізмів тощо. Перевагою застосування такої технології є можливість одночасного оброблення кількох виробів, оброблення виробів складної конфігурації та великого розміру з важкодоступними ділянками. Застосування вібраційної коливної енергії урухомлення та взаємодії виробів, що підлягають обробленню, з тілами (інструментом) оброблення, які оточують виріб по всій його поверхні, забезпечує гнучкість та різноманітність режимів оброблення та суттєво скорочує час оброблення через можливість одночасного оброблення кількох виробів.

Дослідження динамічних задач процесу оброблення поверхонь виробів сукупністю незв'язаних тіл малого розміру у вібраційних машинах, теоретичний опис процесу з використанням математичного моделювання є актуальним питанням сьогодення, особливо за

сучасного рівня розвитку обчислювальної техніки та відповідного програмного забезпечення, що суттєво можуть спростити їх розв'язок.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Велике практичне застосування вібраційних машин для реалізації різноманітних технологічних процесів (поверхневого оброблення виробів сукупністю незв'язаних тіл малого розміру, сепарування, змішування тощо) спонукає до розвитку нових підходів проектування такого обладнання з використанням сучасної обчислювальної техніки та програмного забезпечення. Канонічними є методи розроблення нових конструкцій вібраційних машин засновані на експериментальних дослідженнях та практичному досвіді проектування прототипів [1]. Дослідження динаміки вібраційних машин теж поширені, але вони обмежуються вивченням руху окремих частин машини [2], [3]. Вивчення динаміки вібраційних машин за допомогою математичного моделювання має місце в дослідженнях, але отримані моделі представлені у лінійній постановці задачі, відповідно мають свої обмеження у використанні [4], [5], [6]. Також існують інші методи дослідження динаміки вібраційних машин для реалізації різноманітних технологічних процесів з використанням обчислювальної техніки, зокрема чисельні [7].

Авторами роботи побудовано ряд нелінійних математичних моделей опису динаміки вібраційних машин для реалізації різноманітних технологічних процесів [8], за допомогою яких визначено їх оптимальні параметри. А власне методологію дослідження динаміки вібраційних машин поверхневого оброблення виробів шляхом математичного моделювання представлено нижче.

**Формулювання мети дослідження.** Узагальнення методології дослідження динаміки вібраційних машин поверхневого оброблення виробів шляхом математичного моделювання. Створення математичної моделі опису руху вібраційної машини оброблення поверхонь виробів сукупністю незв'язаних тіл малого розміру.

**Виклад основного матеріалу.** Теоретичне дослідження процесу поверхневого оброблення виробів у вібраційних машинах, яке ґрунтується на дослідженні динаміки цих вібраційних машин, є швидшим, універсальнішим та дешевшим ніж проведення громіздких експериментальних досліджень на реальних макетах чи прототипах вібраційних машин. Результати таких експериментальних досліджень матимуть вузьке застосування так як вони були отримані для машини конкретного типорозміру. Теоретичні дослідження динаміки



вібраційних машин можна застосувати для цілої низки машин з широким діапазоном варіювання їх динамічних, кінематичних та геометричних параметрів, так як вони ґрунтуватимуться на запрограмованих нелінійних параметричних математичних моделях опису руху цих машин, в які в символічному форматі входять всі її параметри – і динамічні, і кінематичні, і геометричні. Варіюючи цими параметрами для конкретного типу вібраційної машини можна визначити їх вплив на інтенсивність

поверхневого оброблення виробів у ній, а, від так, вибрати оптимальні значення цих параметрів.

Розв'язок задачі з теоретичного дослідження динаміки вібраційних машин поверхневого оброблення виробів сукупністю незв'язаних тіл малого розміру шляхом математичного моделювання можна методично представити у вигляді сукупності етапів (рис. 1.).

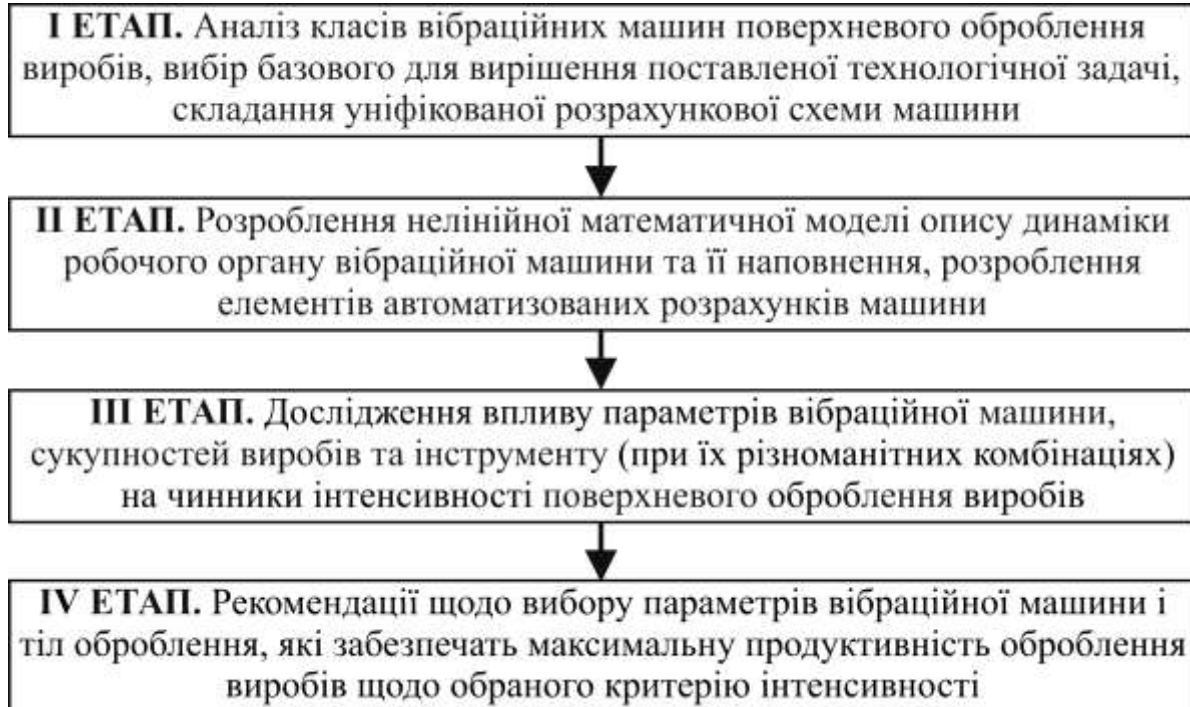


Рис. 1. Етапи теоретичного дослідження динаміки вібраційних машин поверхневого оброблення виробів сукупністю незв'язаних тіл малого розміру.

Детальніше прокоментуємо кожен з етапів:

**Етап I.** На ньому слід здійснити вибір певного типу / класу вібраційної машини, яку буде застосовано на даному конкретному виробництві. Дана машина вирішуватиме певну конкретну технологічну задачу. На даному етапі слід провести аналіз конструкцій вібраційних машин, результатом якого буде вибір так званої уніфікованої конструкції, модель якої буде побудовано, і яка б враховувала в загальному виді параметри вибраного типу / класу вібраційних машин.

**Етап II.** Даний етап є основним та найскладнішим. На ньому, використовуючи обрану уніфіковану схему конструкції, буде побудована нелінійна параметризована модель опису динаміки цієї машини. Саме нелінійна модель уможливить адекватний теоретичний опис складної динаміки вібраційної машини. Лінійна модель не зможе точно описати цей процес. Вона його лише спростить та в теоретичному плані відокремить далеко від

реальності.

Модель машини має бути параметричною та включатиме в символічному форматі ключові динамічні, кінематичні та геометричні параметри вібраційної машини. Також, в подальшому, маючи базу таких моделей, нові моделі можна будувати із синтезу вже наявних.

**Етап III.** На даному етапі проводяться теоретичні дослідження впливу параметрів вібраційної машини на інтенсивність поверхневого оброблення виробів у ній. Використовуючи системи автоматизованих математичних розрахунків, наприклад MathCad, MatLab тощо, в математичну модель (вона являє собою систему нелінійних аналітичних виразів певного типу, які введено в дану систему) підставляють різні варіації динамічних, кінематичних та геометричних параметрів вібраційної машини в реальних діапазонах їх зміни при експлуатації машини.

**Етап IV.** Він є заключним. На ньому вибирають оптимальні параметри майбутньої



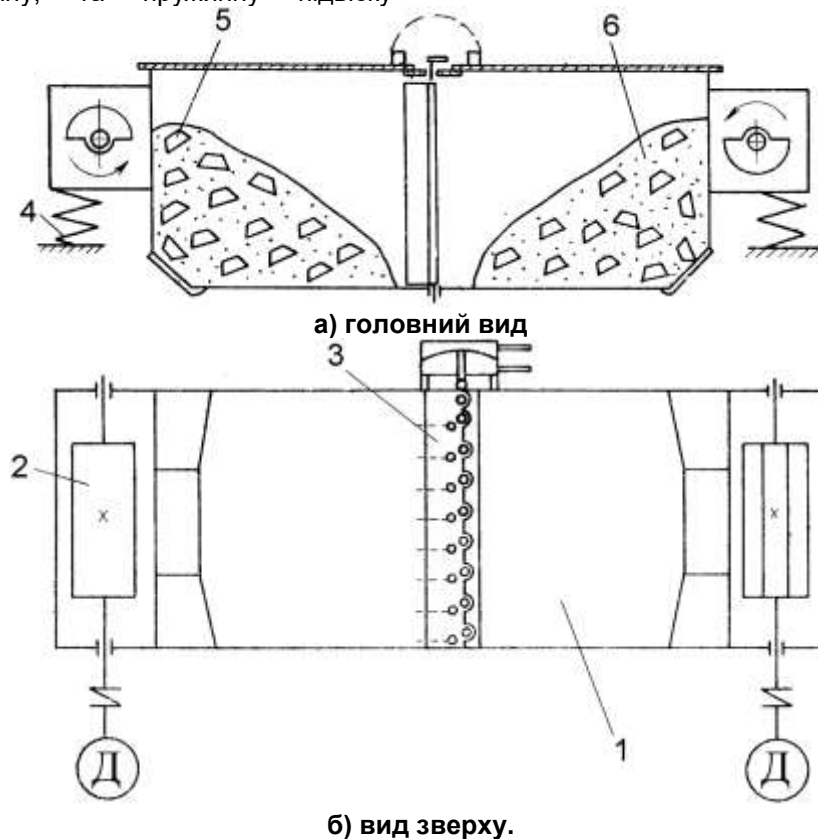
конструкції вібраційної машини, вказують оптимальні режими її роботи згідно певного критерію. Дані параметри забезпечать найкраще поверхнєве оброблення виробів сукупністю незв'язаних тіл малого розміру. На даному етапі також можна провести певні експериментальні дослідження на готових макетах та прототипах вібраційних машин з метою визначення відповідності отриманих теоретичних даних, які отримані за допомогою математичних моделей, реальним даним машини та величиною похибки.

Після отримання таких оптимізованих даних майбутньої конструкції вібраційної машини – ключових її параметрів, приступають до її проектування та конструювання в середовищах CAD/CAE систем та виготовлення з використанням відповідних CAM систем.

Розглянемо основні аспекти побудови матмоделі (математичної моделі) опису руху вібраційної машини оброблення поверхонь виробів сукупністю незв'язаних тіл малого розміру на прикладі машини, яка має два дебалансні вузли, що генерують коливання її робочого органу, та пружинну підвіску-

кріплення робочого органу (камери, контейнера). Матмодель побудовано за допомогою: опису плоско-паралельного руху механічної системи, обертового руху матеріальної точки та тіла, рівняння Лагранжа другого роду, асимптотичних (наближених) методів нелінійної механіки [9].

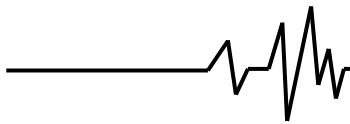
Насамперед, маючи технічне завдання на розроблення конструкції вібраційної машини, призначеної для виконання певної технологічної операції, слід побудувати її принципову схему. Основні засади створення принципової схеми полягають в тому, що в ній слід залишити (відобразити) лише основні складові елементи (вузли) майбутньої вібраційної машини, які відтворюють (зображають) принцип її роботи та показують її функціональне технологічне призначення. Іншими словами – для чого ця машина потрібна, і як вона працює. В результаті таких міркувань принципову схему машини, яка має два дебалансні вузли та пружинну підвіску-кріплення робочої камери зображено на рис. 2.



**Рис. 2. Принципова схема машини, яка має два дебалансні вузли та пружинну підвіску-кріплення робочого органу (камери, контейнера).**

На рис. 2. зображено робочий контейнер машини (поз. 1), до торців якого прикріплено два дебалансні вузли (поз. 2), що дають змогу генерувати коливання контейнера машини різної форми. Дебаланси – це невірноважені обертові маси, які урухомлюються окремими асинхронними

двигунами. Так як робоча камера коливається на системі пружин-кріплення 4, а двигуни приводу прикріплено жорстко до рами машини, то між валом двигуна та валом дебалансу встановлено пружну (ремінну) муфту. Муфта передає обертовий момент від двигуна на дебаланс,



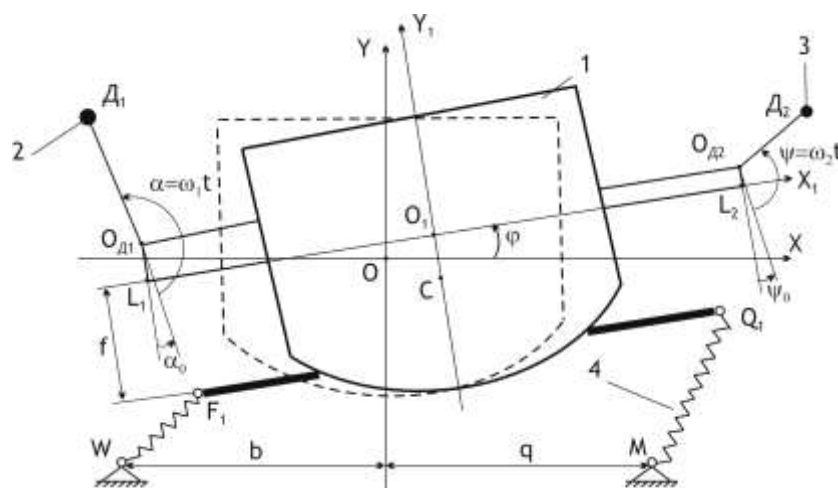
компенсуючи при цьому відносний рух валу дебалансу щодо ротора двигуна. Альтернативним варіантом приводу даної машини може бути встановлення безпосередньо на робочий контейнер машини мотор-вібраторів (одного, двох, кількох одночасно). Такий розведений незалежний привід забезпечує різні закони руху робочого контейнера, адже дебалансні валу можуть обертатись в одну сторону з реверсом, зустрічно, один від одного. Можливий рух в різні сторони лише одного дебалансу. Дані різновиди руху зумовлюють коливання робочого контейнера в площині руху невірноваженої маси дебалансу, а, з точки зору теоретичної класифікації та опису, забезпечують його плоский (плоско-паралельний) рух. Змінюючи величини невірноваженої маси дебалансу, рівень жорсткості чи кількість пружин кріплення підвіски, рівень зміщення центру мас невірноваженої маси щодо осі її обертання, масу самого робочого контейнера (включаючи і його вміст) можна змінювати амплітуду коливного руху останнього, регулювати інтенсивність взаємодії частин вмісту робочого контейнера, і, відповідно, регулювати інтенсивність перебігу тієї чи іншої операції оброблення поверхні виробу. Під вмістом робочого контейнера слід розуміти два види компонентів – вироби (деталі, заготовки), які підлягають обробленню (поз. 5) та власне сукупність незв'язаних тіл малого розміру, якими проводиться оброблення (поз. 6). Останніми можуть бути металеві кульки, керамічні тривимірні тіла, частинки абразиву, тощо.

Завдяки наявності в машині дебалансних валів окремого приводу, частини робочого контейнера можуть рухатись з різною амплітудою, що дає змогу провести сепарацію за масою чи розміром тіл, які підлягають обробленню, від тіл, які реалізують це оброблення. Дану сепарацію

доцільно проводити вже по завершенню технологічного процесу оброблення поверхні виробу. Для покращення даного процесу сепарації посередині робочого контейнера встановлено сукупність жалюзей (поз. 3). При обробленні поверхні виробу жалюзі повністю відкриті, що дає змогу вільно переміщатися по всьому об'єму робочого контейнера суміші тіл, які підлягають обробленню, та тіл, які реалізують це оброблення (сукупності незв'язаних тіл малого розміру). По завершенню процесу оброблення жалюзі (поз. 3) частково закривають утворюючи щілини, через які малі тіла оброблення зможуть пройти, а тіла, які підлягають обробленню, не зможуть. Встановлюючи при цьому відповідний коливний закон робочого контейнера, через систему незалежних дебалансів, можна забезпечити нагромадження оброблених виробів в одній частині контейнера, а тіл оброблення – в іншій. В результаті цього оброблені вироби можна вивантажити вручну чи автоматично з робочого контейнера.

Наступним кроком побудови матмоделі обраної вібраційної машини є розроблення її розрахункової схеми. Слід перейти від принципової схеми до розрахункової, яка вже буде суто теоретичною – так званим «містком» між практикою та теорією. Вона дасть змогу побудувати матмодель опису динаміки даної вібраційної машини, використовуючи теоретичний апарат перелічений вище.

Використовуючи певний дослідницький досвід, розрахункову схему вібраційної машини, яка має два дебалансні вузли, що генерують коливання її робочого органу, та пружинну підвіску-кріплення робочого органу (камери, контейнера) можна представити у вигляді (див. рис. 3.).



**Рис. 3. Розрахункова схема вібраційної машини, яка має два дебалансні вузли, що генерують коливання її робочого органу, та пружинну підвіску-кріплення робочого органу (камери, контейнера).**

На схемі під позицією 1 зображено робочий орган (камера, контейнер) вібраційної машини, в якому відбувається поверхневе

оброблення виробу тілами малого розміру. Розмір камери (контейнера) визначатиметься продуктивністю вібраційної машини та



габаритами тіл-виробів, які треба обробити. Під позицією 2 зображено лівий дебалансний вузол, під позицією 3 – правий дебалансний вузол машини. Як видно з розрахункової схеми, порівняно з принциповою схемою, дебалансний вузол представлено матеріальною точкою на жорсткій зв'язці, яка обертається навколо осі відповідного дебалансного валу. Дебалансні вузли та робочий контейнер розміщені на пружинній підвісці-кріпленні у вигляді множини витих циліндричних пружин – позначення 4. Конструктивно, з метою зміни жорсткості, передбачене варіювання параметрів як самих пружин (діаметр дроту, кількість витків тощо) так і їх кількості.

В розрахункову схему введено низку геометричних показників вібраційної машини, які увійдуть в матмодель в символічному форматі, і які можна буде змінювати в межах їх реального практичного застосування з метою універсалізації розробленої моделі. До найважливіших з них відносимо: координати кріплення дебалансів, підвіски, розміри робочої камери. Також в процесі оброблення виробів, здійснюючи плоско-паралельний рух, робочий контейнер машини повертається на кут  $\varphi$ . До динамічних показників досліджуваної вібраційної машини відносимо: масу робочого контейнера із вмістом, маси дебалансів, жорсткість підвіски-кріплення. До кінематичних показників досліджуваної вібраційної машини відносимо кутові швидкості обертового руху лівого

дебалансного вузла –  $\omega_1$  та правого, відповідно,  $\omega_2$ .

Матмоделлю буде системою нелінійних аналітичних виразів, в які входять параметри перелічені вище, час, та координати плоско-паралельного руху перерізу контейнера –  $x_{01}$ ,  $y_{01}$ ,  $\varphi$ . Дані координати будуть функціями часу та параметрів машини. Таким чином можна отримати картину коливного руху робочого контейнера вібраційної машини, визначити амплітуду його коливань, яка буде одним з показників ефективності її роботи та виконання відповідної технологічної задачі. Вказані аналітичні залежності отримують зі системи диференціальних рівнянь нелінійного виду, куди входять дані параметри. Цю систему будують на основі рівняння Лагранжа другого роду, закону Гука для пружної підвіски-кріплення, виразів для відображення кінетичної та потенціальної енергії механічної системи (для робочої камери (контейнера) та матеріальної точки (для дебалансних вузлів)).

Таким чином, система диференціальних рівнянь нелінійного виду, яка описує динамічні задачі у вібраційній машині, яка має два дебалансні вузли, що генерують коливання її робочого органу, та пружинну підвіску-кріплення робочої камери (контейнера) буде в наступному записі:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{01} + \omega^2 x_c = \mathcal{E}f_x(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0), \\ \ddot{y}_{01} + \omega^2 y_c = \mathcal{E}f_y(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0), \\ \ddot{\varphi} + \omega_\varphi(t)\varphi = \mathcal{E}f_\varphi(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{x}_c, \ddot{y}_c). \end{cases} \quad (1)$$

де:  $\omega$  – значення власної частоти коливного руху робочого органу вібраційної машини, яка досліджується;  $\mathcal{E}$  – малий параметр;  $\omega_\varphi(t)$  – значення частоти коливного руху робочого органу вібраційної машини при

плоско-паралельному русі;  $\alpha_0$  і  $\psi_0$  – значення фаз, відповідно лівого та правого дебалансних вузлів.

Розв'язок системи (1) можна побудувати на основі асимптотичних методів нелінійної механіки у вигляді рядів:

$$\begin{aligned} x_{01} &= x_0 \sin(\omega t + \alpha_x) + \mathcal{E}\chi_x(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0) + \\ &+ \mathcal{E}^2 \chi'_x(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0) + \dots, \\ y_{01} &= y_0 \sin(\omega t + \alpha_y) + \mathcal{E}\chi_y(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0) + \\ &+ \mathcal{E}^2 \chi'_y(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0) + \dots, \end{aligned} \quad (2)$$

де  $\chi_i^j(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0)$  – функції відображення параметрів вібраційної машини.

Виходячи з досвіду побудови математичних моделей вібраційних машин за даною методою, з достатньою точністю

можна обмежитись лише першими двома членами ряду системи виразів (2). Перший член ряду характеризуватиме лінійну складову коливного руху вібраційної машини, а другий – нелінійну.

З урахуванням цього більш ширший запис системи (2) матиме вигляд:



$$x_{01} = x_0 \sin\left(\sqrt{\frac{c}{M}}t + \alpha_x\right) + \frac{\varepsilon}{\sqrt{\frac{c}{M}}} \int_0^t f_x(\varphi^*, \dot{\varphi}^*, \ddot{\varphi}^*, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0) \sin\left(\sqrt{\frac{c}{M}}(t-u)\right) du$$

$$y_{01} = y_0 \sin\left(\sqrt{\frac{c}{M}}t + \alpha_y\right) + \frac{\varepsilon}{\sqrt{\frac{c}{M}}} \int_0^t f_y(\varphi^*, \dot{\varphi}^*, \ddot{\varphi}^*, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0) \sin\left(\sqrt{\frac{c}{M}}(t-u)\right) du$$

$$\varphi = \varphi_0 \sin(\omega t + \theta). \quad (3)$$

де  $\theta$  – значення початкової фази коливного руху робочого органу вібраційної машини, яка досліджується.

За допомогою системи (3) можна розв'язати динамічні задачі пов'язані з вібраційною машиною, яка має два дебалансні вузли, що генерують коливання її робочого органу, та пружинну підвіску-кріплення робочої камери (контейнера). Суть даних задач відображено в наступному:

– опис коливного руху робочої камери (контейнера) вібраційної машини (побудова відповідних траєкторій руху);

– вивчення впливу параметрів машини (геометричних, кінематичних, динамічних) на ефективність виконання вібраційною машиною поставленої технологічної задачі через чинники інтенсивності її функціонування, зокрема через амплітуду та частоту коливань її робочої камери (контейнера);

– визначення умов виникнення нестационарних режимів роботи вібраційної машини та способів їх регулювання.

#### Висновки

Для скорочення часу на розроблення проекту нової вібраційної машини чи встановлення режимів її роботи, зменшення матеріальних ресурсів на проведення цих робіт доцільно побудувати матмодель опису динаміки даної машини. Застосування математичного моделювання для дослідження динаміки вібраційних технологічних машин, що здійснюють процес оброблення поверхонь виробів сукупністю незв'язаних тіл малого розміру є важливою відповідальною задачею. Модель створюють застосовуючи низку гіпотез та припущень. Також до неї ставиться вимога універсальності – одна модель, в ідеалі, мала б відображати на теоретичному рівні роботу сукупності схожих конструктивно вібраційних машин. Модель має бути також адекватною – отримані в ній теоретичні результати з достатньою точністю мають відтворювати реальну динамічну картину, яка перебігає в реальній машині. І хоча матмоделі, для

теоретичного зображення динаміки вібраційної машини, будують в нелінійній постановці, має місце доцільність проведення перевірок збіжності результатів опису динамічних картин в машині отриманих теоретичним шляхом з експериментальними результатами отриманими шляхом відповідних вимірів у реальних вібраційних машинах чи їх фізичних моделях, зокрема для складних моделей, які охоплюють цілий клас вібраційних технологічних машин.

#### Список використаних джерел

1. Джеджула О. М. Особливості конструювання вібраційних змішувачів. *Вібрації в техніці і технологіях*. 2019. № 4 (95). С. 24–30.
2. Lawinska K., Modrzewski R. Analysis of sieve holes blocking in a vibrating screen and a rotary and drum screen. *Journal «Fizykochemiczne Problemy Mineralurgii – Physicochemical Problems of Mineral Processing»*. 2017. Vol. 53. P. 812–828.
3. Zhou N. Dynamic characteristics analysis and optimization for lateral plates of the vibration screen. *Journal of Vibroengineering (J. VIBROENG)*. 2015. Vol. 17 (4). P. 1593–1604.
4. Субач А. П. Динамика процессов и машин объемной обработки. Рига : Зинатне, 1991. 240 с.
5. Симоненко Т. Е., Барсуков В. А. О разработке математической модели для обработки незакрепленных деталей. *Вісник Донбаської державної машинобудівної академії*. 2011. № 2 (23). С. 201–205.
6. Орищенко С. В., Мацюк Б. В. Дослідження динаміки вібраційного грохота та оцінка його ефективності. *Вібрації в техніці і технологіях*. 2013. № 3 (71). С. 120–125.
7. Ivanov K., Vaisberg L. New Modelling and Calculation Methods for Vibrating Screens and Separators. *Journal «Lecture Notes in Control and Information Sciences»*. 2015. Vol. 22. P. 55–61.



8. Topilnytskyi V., Rebot D., Sokil M., Velyka O., Liaskovska S., Verkhola I., Kovalchuk R., Dzyubyk L. Modeling the dynamics of vibratory separator of the drum type with concentric arrangement of sieves. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Applied Mechanics*. 2017. Vol 2, No 7(86): P. 26–35.

9. Митропольский Ю. А. Нелинейная механика. Одночастотные колебания. К. : Ин-т математики НАН Украины, 1997. 385 с.

#### Список джерел у транслітерації

1. Dzhedzhula, O.M. (2019). Osoblivosti konstruyuvannya vibracijnych zmischuvachiv [Features of vibration mixers design]. *Vibratsiyi v tekhnitsi ta tekhnolohiyakh – Vibrations in engineering and technology*, 4 (95), 24–30. [in Ukrainian].

2. Lawinska, K. and Modrzewski, R. (2017). Analysis of sieve holes blocking in a vibrating screen and a rotary and drum screen. *Journal «Fizykochemiczne Problemy Mineralurgii – Physicochemical Problems of Mineral Processing»*, 53, 812–828.

3. Zhou, N. (2015). Dynamic characteristics analysis and optimization for lateral plates of the vibration screen. *Journal of Vibroengineering (J. VIBROENG)*, 17(4), 1593–1604.

4. Subach A.P. (1991). *Dynamica processov i mashyn obyemnoy obrobotky [Dynamics of processes and machines of volumetric processing]*. Riga: Zinatne [in Russian].

5. Symonenko T. E. (2011). O razrabotke matematycheskoi modely dlia obrabotky nezakreplennykh detalei [The development of a mathematical model for processing loose parts]. *Visnyk Donbaskoi derzhavnoi mashynobudivnoi akademii – Bulletin of Donbass State and Machine-Building Academy*, 2 (23), 201–205 [in Russian].

6. Oryshchenko S.V. and Matsiuk B.V. (2013). Doslidzhennia dynamiky vibratsiinoho hrokhota ta otsinka yoho efektyvnosti [Research of the dynamics of vibrating screen and evaluation of its effectiveness]. *Vibratsiyi v tekhnitsi ta tekhnolohiyakh – Vibrations in engineering and technology*, 3 (71), 120–125. [in Ukrainian].

7. Ivanov, K. and Vaisberg, L. (2015). New Modelling and Calculation Methods for Vibrating Screens and Separators. *Journal «Lecture Notes in Control and Information Sciences»*, 22, 55–61.

8. Topilnytskyi V., Rebot D., Sokil M., Velyka O., Liaskovska S., Verkhola I., et al. (2017). Modeling the dynamics of vibratory separator of the drum type with concentric arrangement of sieves. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Applied Mechanics*, 2, 7 (86), 26–35.

9. Mitropolskii Yu. A. (1997). *Nelineynaya mekhanika. Odnochastotnye koljebaniya [Nonlinear mechanics. Single frequency oscillations]*. Kyiv: Ins.matematiki NAN Ukrainy [in Russian].

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ВИБРАЦИОННЫХ МАШИН ОБРАБОТКИ ПОВЕРХНОСТЕЙ ИЗДЕЛИЙ ПУТЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Работа посвящена процессу обработки поверхностей изделий совокупностью несвязанных тел небольшого размера вибрационными машинами. Описано методологию исследования динамики вибрационных машин обработки поверхностей изделий путем математического моделирования. Она состоит из таких основных этапов: а) анализ видов вибрационных машин поверхностной обработки изделий, выбор базового для решения поставленной технологической задачи, построение унифицированной расчетной схемы машины; б) разработка нелинейной математической модели описания динамики рабочего органа вибрационной машины и ее наполнения, разработка элементов автоматизированного расчета машины; в) исследование влияния параметров вибрационной машины, совокупности изделий и инструмента (при их различных комбинациях) на факторы интенсивности поверхностной обработки изделий; г) рекомендации по выбору параметров вибрационной машины и тел обработки, которые обеспечат максимальную производительность обработки изделий относительно избранного критерия интенсивности.

Разработано математическую модель для описания движения вибрационной машины обработки поверхностей изделий совокупностью несвязанных тел небольшого размера. Особенность машины – два дебалансных узла, генерирующие колебания ее рабочего органа, которые имеют независимый привод. Модель является параметрической и нелинейной. Она включает в символьном формате ключевые динамические, кинематические и геометрические параметры вибрационной машины. Матмодель построено с помощью: описания плоско-параллельного движения механической системы, вращательного движения материальной точки и тела, уравнений Лагранжа второго рода, асимптотических методов нелинейной механики. С помощью модели можно: осуществить описание колебательного движения рабочей камеры (контейнера) вибрационной машины; изучить влияние параметров машины на эффективность выполнения поставленной технологической задачи, условия возникновения





нестационарных режимов работы вибрационной машины и способы их регулирования.

**Ключевые слова:** вибрационная машина, матмодель, дебалансный узел, пружинная подвеска, рабочая камера, обработка поверхности.

#### RESEARCH OF VIBRATION MACHINES DYNAMICS FOR PRODUCT SURFACES PROCESSING BY MATHEMATICAL MODELING

The article describes the methodology for the study of the dynamics of vibrating machines for surface processing of products by mathematical modeling, which is presented in four main stages. The first stage: analysis of classes of vibrating machines for surface treatment of products, choice of basic for solving the technological problem, project of a unified calculation scheme of the machine. The second stage: development of a nonlinear mathematical model for describing the dynamics of the vibration machine working body and its filling, development of elements of automated calculations of the machine. The third stage: the study of the influence of the parameters of the vibrating machine, product sets and tools (with their various combinations) on the factors of the intensity of products surface processing. The fourth stage: recommendations for choosing vibrating machine parameters and machining

bodies that will maximize the processing performance of products with the selected intensity criterion.

A mathematical model for describing the motion of a vibrating machine for surface treatment of articles by a set of unrelated bodies of small size is created. It has two unbalance units that generate oscillations of its working body and a spring suspension-mounting of the working chamber (container). The model is parametric and nonlinear, incorporating key dynamic, kinematic and geometric parameters of the vibrating machine in symbolic format. It is constructed by: descriptions of the plane-parallel movement of the mechanical system, the rotational motion of the material point and the body; second-order Lagrange equation; asymptotic (approximate) methods of nonlinear mechanics. With the help of the model it is possible: to describe the oscillatory movement of the working chamber (container) of the vibrating machine; to study the influence of the machine parameters on the efficiency of performance of the set technological task, the conditions of occurrence of non-stationary modes of operation of the vibrating machine and the ways of their regulation.

**Key words:** vibration machine, math model, unbalance unit, spring suspension, working chamber, surface treatment.

#### Відомості про авторів

**Топільницький Володимир Григорович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри «Проектування та експлуатація машин» Національного університету «Львівська політехніка» (вул. С. Бандери, 12, м. Львів, Україна, 79013, e-mail: [topilnvol@gmail.com](mailto:topilnvol@gmail.com)).

**Кусий Ярослав Маркіянович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри «Технологія машинобудування» Національного університету «Львівська політехніка» (вул. С. Бандери, 12, м. Львів, Україна, 79013, e-mail: [jarkym@ukr.net](mailto:jarkym@ukr.net)).

**Ребот Дарія Петрівна** – кандидат технічних наук, асистент кафедри «Проектування та експлуатація машин» Національного університету «Львівська політехніка» (вул. С. Бандери, 12, м. Львів, Україна, 79013, e-mail: [dasha\\_kotlyarova@ukr.net](mailto:dasha_kotlyarova@ukr.net)).

**Топильницький Владимир Григорьевич** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Проектирование и эксплуатация машин» Национального университета «Львовская политехника» (ул. С. Бандеры, 12, г. Львов, Украина, 79013, e-mail: [topilnvol@gmail.com](mailto:topilnvol@gmail.com)).

**Кусый Ярослав Маркиянович** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технология машиностроения» Национального университета «Львовская политехника» (ул. С. Бандеры, 12, г. Львов, Украина, 79013, e-mail: [jarkym@ukr.net](mailto:jarkym@ukr.net)).

**Ребот Дария Петровна** – кандидат технических наук, ассистент кафедры «Проектирование и эксплуатация машин» Национального университета «Львовская политехника» (ул. С. Бандеры, 12, г. Львов, Украина, 79013, e-mail: [dasha\\_kotlyarova@ukr.net](mailto:dasha_kotlyarova@ukr.net)).

**Topilnytskyi Volodymyr** – PhD, Associate Professor of the Department of Designing and Operation of Machines of the [Lviv Polytechnic National University](http://Lviv Polytechnic National University) (S. Bandery str., 12, Lviv, Ukraine, 79013, e-mail: [topilnvol@gmail.com](mailto:topilnvol@gmail.com)).

**Kusyi Yaroslav** – PhD, Associate Professor of the Department of Mechanical Engineering Technologies of the [Lviv Polytechnic National University](http://Lviv Polytechnic National University) (S. Bandery str., 12, Lviv, Ukraine, 79013, e-mail: [jarkym@ukr.net](mailto:jarkym@ukr.net)).

**Rebot Dariya** – PhD, Assistant of the Department of Designing and Operation of Machines of the [Lviv Polytechnic National University](http://Lviv Polytechnic National University) (S. Bandery str., 12, Lviv, Ukraine, 79013, e-mail: [dasha\\_kotlyarova@ukr.net](mailto:dasha_kotlyarova@ukr.net)).