

Кобильська О. Б.

д.т.н., професор

Савєлов Д. В.

к.т.н., доцент

Вакуленко Р. А.

к.т.н., доцент

**Кременчуцький
національний університет
імені Михайла
Остроградського****Kobylska O.**Doctor of Technical Sciences,
Professor**Savelov D.**Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor**Vakulenko R.**Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor**Kremenchuk Mykhailo
Ostrohradskyi National
University****УДК 621.777.01****DOI: 10.37128/2306-8744-2026-3-5**

ДОСЛІДЖЕННЯ РЕЖИМУ РОБОТИ ВІБРОСТОЛА З ЖОРСТКО- ПРУЖНИМИ ОБМЕЖУВАЧАМИ

Підвищення ефективності пресування порошкових матеріалів залежить від інтенсивності вібраційного впливу. Використання лінійних коливальних режимів часто не забезпечує необхідного ущільнення.

Метою данної роботи є математичне моделювання режиму роботи вібростола з жорстко-пружними обмежувачами для визначення закономірностей зміни напружено-деформованого стану металевих порошків під дією віброударного навантаження та встановлення його оптимальних конструктивно-динамічних параметрів. Дослідження базується на фундаментальних методах аналітичної динаміки кусково-лінійних механічних систем з асиметричною відновлювальною силою. Для аналітичного опису складних періодичних законів руху рухомої рами вібростола та точного розрахунку нестационарних імпульсних реакцій використано метод рядів Фур'є. Для забезпечення точності розрахунків розклад у ряд обмежено першими чотирма членами, що дозволило повністю врахувати ефект вищих гармонік при ударній взаємодії.

Отримано аналітичні розв'язки диференціальних рівнянь руху вібростола для умов усталених стаціонарних коливань за наявності конструкційного зазору. На основі розробленого алгоритму розраховано амплітуди деформування рами та точні величини динамічних напружень, які виникають в основі шару дрібнодисперсного металевих порошків вольфраму. Побудовано залежності амплітудно-частотних характеристик системи від варіації коефіцієнта жорсткості обмежувачів.

Наукова новизна роботи полягає в розробці узагальненої математичної моделі гібридної динамічної системи вібростола, яка враховує асиметрію періодичного імпульсного руху, величину конструкційних зазорів та ефект вертикального зміщення динамічного центру коливань системи під час циклічної ударної взаємодії платформи з обмежувачем.

Визначено інженерні рекомендації щодо проектування віброустаткування. Доведено, що для інтенсифікації пресування жорсткість обмежувачів має втричі перевищувати жорсткість пружних опор системи. Встановлено, що екстремальне напруження стискування порошків та мінімальний час його повного ущільнення досягаються за оптимального конструкційного зазору $\delta = 0,5$ мм. Впровадження цих параметрів дозволяє підвищити щільність готових виробів на 12–15% та одночасно знизити динамічне навантаження на фундамент на 20%.

Ключові слова: ряд Фур'є, динамічна система, вібростіл, жорстко-пружні обмежувачі, напруження, рівняння руху..



Вступ. Сучасний розвиток порошкової металургії та керамічних матеріалів вимагає створення високоефективного обладнання для формування та ущільнення високощільних виробів. Традиційні вібраційні столи з гармонічними коливаннями часто мають обмежену продуктивність, вимагають значних часових витрат та створюють надмірні шкідливі динамічні навантаження на фундаменти споруд.

Одним із найбільш перспективних напрямів інтенсифікації процесів пресування є перехід до віброударних режимів роботи шляхом впровадження в конструкцію рухомої рами жорстко-пружних обмежувачів. Створення систем із кусково-лінійною асиметричною характеристикою жорсткості дає змогу згенерувати спрямований імпульсний характер руху. За такого режиму напруження стиснення в ущільнюваному матеріалі суттєво перевищують напруження розтягування, що різко скорочує тривалість пресування за рахунок високих прискорень у кожному окремому імпульсі.

Проте реальний динамічний процес у таких машинах ускладнюється наявністю конструкційних зазорів δ , високочастотними спотвореннями та асиметрією коливань, що вимагає точного аналітичного опису за допомогою рядів Фур'є. Недостатня вивченість взаємозв'язку між зазором обмежувачів, їхньою жорсткістю та амплітудою виникаючих у порошку корисних напружень стримує проектування раціональних промислових вібропресів. Таким чином, математичне моделювання режиму роботи вібростолу з жорстко-пружними обмежувачами та визначення його оптимальних параметрів є актуальним науково-прикладним завданням для машинобудування.

Аналіз останніх досліджень. Аналіз наукових публікацій свідчить про значний інтерес дослідників до моделювання динамічних систем із пружними обмеженнями, варіаціями закріплення збудників та локальними неоднорідностями жорсткості. Так, у праці [1] детально розглянуто коливання прямокутних пластин із пружними граничними обмеженнями. Авторами запропоновано фундаментальні аналітичні підходи до визначення частотних характеристик і форм коливань конструкційних елементів під контурним або локальним пружним впливом.

Особливу роль у розумінні нелінійної поведінки рамних конструкцій відіграють дослідження [2], які детально проаналізували динаміку хитних рам із вертикальними еластичними обмежувачами). Введення вертикальних обмежувальних елементів дає змогу суттєво змінювати жорсткість системи у фазі відриву від основи та ефективно пригнічувати амплітуду коливань за рахунок

трансформації характеристик жорсткості від негативної до позитивної.

Питання практичної реалізації та регулювання подібних спрямованих пружних систем у вібраційному технологічному обладнанні досліджено у роботі [3], де автори визначили механізми універсалізації пружних систем віброживильників із вертикальним електромагнітним приводом. Окрему увагу оптимізації конструктивних параметрів самого формування та ущільнення сумішей приділено у дослідженнях [4], які встановили раціональні діапазони зміни довжини важеля та збудуючої сили залежно від ваги форми з бетонною сумішшю для досягнення найвищої ефективності роботи обладнання.

Питанням побудови просторових математичних моделей технологічного обладнання для формування бетонних виробів на основі рівнянь Лагранжа другого роду та оцінці впливу довжини важеля віброзбудника на амплітуду коливань присвячено роботу [6]. Водночас, попри глибоке вивчення класичних пружних чи важільних моделей і неперервних вібраційних режимів, динаміка кусково-лінійних систем із жорстко-пружними обмежувачами в умовах періодичної ударної взаємодії, притаманних роботі важкого пресового устаткування, залишається вивченою недостатньо [5-8]. Зокрема, потребує додаткового дослідження режим вимушених стаціонарних коливань рухомої рами лабораторних і промислових вібростолів з урахуванням асиметрії їхнього руху, динамічних напружень в основі ущільнюваного шару та наявності конструкційних зазорів між робочими поверхнями.

Мета дослідження. Метою данної роботи є математичне моделювання режиму роботи вібростолу з жорстко-пружними обмежувачами для визначення закономірностей зміни напружено-деформованого стану металевого порошку під дією віброударного навантаження та встановлення його оптимальних конструктивно-динамічних параметрів.

Матеріали і результати дослідження. Для математичного опису законів руху вібростолу з жорстко-пружними обмежувачами дослідимо динамічну систему, у якій взаємодіють робочі поверхні жорстко-пружних обмежувачів. На рухому раму вібростолу діє збурення у вигляді вертикально спрямованої гармонійної сили, внаслідок дії якої виникають коливання, достатньо значні, щоб відбувалися періодичні удари робочих поверхонь жорстко-пружних обмежувачів. Відлік переміщень рухомої рами вібростолу будемо вести від положення, у якому пружні опори 12 не деформовані.

Під час періодичної дії ударних елементів з боку пружної прокладки діятиме пружна реакція, форма якої представлена на рис. 1.

Будемо вважати, що рух динамічної системи вібростолу буде відбуватися так, як це наведено на рис. 1, а саме: через рівні проміжки часу відбуватимуться удари робочих поверхонь жорстко-пружних обмежувачів, внаслідок чого змінюється знак швидкості.

На рис. 1 наведено характеристику руху динамічної системи вібростолу для випадку відсутності зазору між поверхнями жорстко-пружного обмежувача, а на рис. 2 – для випадку наявності зазору між поверхнями жорстко-пружного обмежувача.

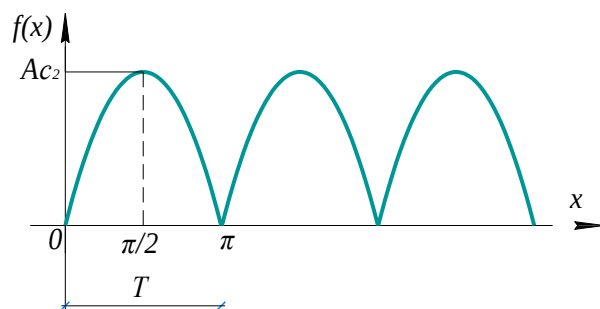


Рис. 1. Характеристика руху динамічної системи вібростолу при відсутності зазору між поверхнями жорстко-пружного обмежувача.

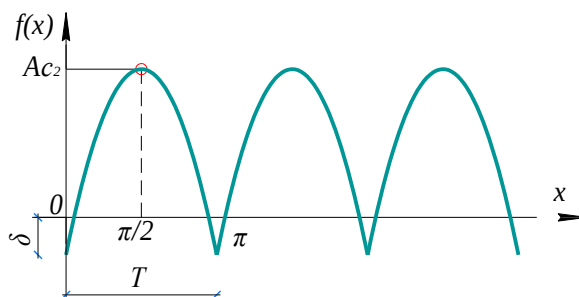


Рис. 2. Характеристика руху динамічної системи вібростолу при наявності зазору між поверхнями жорстко-пружного обмежувача.

Функція $f(x)$, характеристика руху якої наведена на рис. 1. є неперервною парною, періодичною функцією з періодом π

$$f(x) = A \cdot c_2 |\sin x|, \quad (1)$$

де A – амплітуда, з якою взаємодіють робочі поверхні жорстко-пружних обмежувачів; C_2 – жорсткість жорстко-пружних обмежувачів.

Представимо функцію $f(x)$ у вигляді ряду Фур'є, де коефіцієнти розкладу мають вигляд:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi f(x) \cdot dx = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi Ac_2 |\sin x| dx = \frac{Ac_2}{\pi} \cdot \int_0^\pi \sin x dx = \frac{2Ac_2}{\pi}; \quad (2)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi f(x) \cdot \cos nx dx = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi Ac_2 |\sin x| \cos nx dx = \frac{Ac_2}{\pi} \int_0^\pi \sin x \cos nx dx = \frac{2Ac_2}{\pi(n^2-1)} \cdot \left(\cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) \right) = \begin{cases} 0 & \text{при } n = 3, 5, 7, \dots \\ -\frac{2Ac_2}{\pi(n^2-1)} & \text{при } n \text{ парному} \end{cases} \quad (3)$$

Періодична функція $f(x)$,

характеристика руху якої наведена на рис. 2. має вигляд:

$$f(x) = A \cdot c_2 |\sin x| - \delta, \quad (4)$$

де δ – зазор між робочими поверхнями жорстко-пружних обмежувачів.

Коефіцієнти розкладання функції (4) мають вигляд:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi f(x) \cdot dx = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi (Ac_2 |\sin x| - \delta) dx = \frac{2Ac_2}{\pi} - \delta; \quad (5)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi f(x) \cdot \cos nx dx = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi (Ac_2 |\sin x| - \delta) \cos nx dx = -\frac{2Ac_2}{\pi(n^2-1)} \cdot \left(\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right) \right) - \frac{\delta \cdot \sin(\pi n)}{\pi n} = \begin{cases} 0 & \text{при } n = 3, 5, 7, \dots \\ -\frac{2Ac_2}{\pi(n^2-1)} & \text{при } n \text{ парному} \end{cases} \quad (6)$$

Оскільки при значенні величини зазору $\delta = 0$ коефіцієнти розкладу (5) і (6) трансформуються (вироджуються) у коефіцієнти (2) і (3), вирази (5) і (6) є більш універсальними. Відповідно, подальші дослідження ґрунтуються саме на коефіцієнтах (5) і (6).

Отже, розглядаючи вимушені стаціонарні коливання вібростолу в режимі пресування, рух буде відбуватися так: через рівні проміжки часу T відбуваються удари робочих поверхонь жорстко-пружних обмежувачів, які можна описати розкладанням у ряд Фур'є:

$$f(t) = \left(\frac{Ac_2}{\pi} - \frac{\delta}{2} \right) - \frac{2Ac_2}{\pi} \cdot \left[\frac{\cos 2\omega t}{3} + \frac{\cos 4\omega t}{15} + \frac{\cos 6\omega t}{35} \right]. \quad (7)$$

З достатнім для інженерних розрахунків ступенем точності для опису функцій $f(x)$ обмежимося чотирма членами розкладання в ряд Фур'є.

Відлік переміщень вібростолу будемо вести від значення, яке відповідає початковому положенню вібростолу разом з прес-формою, заповненою порошковою сумішшю. Під станом рівноваги такої системи будемо розуміти таке положення системи, при якому вібраційний збудник вимкнено.

Кусково-лінійна характеристика такої системи має вигляд (рис. 3).

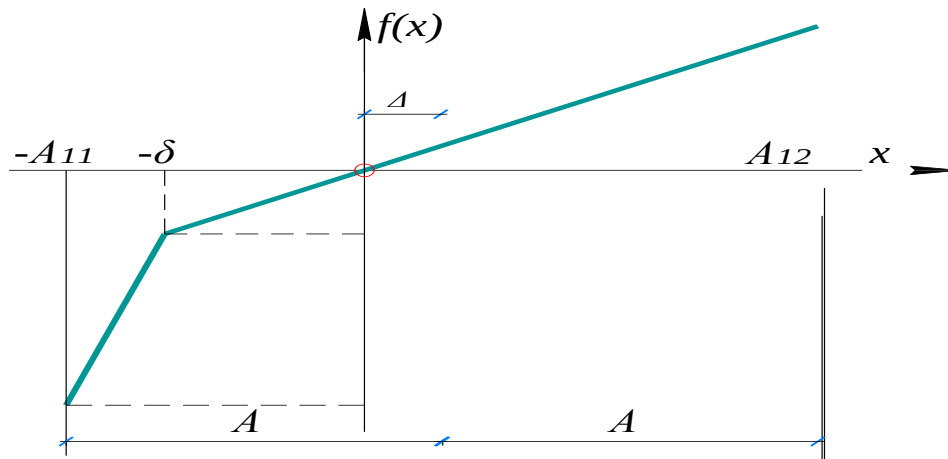


Рис. 3. Кусково-лінійна характеристика жорсткості динамічної системи вібростола

при $\delta > 0$.

Під час віброударного ущільнення взаємодія вібростола з металевим порошком буде визначатися жорсткістю жорстко-пружних обмежувачів. У разі несиметричної характеристики жорсткості, відхилення вібростола з прес-формою в обидві сторони положення рівноваги будуть різними.

Модулі зазначених відхилень і на рис. 3 можна описати співвідношенням [10]:

$$\int_{-A_{11}}^{+A_{12}} f(x) dx = 0, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \int_{-A_{11}}^{+A_{12}} f(x) dx &= \int_{-A_{11}}^{-\delta} (x + \delta) \cdot (c + c_n + c_2) dx + \int_{-\delta}^{+A_{12}} (c + c_n) x dx = \\ &= -(c + c_n + c_2) \cdot \frac{(A_{11} - \delta)^2}{2} + (c + c_n) \cdot (A_{12} + \delta) = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

звідки визначимо A_{11} :

$$A_{11} = \sqrt{\frac{2 \cdot (A_{12} + \delta) \cdot (c_n + c)}{c + c_n + c_2}} + \delta \quad (11)$$

Середнє положення системи (центр коливань) зміщене вліво від початку координат на величину:

$$\Delta = \frac{1}{2} (A_{11} - A_{12}) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{2 \cdot (A_{12} + \delta) \cdot (c_n + c)}{c + c_n + c_2}} + \delta - A_{12} \right), \quad (12)$$

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + (c_n + c + \frac{c_2}{\pi}) x &= Q \sin \omega t - (c_n + c + \frac{c_2}{\pi}) \Delta + \\ &+ \frac{2Ac_2}{\pi} \cdot \left[\frac{\cos 2\omega t}{3} + \frac{\cos 4\omega t}{15} + \frac{\cos 6\omega t}{35} \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

За наявності зазору () між робочими поверхнями жорстко-пружних обмежувачів,

рівняння руху вібростола матиме вигляд:

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + (c_n + c + \frac{c_2}{\pi} - \frac{\delta}{2}) x &= Q \sin \omega t - (c_n + c + \frac{c_2}{\pi} - \frac{\delta}{2}) \Delta + \\ &+ \frac{2Ac_2}{\pi} \cdot \left[\frac{\cos 2\omega t}{3} + \frac{\cos 4\omega t}{15} + \frac{\cos 6\omega t}{35} \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Розв'язок рівняння (15) для стаціонарних коливань динамічної системи

вібростола матиме вигляд:

$$x = -\Delta + A_1 \cdot \sin(\omega_1 t - \phi_1) + A_2 \cdot \cos(\omega_2 t - \phi_2) + A_3 \cdot \cos(\omega_3 t - \phi_3) + A_4 \cdot \cos(\omega_4 t - \phi_4), \quad (16)$$

де A_1, A_2, A_3, A_4 – амплітуди коливань рухомої рами вібростолу для кутових частот вимушених коливань $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$;

$\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ – відповідні кути зсуву фаз:

$$A_1 = \frac{Q}{\sqrt{(C_\Sigma - (m + m_{n1})\omega_1^2)^2 + b_1^2 \omega_1^2}},$$

$$A_2 = \frac{2Ac_2}{\pi \sqrt{(C_\Sigma - (m + m_{n2})\omega_2^2)^2 + b_2^2 \omega_2^2}},$$

$$A_3 = \frac{2Ac_2}{\pi \sqrt{(C_\Sigma - (m + m_{n3})\omega_3^2)^2 + b_3^2 \omega_3^2}},$$

$$A_4 = \frac{2Ac_2}{\pi \sqrt{(C_\Sigma - (m + m_{n4})\omega_4^2)^2 + b_4^2 \omega_4^2}},$$

$$\phi_1 = \arctg\left(\frac{b_1 \omega_1}{C_\Sigma - (m + m_{n1})\omega_1^2}\right),$$

$$\phi_2 = \arctg\left(\frac{b_2 \omega_2}{C_\Sigma - (m + m_{n2})\omega_2^2}\right),$$

$$\phi_3 = \arctg\left(\frac{b_3 \omega_3}{C_\Sigma - (m + m_{n3})\omega_3^2}\right),$$

$$\phi_4 = \arctg\left(\frac{b_4 \omega_4}{C_\Sigma - (m + m_{n4})\omega_4^2}\right),$$

$$\text{де } C_\Sigma = c + c_{ni} + \frac{c_2}{\pi} - \frac{\delta}{2}$$

Значення кутових частот вимушених коливань визначають за допомогою наступних співвідношень:

$$\omega_1 = \omega, \quad \omega_2 = 2 \cdot \omega,$$

$$\omega_3 = 3 \cdot \omega, \quad \omega_4 = 4 \cdot \omega \quad (17)$$

З рис. 3 видно, що:

$$A_{12} = A + \Delta. \quad (18)$$

Підставивши (18) у (12) отримаємо квадратне рівняння, розв'язок якого дозволяє визначити центр коливань Δ системи:

$$\Delta_{12} = -\left(\frac{A - \delta - \Lambda}{3}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{2(A - \delta - \Lambda)}{3}\right)^2 - \frac{(A - \delta)(A - \delta - \Lambda)}{9}}, \quad (19)$$

$$\text{де } \Lambda = \frac{2(c + c_n)}{c + c_n + c_2}.$$

Напруження, які виникають в основі ущільнюваного шару металевго порошку

визначемо за спрощеною формулою, запропонованою у роботі, в якій враховано дію інерційних сил, сил дисипативного опору і сил тяжіння ущільнюваного шару металевго порошку:

$$\sigma(0, t) = -(A_1 + \Delta)x_1 \sin(\omega t - \phi_1) - A_2 x_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2) - A_3 x_3 \sin(\omega_3 t - \phi_3) - A_4 x_4 \cos(\omega_4 t + \phi_4) - \rho gh, \quad (20)$$

$$x_i = \sqrt{m_{ni}^2 \omega_i^4 + (b_{nni} \omega_i)^2}, \quad (21)$$

де m_{nn} і b_{nn} – питома наведена маса і наведений коефіцієнт дисипативного опору, значення яких визначаються із (16) з урахуванням кутових частот вимушених коливань $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$.

Результати розрахунків відхилень рухомої рами вібростолу та амплітуди виникаючих у металевому порошку напружень для різних значень жорсткості жорстко-пружних обмежувачів C_2 наведено у табл. 1. Наведені результати отримано під час кінцевої стадії вібраційного

пресування зразка з металевго порошку за таких основних параметрів: висота зразка $h = 0,04$ м, досягнута щільність $\rho = 12450$ кг/м³; маса рухомої рами $m = 37,6$ кг; амплітуда збурюючої сили $Q = 84071$ Н; кутова частота вимушених коливань $\omega = 1674$ рад/с; жорсткість пружних амортизаторів $c_2 = 235440$ Н/м.

З наведених у табл. 1 результатів видно, що зі збільшенням жорсткості жорстко-пружних обмежувачів C_2 з 235440 Н/м до 9417660 Н/м збільшується амплітуда стискаючих напружень в ущільнюваному шарі металевго порошку. Найбільше значення напруження стискання

досягається для випадків, коли зазор між робочими поверхнями жорстко-пружних обмежувачів має значення $\delta = 0,5$ мм. Така закономірність простежується для всіх значень жорсткостей c_2 . При цьому час, який витрачається на вібраційне ущільнення металевого порошку зменшується.

Найсуттєвіше збільшення жорсткості жорстко-пружних обмежувачів спостерігається за умови, коли $c_2 = 706320$ Н/м. Подальше збільшення жорсткості жорстко-пружних

обмежувачів не призводить до суттєвого зменшення тривалості вібраційного ущільнення. З іншого боку відомим є той факт, що через дію шкідливих вібраційних впливів на фундамент, жорсткість пружних обмежувачів необхідно обмежувати [10]. Отже, найраціональнішим можна вважати режим вібраційного пресування, при якому значення жорсткості жорстко-пружних обмежувачів дорівнює потрібному значенню жорсткості пружних опор вібростолу, тобто $c_2 = 3c$.

Таблиця 1

Результати розрахунків відхилень рухомої рами вібростолу та амплітуди виникаючих у металевому порошку напружень для різних значень жорсткості жорстко-пружних обмежувачів

Жорсткість жорстко-пружних обмежувачів c_2 , Н/м	Зазор δ , мм	Відхилення рухомої рами вібростолу, мм		Амплітуда напружень, Н/м ²		Час пресування t , с
		A_{11}	A_{12}	σ_{cm}	$\sigma_{розт}$	
235440	0	0,66	0,76	343232	323619	20
	0,3	0,56	0,71	254973	205939	36
	0,5	0,41	0,6	147099	117679	100
470880	0	0,4	0,77	382459	338329	19
	0,3	0,56	0,73	274586	215746	33
	0,5	0,66	0,68	153604	107873	74
706320	0	0,66	0,77	387460	343232	19
	0,3	0,56	0,73	279489	225553	32
	0,5	0,41	0,68	182583	107873	65
941760	0	0,66	0,77	387362	313813	18,5
	0,3	0,56	0,73	280470	215746	32
	0,5	0,42	0,69	189469	107953	66

Із результатів аналізу даних табл. 1 випливає, що максимальна амплітуда деформації A_{12} досягається за величини зазору $\delta = 0$ мм. Це можна пояснити тим, що хоча гумова прокладка 17 (рис.4), яка розташована під опорою склянки 18, і

стає жорсткішою під дією високочастотної вібрації, її опір деформації все одно значно менше, ніж у жорстко-пружного обмежувача 15, який виконано зі сталі (рис. 4). Під дією зовнішньої збурюючої сили гумова прокладка 17 деформується сильніше, що дає більшу амплітуду переміщення.

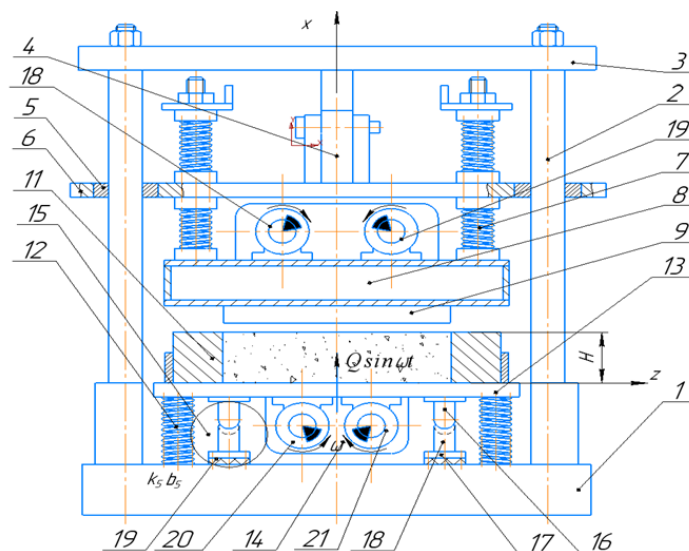


Рис. 4. Конструктивна схема вібраційного преса, оснащеного вібростолом з жорстко-пружними обмежувачами

Вібраційний прес рис.4 містить станину 1 з вертикальними направляючими 2, з'єднаними у верхній частині поперечиною 3, механізм вертикальних переміщень 4, кінематично пов'язаний з розміщеною на вертикальних направляючих 2 у втулках ковзання 5 реактивною плитою, до якої на пружних амортизаторах 7 підвішена віброплита 8 з формуючим пуансоном 9, з розташованим на ній вібраційним збудником 10 спрямованих коливань і під якою співвісно з нею розміщена прес-форма 11, встановлений співвісно з віброплитою 8 за допомогою пружних опор 12 на станині 1 вібростіл 13 з розміщеним у нижній його частині вібраційний збудник коливань.

Найсуттєвіше збільшення жорсткості жорстко-пружних обмежувачів спостерігається за умови, коли $c_2 = 706320$ Н/м. Подальше збільшення жорсткості жорстко-пружних

обмежувачів не призводить до суттєвого зменшення тривалості вібраційного ущільнення. З іншого боку відомим є той факт, що через дію шкідливих вібраційних впливів на фундамент, жорсткість пружних обмежувачів необхідно обмежувати. Отже, найраціональнішим можна вважати режим вібраційного пресування, при якому значення жорсткості жорстко-пружних обмежувачів дорівнює потрібному значенню жорсткості пружних опор вібростою, тобто $c_2 = 3c$.

На рис. 5 і 6 показано закон руху рухомої рами вібростою, оснащеного жорстко-пружними обмежувачами жорсткістю $c_2 = 706320$ Н/м та характер зміни напружень, які виникають в основі ущільнюваного шару металевих порошків за зазору між робочими поверхнями жорстко-пружних обмежувачів $\delta = 0$ мм.

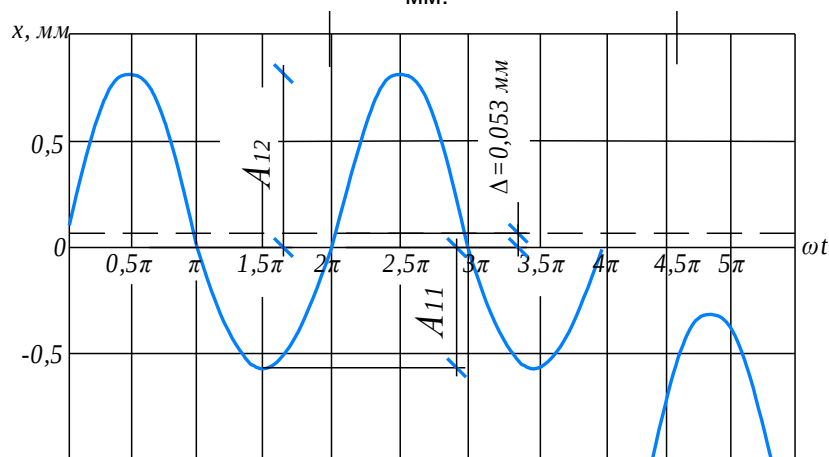


Рис. 5. Закон руху рухомої рами вібростою з жорстко-пружними обмежувачами за значення зазору $\delta = 0$ мм залежно від кутової координати

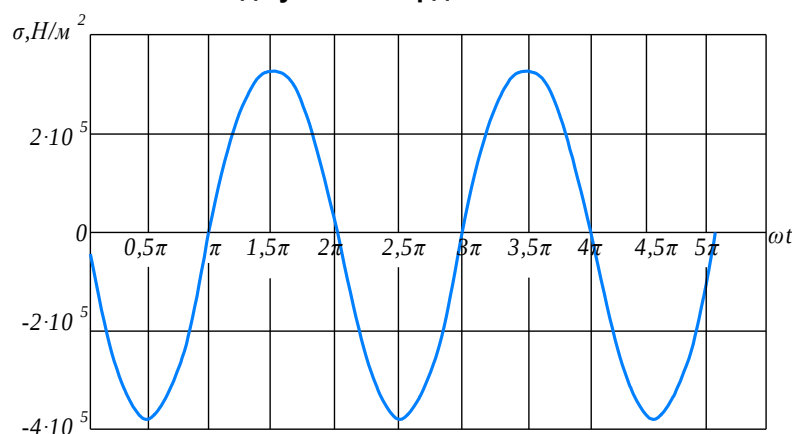


Рис. 6. Характер зміни напружень в основі ущільнюваного шару металевих порошків за зазору $\delta = 0$ мм залежно від кутової координати ωt

Наведені дані отримані для лабораторного вібростою з такими основними параметрами: маса рухомої рами $m = 37,6$ кг; амплітуда збуджуючої сили $Q = 84071$ Н; кутова частота вимушених коливань $\omega = 1674$ рад/с;

жорсткість пружних амортизаторів $c_2 = 235440$ Н/м; амплітуда коливань рухомої рами вібростою в режимі холостого ходу $A_{x.x} = 0,8$ мм. На лабораторному вібростолі ущільнювали тонкодисперсний порошок вольфраму марки ВЧ



з початковою висотою ущільнюваного шару $h_0 = 0,117$ м, насипною щільністю $\rho_0 = 4300$ кг/м³ та середнім розміром частинок 3,35 мкм у прес-формі діаметром 0,062 м.

Отримані графічні залежності доводять, що у разі ударної взаємодії робочих поверхонь жорстко-пружних обмежувачів 15 (рис. 4), середнє положення динамічної системи (центр коливань) зміщується від положення рівноваги у вертикальному напрямку на величину встановленого зміщення Δ (рис. 6). Це означає, що гібридна динамічна система вибирає нове положення рівноваги. Робочий хід вібростола має асиметричний імпульсний характер. При перетині лінії рівноваги створюється підвищений динамічний тиск на порошок у прес-формі. Ці коливання зумовлюють переважання напружень стиснення над напруженнями розтягу в ущільнюваному шарі. Це суттєво інтенсифікує вібропресування порошку завдяки зростанню прискорень у кожному окремому імпульсі.

Висновки. В роботі досліджено віброударний режим пресування порошків. Доведено ефективність використання кусково-лінійної асиметричної характеристики жорсткості. Спрямований імпульсний характер руху збільшує прискорення в кожному імпульсі. Напруження стиснення в ущільнюваному шарі суттєво перевищують напруження розтягування. Це забезпечує інтенсифікацію та скорочення тривалості процесу пресування. Розроблено математичну модель динамічної системи. Описано закони стаціонарних коливань рухомої рами лабораторного вібростола. В основі моделі розкладання періодичної функції у ряд Фур'є. Точність розрахунків забезпечується обмеженням розкладу в ряд Фур'є з чотирма першими членами. Виявлено вертикальне зміщення центру коливань (лінії рівноваги) на величину зміщення Δ . Доведено, що динамічна система адаптується під нове положення рівноваги. Визначено динамічні та конструктивні параметри системи. Встановлено раціональний режим роботи при потрібній жорсткості обмежувачів відносно опор. Максимальне напруження стискання досягається при конструкційному зазорі $\delta = 0,5$ мм. За цих умов час ущільнення тонкодисперсного порошку вольфраму марки ВЧ є мінімальним. Обмеження жорсткості показником Z_s запобігає надмірним вібраційним навантаженням на фундамент. Експериментально підтверджено ефективність технології. Випробування проведено на порошку вольфраму з розміром частинок 3,35 мкм. Результати підтвердили необхідність прикладання притискового навантаження для уникнення декомпресії.

Список використаних джерел

1. Dal H., Morgül Ö. K. Vibrations of elastically restrained rectangular plates. *Scientific Research and Essays*. 2011. Vol. 6, № 34. P. 6811–6816. DOI: <https://doi.org/10.5897/SRE11.356>.
2. Makris N., Vassiliou M. F. Dynamics of the Rocking Frame with Vertical Restrainers. *Journal of Structural Engineering*. 2015. Vol. 141, № 10. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0001231](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001231).
3. Беспалов А. Л., Свідрак І. Г. Універсалізація пружної системи віброживильників з вертикальним електромагнітним віброприводом. *Науковий вісник ЛНУВМБ. Серія: Харчові технології*. 2022. Т. 24, № 97. С. 41–45. DOI: <https://doi.org/10.32718/nvlvet-f9707>.
4. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю. Дослідження параметрів вібраційного столу з важільним закріпленням вібробуджувача. *Modern Engineering and Innovative Technologies*. 2023. Issue 28, Part 1. P. 3–12. DOI: <https://doi.org/10.30890/2567-5273.2023-28-01-019>.
5. Mathematical modeling of the operation of a resonant vibration stand with an inertial exciter and hydraulic coupling for testing aviation industry products / R. Kapalo, O. Lanets, P. Maistruk [et al.]. *Vibroengineering Procedia*. 2025. Vol. 59. P. 28–33. <https://doi.org/10.21595/vp.2025.25059>.
6. Korotych Y. Vibration table mathematical model composing. *Technical Sciences and Technologies*. 2023. № 3 (33). P. 83–96. [https://doi.org/10.25140/2411-5363-2023-3\(33\)-83-96](https://doi.org/10.25140/2411-5363-2023-3(33)-83-96).
7. Experimental and numerical vibration analysis of surface mechanical attrition treatment / E. Yazar, A. T. Ertürk, S. Karabay [et al.]. *Journal of Vibration and Control*. 2023. Vol. 29, № 23-24. P. 5737–5746. DOI: <https://doi.org/10.1177/10775463221139600>.
8. Vibrating Table for Equipment Testing / V. S. Kamble, S. Thakur, S. Sahu [et al.]. *International Journal of Creative Research Thoughts (IJCRT)*. 2018. Vol. 6, Issue 2. URL: <http://ijcrt.org> (дата звернення: 03.08.2026).
9. Sun W., Guo Z. Mathematical modeling and nonlinear vibration analysis of a coupled hydro-generator shaft-foundation system. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2021. Vol. 98. Art. 105776. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2021.105776>.
10. Савелов Д. В. Вібраційне пресування металевих порошків. Кременчук : НОВАБУК, 2026. 182 с. ISBN 978-617-639-607-9.



References

1. Dal, H., & Morgül, Ö. K. (2011). Vibrations of elastically restrained rectangular plates. *Scientific Research and Essays*, 6(34), 6811–6816. <https://doi.org/10.5897/SRE11.356>.
2. Makris, N., & Vassiliou, M. F. (2015). Dynamics of the rocking frame with vertical restrainers. *Journal of Structural Engineering*, 141(10), Article 04014245. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0001231](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001231).
3. Bespalov, A. L., & Svidrak, I. H. (2022). Universalizatsiia pruzhnoi systemy vibrozhyvlynykh z vertykalnym elektromagnitnym vibropovydom [Universalization of the elastic system of vibrofeeders with vertical electromagnetic vibrodive]. *Naukovyi visnyk LNUVMB. Seriya: Kharchovi tekhnolohii*, 24(97), 41–45. <https://doi.org/10.32718/nvivet-f9707>.
4. Korobko, B. O., & Korotych, Y. Y. (2023). Doslidzhennia parametriv vibratsiinoho stolu z vazhilnym zakriplenniam vibrozbudzhuvacha [Investigation of parameters of a vibrating table with a lever attachment of a vibration exciter]. *Modern Engineering and Innovative Technologies*, 28(1), 3–12. <https://doi.org/10.30890/2567-5273.2023-28-01-019>.
5. Kapalo, R., Lanets, O., Maistruk, P., Voitovich, A., Nazar, I., & Khomych, I. (2025). Mathematical modeling of the operation of a resonant vibration stand with an inertial exciter and hydraulic coupling for testing aviation industry products. *Vibroengineering Procedia*, 59, 28–33. <https://doi.org/10.21595/vp.2025.25059>.
6. Korotych, Y. (2023). Vibration table mathematical model composing. *Technical Sciences and Technologies*, 3(33), 83–96. [https://doi.org/10.25140/2411-5363-2023-3\(33\)-83-96](https://doi.org/10.25140/2411-5363-2023-3(33)-83-96).
7. Yarar, E., Ertürk, A. T., & Karabay, S. (2023). Experimental and numerical vibration analysis of surface mechanical attrition treatment. *Journal of Vibration and Control*, 29(23-24), 5737–5746. <https://doi.org/10.1177/10775463221139600>.
8. Kamble, V. S., Thakur, S., & Sahu, S. (2018). Vibrating table for equipment testing. *International Journal of Creative Research Thoughts (IJCRT)*, 6(2). <http://ijcrt.org>
9. Sun, W., & Guo, Z. (2021). Mathematical modeling and nonlinear vibration analysis of a coupled hydro-generator shaft-foundation system. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 98, Article 105776. <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2021.105776>.
10. Savelov, D. V. (2026). Vibratsiine presuvannia metalevykh poroshkiv [Vibratory pressing of metal powders]. *NOVABUK*.

INVESTIGATION INTO THE OPERATING MODE OF A VIBRATING TABLE WITH RIGID-ELASTIC LIMITERS

Improving the compaction efficiency of powder materials directly depends on the intensity of the vibrational effect. The use of linear oscillatory modes often fails to provide the required density. The purpose of this work is the mathematical modeling of the operating mode of a shaking table with rigid-elastic limiters to determine the regularities of changes in the stress-strain state of metal powder under vibro-impact loading and to establish its optimal design and dynamic parameters.

The presented research is based on fundamental methods of analytical dynamics of piecewise linear mechanical systems with asymmetric restoring force. For analytical description of complex periodic laws of motion of the moving frame of the vibrating table and accurate calculation of non-stationary impulse responses, the Fourier series method was used. To ensure the accuracy of the calculations, the series expansion was limited to the first four terms, which allowed to fully take into account the effect of higher harmonics during impact interaction.

Analytical solutions of differential equations of motion of the vibrating table for conditions of steady stationary oscillations in the presence of a structural gap were obtained. Based on the developed algorithm, the amplitudes of deformation of the frame and the exact values of dynamic stresses that arise in the base of the layer of finely dispersed tungsten metal powder were calculated. The dependences of the amplitude-frequency characteristics of the system on the variation of the stiffness coefficient of the limiters were constructed.

The scientific novelty of the work lies in the development of a generalized mathematical model of a hybrid dynamic system of a vibrating table, which takes into account the asymmetry of periodic impulse motion, the magnitude of structural gaps, and the effect of the vertical displacement of the dynamic center of oscillations of the system during the cyclic impact interaction of the platform with the limiter.

Engineering recommendations for the design of vibration equipment have been determined. It has been proven that to intensify pressing, the stiffness of the limiters should be three times higher than the stiffness of the elastic supports of the system. It has been established that the extreme compressive stress of the powder and the minimum time for its complete compaction are achieved with an optimal structural gap $\delta = 0.5$ mm. The implementation of these parameters allows to increase the density of finished products by 12–15% and at the same time reduce the dynamic load on the foundation by 20%.

Keywords: fourier series, dynamic system, vibrating table, rigid-elastic limiters, stress, equations of motion.

Відомості про авторів

Кобильська Олена Борисівна – доктор технічних наук, проф., професор кафедри освітніх, математичних наук та інформатики, Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського (вул. Університетська, 20, м. Кременчук, 39600, Україна, e-mail: kobilskaya1983@gmail.com ; +380988248130, ORCID:0000-0002-4210-1534).

Савєлов Дмитро Володимирович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри машинобудування, Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського (вул. Університетська, 20, м. Кременчук, 39600, Україна, e-mail: dvsavelov@gmail.com ; +380965512814, ORCID: 0000-0002-5170-9621).

Вакуленко Роман Андрійович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри машинобудування Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського (вул. Університетська, 20, м. Кременчук, Україна, 39600, e-mail: rom.vak311@gmail.com ; +380984935240, ORCID: 0000-0002-8845-962X).

Kobylska Olena – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Educational, Mathematical Sciences and Informatics, Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University (20, Universytetska St., Kremenchuk, 39600, Ukraine, e-mail: kobilskaya1983@gmail.com +380988248130, ORCID:0000-0002-4210-1534)

Savelov Dmytro – Candidate of Technical Sciences, Associate professor, Associate Professor of the Department of Mechanical Engineering, Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University (20, Universytetska St., Kremenchuk, 39600, Ukraine, e-mail: dvsavelov@gmail.com ; +380965512814, ORCID: 0000-0002-5170-9621)

Vakulenko Roman – Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor of the Department of industrial Engineering Mikhailo Ostrohradskyi Kremenchuk National University (St. University, 20, Kremenchuk, Ukraine, 39600, e-mail: rom.vak311@gmail.com ; +380984935240, ORCID: 0000-0002-8845-962X).

Стаття надійшла 20.08.2026

Стаття прийнята 02.09.2026

Опубліковано 12.10.2026