**Ковтун А.В.**

к.т.н., доцент

**Національна академія
Національної гвардії
України****Kovtun A.**Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor**National Academy of
National Guard of Ukraine****УДК 629.076:623.426****DOI: 10.37128/2306-8744-2025-2-4**

ПРО ЗМІНУ ЕФЕКТИВНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ СУХОГО ТЕРТЯ ПРИ ВІБРАЦІЇ ВКЛАДЕНИХ КОНСТРУКЦІЙ

У статті досліджено вібраційні ефекти, що виникають при дії вібрації на механічні системи, складові елементи яких пов'язані між собою силами сухого тертя, які призводять до зміни властивостей та поведінки системи. Такі конструкції, одні складові елементи яких розташовані усередині інших і пов'язані між собою, мінімум по двом протилежним поверхням, силами сухого тертя називаються вкладеними. Вкладені конструкції в сучасній техніці зустрічаються досить часто: транспортування вантажів, кріплення трубопроводів, гальмівні пристрої машин та т.інш. Об'єктом дослідження є ефект зміни ефективних коефіцієнтів сухого тертя, в процесі взаємодії складових елементів вкладених конструкцій, при дії на них вимушених коливань.

На основі методу математичного моделювання отримані нові аналітичні залежності для визначення ефективних коефіцієнтів сухого тертя покою між елементами вкладених конструкцій. В результаті проведення досліджень процесів взаємодії складових елементів вкладених конструкцій при дії на конструкції вимушених коливань визначено новий ефект зміни ефективних коефіцієнтів сухого тертя між ними. Результати дослідження дозволяють зробити висновок про те, що вкладеним конструкціям притаманна особлива залежність ефективних коефіцієнтів сухого тертя від частоти вимушених коливань, яка полягає в тому, що при зростанні величини частоти вимушених коливань ефективні коефіцієнти сухого тертя покою між елементами вкладених конструкцій прагнуть до кінцевої величини (відмінних від нуля), на відміну від класичної розрахункової схеми, коли тіло контактує з віброуючою плоскістю однією поверхнею. Зміною значення величини частоти зовнішньої дії, можна досягти зміни величини ефективного коефіцієнта сухого тертя покою, який відображує кінцевий результат взаємодії контактуючих поверхонь, що здійснюють періодичні переміщення.

Проведені експериментальні дослідження підтвердили залежність ефективних коефіцієнтів сухого тертя вкладених конструкцій від частоти вимушених коливань.

Отримані результати можуть бути використані при створенні вібраційних систем для переміщення вантажів на відстані, що перевищують можливості існуючих вібраційних систем.

Ключові слова: вкладені конструкції, сухе тертя, ефективні коефіцієнти, віброреологічний ефект, вимушені коливання.

Постановка проблеми. При дії вібрації на властивостей та поведінки системи [1-4].

механічні системи, складові елементи яких пов'язані між собою силами сухого тертя, виникають своєрідні ефекти, що призводять до зміни

В наш час мається значна кількість наукових праць, присвячених вивченню цих ефектів, накопичені важливі відомості про їх



природу в залежності від різних факторів [5-13]. Найбільш повний перелік явищ та ефектів, що виникають при дії вимушених коливань на нелінійні механічні системи, наведений в роботах [1,2,7,8]. Серед відомих ефектів виділяється група, так званих, віброреологічних ефектів. Одним з них є ефект зміни, під дією вимушених коливань, ефективних коефіцієнтів сухого тертя. На відміну від фізичного коефіцієнта сухого тертя покою, який визначається як відношення нижньої границі T_{min} сил, що приводять фізичне тіло до руху зі стану спокою, до нормальної реакції N , у випадку, коли до тіла прикладені лише постійні сили, ефективні коефіцієнти сухого тертя покою визначаються при умові, що до фізичного тіла прикладається періодична змущуюча сила.

В роботі [1] отримані вирази для визначення ефективних коефіцієнтів сухого тертя покою для механічної системи, що складається із однорідного тіла, притиснутого постійною силою P (N – сила реакції опору), до площини, що вібрує (рис.1). Окрім цієї сили до тіла прикладені постійна сила T , що направлена паралельно площині, сила тертя F та сила Φ , що змінюється за гармонічним законом.

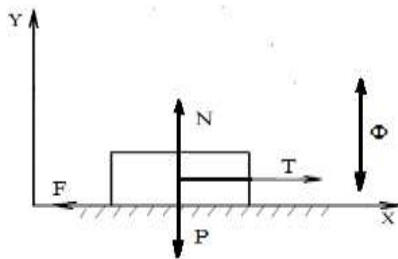


Рис.1. Схема механічної системи, що складається із однорідного тіла, притиснутого постійною силою до площини, що вібрує

Для випадку, коли сила Φ направлена перпендикулярно силі T (перпендикулярно площині), вираз для визначення ефективного коефіцієнта сухого тертя покою $f_1^{(1)}$, має вигляд [1]:

$$f_1^{(1)} = \frac{T^{(1)}}{N} = \frac{f_1(N - \Phi_0)}{N} = f(1 - \frac{\Phi_0}{N}),$$

де Φ_0 – амплітуда сили Φ , N .

Ця формула має сенс до тих пір, поки величина $f_1^{(1)}$, яка є ефективним коефіцієнтом сухого тертя при вібрації [1,3], позитивна. При великих значеннях Φ_0 відбувається зміна характеру тертя, що здається. В цьому випадку слід вважати, що ефективний коефіцієнт тертя дорівнює нулю.

Більш складний результат буде у випадку, якщо тіло, яке знаходиться на вібруючій шорсткій площині, має внутрішню ступінь волі, коли тіло пов'язано за допомогою пружного елемента жорсткістю C і демпфуючого елемента з коефіцієнтом в'язкого спротиву h з масою m_1 (рис.2).

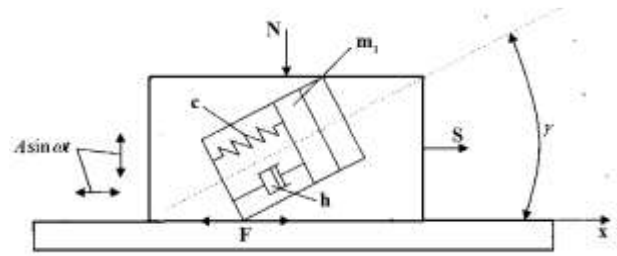


Рис. 2 Схема тіла з внутрішньої асиметрією

Це додаткове тіло може переміщуватися відносно основного тіла вздовж деякого фіксованого напрямку, що створює кут γ з його основою. Як відмічається в роботі [3], внаслідок конструктивної асиметрії, яка мається, якщо $0 < \gamma < \pi/2$, умова початку ковзання основного тіла вправо при збільшенні сили S ($S = T$) не співпадають з умовами початку ковзання основного тіла вліво. В цьому випадку розрізняють ефективні коефіцієнти тертя при ковзанні вправо f_{1+} та вліво f_{1-} .

На рис. 3 наведені графіки залежності відносних ефективних коефіцієнтів тертя від відношення частоти коливань площини ω до частоти вільних коливань внутрішнього тіла p (графіки для тіла, зображеного на рис.1, наведені штриховою лінією) [1,3].

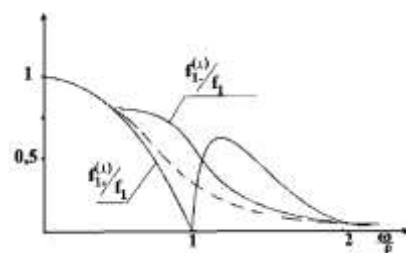
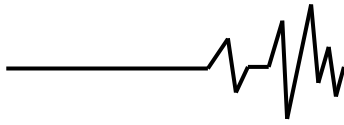


Рис. 3 Графіки залежності ефективних коефіцієнтів тертя від частоти коливань

Із аналізу графіків витікає, що характер ефекту, що розглядається, резонансний: відмінність коефіцієнтів $f_{1+}^{(1)}$ від $f_{1-}^{(1)}$ істотно проявляється в діапазоні частот $0,6 p_1 < \omega < 1,7 p_1$. При $p/\omega \rightarrow \infty$, у випадку, коли внутрішнє тіло, практично, жорстко зв'язане з основним, $f_{1+}^{(1)} = f_{1-}^{(1)}$. З аналізу цих графіків витікає, що в залежності від значення ω наявність внутрішнього ступеня волі може привести як до зменшення, так і до збільшення ефективних коефіцієнтів тертя. При цьому, якщо в одних діапазонах зміни частоти $f_{1+}^{(1)} > f_{1-}^{(1)}$, то в інших діапазонах можуть виконуватися протилежні нерівності. Із аналізу графіків також витікає, що при ω , більших деякого значення, ефективні коефіцієнти тертя обертаються в нуль. З цих позицій в роботах [1-3]



роз'яснюється відома різниця коефіцієнта тертя ковзання $f_{\text{ков.}}$ від фізичного коефіцієнта тертя покою f ($f_{\text{ков.}} < f$). За сучасними представленнями фізичний коефіцієнт тертя ковзання не відрізняється від коефіцієнта тертя покою, а вимірюваний коефіцієнт тертя ковзання $f_{\text{ков.}}$ є ефективним коефіцієнтом тертя при вібрації f_1 . Можливість такої трактовки виникає у зв'язку з представленням про нерозривність зв'язку тертя ковзання і вібрації, яке розвинуто в роботах [9,10]. Згідно з цим представленням при ковзанні шорстких тіл, що деформуються, обов'язково генеруються широкосмугові випадкові змушення. При цьому, змушення, частоти яких лежать поблизу частоти вільних коливань, обумовлених пружністю контакту, приводять, внаслідок резонансного підсилення, до істотних нормальних по відношенню до стикуючих поверхонь, відносним коливанням. В процесі цих коливань може порушитися контакт між тілами. В результаті відбувається зниження (яке здається) коефіцієнта тертя f до ефективного значення $f_1^{(1)}$, що розуміється як коефіцієнт тертя ковзання $f_{\text{ков.}}$.

Сучасні роботи по визначенню взаємодії елементів конструкцій зв'язаних силами сухого тертя пов'язані з дослідженнями динамічних процесів в механічних системах із сухим тертям [10,11], роботи вібраційних машин у виробничих процесах [7,12,13], дослідженням роботи віброманіпуляторів [9].

Однак, в сучасній науковій літературі не знайшло відображення рішення задачі про вплив вібрації на віброреологічні характеристики вкладених конструкцій. Вкладеними будемо називати конструкції, одні складові елементи яких розташовані усередині інших і пов'язані між собою мінімум по двом протилежним поверхням силами сухого тертя. Такі конструкції часто зустрічаються в сучасній техніці: транспортування довгомірних вантажів, кріплення хомутами трубопроводів, гальмівні пристрої вантажопідйомних машин та т.інш.

Особливо необхідно відмітити застосування вкладених конструкцій у військовій справі. Розміщення сучасних ракет в транспортно-пускових контейнерах також можна розглядати як створення «вкладених конструкцій», динамічне навантаження на які призводить до появи нових властивостей і ефектів. На рис. 4 показано розміщення ракети в транспортно-пусковому контейнері. Зв'язок ракети з транспортно-пусковим контейнером здійснюється силою сухого тертя між опорами ракети та контейнером.

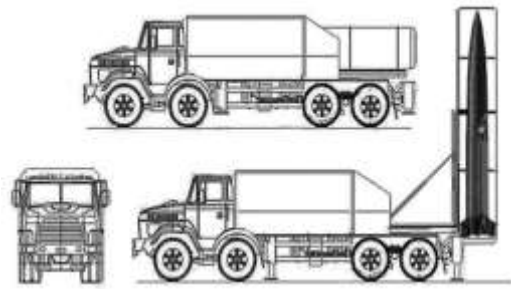


Рис.4 Схема розміщення ракети в транспортно-пусковому контейнері на пусковій установці

Визначення властивостей вкладених конструкцій вимагає створення науково-дослідного інструменту для вивчення процесу взаємодії елементів вкладених конструкцій при динамічних навантаженнях, що є актуальною науково-прикладною задачею.

Мета роботи – на основі аналізу дослідження процесів взаємодії складових елементів вкладених конструкцій визначити ефект зміни ефективних коефіцієнтів сухого тертя між ними, при дії на конструкції вимушених коливань.

Рішення задачі. Об'єктом дослідження є ефект зміни ефективних коефіцієнтів сухого тертя, в процесі взаємодії складових елементів вкладених конструкцій, при дії на них вимушених коливань.

Взаємодія вкладених конструкцій з віброуючою основою призводить до специфічних прояв віброреологічних характеристик (ефекту зміни ефективних коефіцієнтів сухого тертя при вібрації). Розглянемо рис.5.

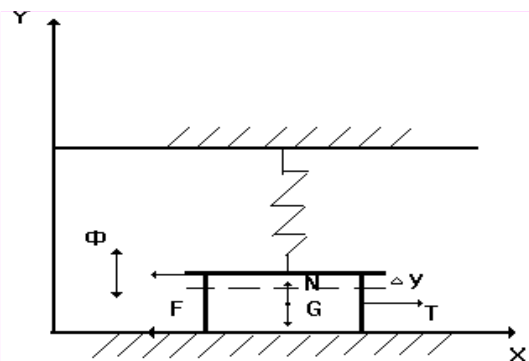
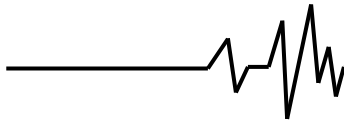


Рис. 5. Схема вкладеної конструкції під дією вібраційного навантаження

На цьому рисунку зображено однорідне тіло масою m , розташоване між двома паралельними шорсткими площинками. При цьому верхня площина пов'язана з основою через попередньо підібраний пружний елемент жорсткістю k . Нехай на тіло діє сила T , направлена паралельно плоскостям. Зміщенню тіла в горизонтальному напрямку заважає сила тертя покою F_0 . Для того щоб тіло почало рухатися



вздовж плоскостей при відсутності сили Φ , необхідно, щоб величина сили T була рівна T_0 :

$$T_0 = f \cdot N = f(2k \cdot \Delta y + mg),$$

де Δy - величина попереднього підтискання пружного елемента верхньої плоскості, м.

При наявності гармонічної сили Φ , яка направлена перпендикулярно площинам, початок руху станеться під дією сили T_1 :

$$T_1 = f \cdot (2 \cdot k \cdot \Delta y + m \cdot g - \Phi) = f \cdot (2 \cdot k \cdot \Delta y + mg - k \cdot y - m \cdot \ddot{y}),$$

де y - переміщення верхньої плоскості під дією сили Φ , м;

$\ddot{y}$ - прискорення, м/с^2 .

Ефективний коефіцієнт сухого тертя покою в цьому випадку визначається виразом:

$$f_1 = \frac{T_1}{N} = \frac{f(2k \cdot \Delta y + mg - ky - m\ddot{y})}{k \cdot \Delta y + mg}.$$

В тому випадку, коли $m \rightarrow 0$, останній вираз можна спростити:

$$f_1 = f(2 - \frac{y}{\Delta y}) = f(2 - \frac{A\omega^2}{|(p^2 - \omega^2)\Delta y|}).$$

З цього виразу витікає, що якщо верхня плоскість має "абсолютно жорсткий" зв'язок з основою, $y=0$, то $f_1=2f$ і ефективний коефіцієнт сухого тертя покою вкладених конструкцій дорівнює подвоєному фізичному коефіцієнту сухого тертя покою і не змінюється під зовнішньою вібрацією.

Проведені дослідження показали, що залежність ефективного коефіцієнта сухого тертя покою від частоти зовнішньої дії для вкладених конструкцій має резонансний характер. Цей висновок добре узгоджується з виразом (1). Ефективний коефіцієнт сухого тертя покою залежить від співвідношення величини частоти зовнішньої періодичної дії ω та власної частоти коливань верхньої плоскості p . При зміні відношення ω/p від 0 до 1 значення переміщення y , зростаючи досягає максимальної величини. Максимальній величині y відповідає мінімальне значення ефективного коефіцієнта тертя f_1 . Подальше зростання відношення ω/p веде до зменшення величини y , відповідно, до зростання величини f_1 .

Таким чином, зміною значення частоти зовнішньої дії, можна добитися зміни величини ефективного коефіцієнта сухого тертя покою, який відображує кінцевий результат взаємодії контактуючих поверхонь, які здійснюють періодичні переміщення.

На рис. 6 наведені графік залежності сили тертя покою вкладеної конструкції від частоти коливань, який отриманий розрахунковим шляхом (суцільні лінії), і графік залежності сили тертя покою вкладеної конструкції від частоти коливань верхньої

плоскості, який отримано в результаті проведення експериментів (пунктирні лінії). Розрахунки і експерименти проводились для механічної системи з наступними параметрами: $f = 0,6$; $k = 15000 \text{ н/м}$, $A = 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

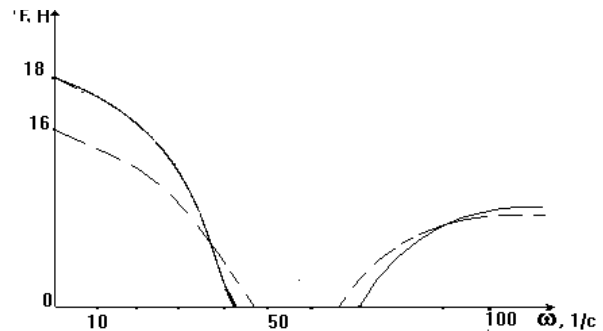


Рис. 6. Графіки залежності сили тертя покою вкладеної конструкції від частоти коливань

Основні результати дослідження. Аналіз результатів досліджень дозволяє зробити наступний висновок:

Вкладеним конструкціям притаманна особлива залежність сили сухого тертя покою від частоти вимушених коливань, яка полягає в тому, що при $\omega \rightarrow \infty$ сила тертя покою між елементами прагне до кінцевої величини (відмінній від нуля), на відміну від класичної розрахункової схеми, коли тіло контактує з вібруючою плоскістю однією поверхнею (для цього випадку при $\omega \rightarrow \infty$ $F \rightarrow 0$) [1,3].

Розглянута спрощена розрахункова схема вкладеної конструкції відповідає реальним конструкціям. Отримані результати пояснюють поведінку вкладених конструкцій і дозволяють забезпечити підвищення надійності конструкцій.

Таким чином, зміною значення частоти зовнішньої дії, можна добитися зміни величини ефективного коефіцієнта сухого тертя покою, який відображає кінцевий результат взаємодії контактуючих поверхонь, які здійснюють періодичні переміщення (тертя і коливання тісно пов'язані між собою). Абсолютно правомочна постановка і такої задачі: коливання - механізм, який керує тертям.

Інший результат виходить у випадку, коли поміж двома "абсолютно" жорсткими паралельними площинами знаходиться однорідне тіло, яке зв'язане з ними за допомогою пружних опор, з'єднаних з тілом, представлено на рис. 7. При прикладанні до тіла гармонічної сили Φ поза межею опор, тіло може почати переміщатися вздовж паралельних площин під дією вібраційної сили $V(t)$, яка направлена паралельно площинам.

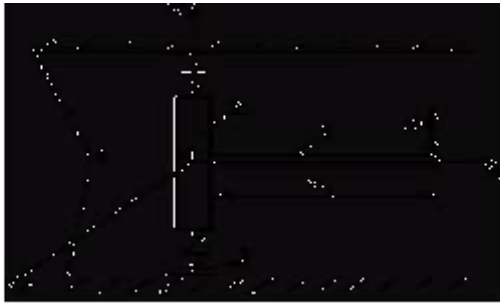
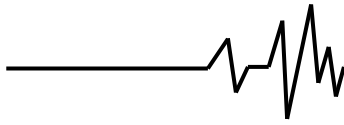


Рис.7. Схема вкладки конструкції, яка складається з консольної балки з закріпленням у основі кінцем

На рисунку представлена вкладена конструкція, яка складається з консольної балки з закріпленням у основі 2 кінцем. Основа балки 2 за допомогою опор 3 пов'язана силою сухого тертя з двома паралельними шорсткими площинами.

В цьому випадку, внаслідок конструктивної асиметрії механічної системи, яка забезпечує переважне можливе переміщення внутрішнього елемента, початок руху пройде під дією сили $T_1 = T_0 - V(t)$.

$$T_0 = f \cdot [k(\Delta y_1 + \Delta y_2) + mg].$$

При цьому:

$$T_1 = f \cdot [k(\Delta y_1 + \Delta y_2) + mg] - V(t).$$

Звідки:

$$f_1 = \frac{T}{N} = \frac{f[k(\Delta y_1 + \Delta y_2) + mg] - V(t)}{k(\Delta y_1 + \Delta y_2) + mg} = f - \frac{V(t)}{k(\Delta y_1 + \Delta y_2) + mg}.$$

При умові $\Delta y_1 = \Delta y_2$ і $m \rightarrow 0$, значення ефективного коефіцієнта сухого тертя покою буде визначатися виразом:

$$f_1 = f \left(1 - \frac{V(t)}{2f \cdot k \cdot \Delta y} \right).$$

Із цього виразу витікає, що зі збільшенням значення $V(t)$ величина ефективного коефіцієнта сухого тертя зменшується.

Для дослідження впливу вимушених коливань на ефективні коефіцієнти сухого тертя вбудованих конструкцій з конструктивною асиметрією були проведені експериментальні дослідження. Експериментальна установка для проведення дослідження впливу вимушених коливань на ефективні коефіцієнти сухого тертя вбудованих конструкцій, наведена в роботі [14].

Проведені експериментальні дослідження підтвердили, що при прикладанні до внутрішнього тіла гармонічної сили Φ поза площею опор, тіло може почати рух вздовж паралельних площин. В цьому випадку внаслідок асиметрії конструкції, що забезпечує переваги можливого руху тіла у визначеному напрямку, необхідно розрізнити

ефективні коефіцієнти сухого тертя покою при русі тіла в позитивному напрямку осі X : f_{1+} і при русі тіла у негативному напрямку осі X : f_{1-} .

Сила тертя покою між опорами внутрішнього тіла та циліндром визначалась за величиною зовнішньої сили $T_{\min+}$ в момент початку руху внутрішнього тіла відносно циліндра в різних напрямках. Значення ефективних коефіцієнтів сухого тертя покою визначали за допомогою виразу:

$$f_{1+-} = \frac{T_{\min+}}{N}.$$

На рис.8 наведені графіки залежності відносних ефективних коефіцієнтів сухого тертя покою від відношення частоти вимушених коливань ω до частоти вільних коливань внутрішнього елемента конструкції p .

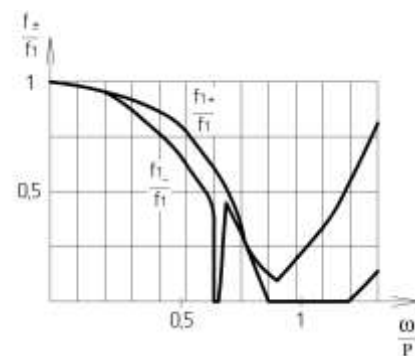
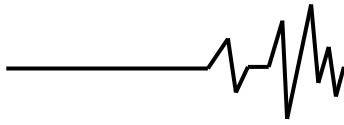


Рис.8. Графіки залежності відносних ефективних коефіцієнтів сухого тертя покою від відношення частоти вимушених коливань ω до частоти вільних коливань внутрішнього елемента конструкції p

Із аналізу графіків витікає, що в залежності від значення ω ефективні коефіцієнти сухого тертя можуть як зменшуватися, так і збільшуватися. При цьому, якщо у визначених діапазонах зміни частоти вимушених коливань $f_{1+} > f_{1-}$ то в інших діапазонах в інших діапазонах може виконуватися протилежна нерівність. Крім того, аналіз графіків показує, що мінімального значення ефективних коефіцієнтів сухого тертя покою вбудованих конструкцій досягають в навколо резонансній області ($0,8 < \omega/p < 1,2$). Однак, на відміну від відомих залежностей ефективних коефіцієнтів сухого тертя покою від частоти вимушених коливань при $\omega/p > 1,3$ ефективні коефіцієнти сухого тертя покою між елементами вбудованих конструкцій не перетворюються в нуль, а прагнуть до значення фізичного коефіцієнта сухого тертя покою.

Таким чином, для вбудованих конструкцій зі зв'язками сухого тертя характерна своя залежність ефективних коефіцієнтів сухого тертя покою від частоти вимушених коливань, що прикладаються перпендикулярно площинам, що коливаються, яка полягає в періодичній зміні величин ефективних



коефіцієнтів сухого тертя покою при резонансних частотах коливань механічної системи.

Висновки:

1. В результаті проведення досліджень процесів взаємодії складових елементів вкладених конструкцій при дії на конструкції вимушених коливань визначено новий ефект зміни ефективних коефіцієнтів сухого тертя між ними.

Результати дослідження дозволяють зробити висновок про те, що вкладеним конструкціям притаманна особлива залежність сили сухого тертя покою від частоти вимушених коливань, яка полягає в тому, що при $\omega \rightarrow \infty$ сила тертя покою між елементами прагне до кінцевої величини (відмінній від нуля), на відміну від класичної розрахункової схеми, коли тіло контактує з віброуючою плоскістю однією поверхнею (для цього випадку при $\omega \rightarrow \infty F \rightarrow 0$).

2. Отримані нові аналітичні залежності для визначення ефективних коефіцієнтів сухого тертя покою між елементами вкладених конструкцій.

Ефективні коефіцієнти сухого тертя покою залежать від співвідношення величини частоти зовнішньої періодичної дії ω та власної частоти коливань внутрішнього елемента конструкції p . При зміні відношення ω/p від 0 до 1 значення переміщення внутрішнього елемента конструкції u , зростаючи, досягає максимальної величини. Максимальній величині u відповідає мінімальне значення ефективного коефіцієнта тертя f_1 . Таким чином, зміною значення частоти зовнішньої дії, можна добитися зміни величини ефективного коефіцієнта сухого тертя покою, який відображує кінцевий результат взаємодії контактуючих поверхонь, які здійснюють періодичні переміщення.

Проведені експериментальні дослідження впливу вимушених коливань на величини ефективних коефіцієнтів сухого тертя покою вкладених конструкцій з конструктивною асиметрією, підтвердили результати теоретичних положень.

Список використаних джерел

1. Трибологія / Кондрачук М.В., Хабутель В.Ф., Пашечко М.І., Корбут Є.В. Київ: Вид-во Національного Авіаційного університету «НАУ-друк», 2009. 232 с.
2. Обертюх, Р. Р., Слабкий А. В. Триботехніка машинобудівної галузі : навчальний посібник. Вінниця : ВНТУ, 2025. 123 с.
3. Основи трибології : підручник / А. М. Антипенко та ін.; за ред. В. А. Войтова. Харків : ХНТУСГ, 2008. 342 с.
4. Максименко О. П., Лейко О. Є. Основи трибології : навч. посібник. Дніпро : ДДТУ, 2005. 192 с.
5. Дмитриченко М. Ф., Мнацаканов Р. Г., Мікосянчик О. О. Триботехніка та основи надійності машин : навчальний посібник. Київ: Інформавтордор,

2006. 216 с.

6. Триботехніка і надійність машин : навчальний посібник / Ю. О. Харламов та ін. Северодонецьк : Вид-во СНУ ім. В. Даля, 2021. 184 с.

7. Косенко В.А., Кушевська Н.Ф., Добровольський О.Г., Малишев В.В. Сучасні аспекти трибології у транспортних засобах. – Київ: Університет «Україна», 2016. 356 с.

8. Закалов, О.В., Закалов І.О. Основи тертя і зношування в машинах: навчальний посібник. Тернопіль: Видавництво ТНТУ ім. І.Пулля, 2011. 322 с.

9. Коруняк П.С., Керницький І.С., Ніщенко І.І. Автоматизоване вібраційне маніпулювання виробами та віброманіпулятори: монографія; за ред. В.В. Снітинського. Львів:Сполом, 2021. 256 с.

10. Плахтійко М. П., Забуга А. Г. Нелінійна модель фрикційноударної взаємодії твердого тіла з твердою шорсткою площиною *Дослідження в математиці і механіці*. 2015. Т. 20, № 2 (26). С. 26 - 42.

11. Легеза В.П. Динамічні процеси в механічній системі з амортизаційними вантажоопорними вузлами із сухим тертям. *Прикладна механіка*. 2021. 57, №4. С. 96 – 109.

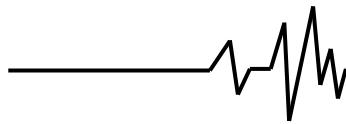
12. Повидайло В.О. Вібраційні процеси та обладнання. Львів: Вид. Національного університету "Львівська політехніка", 2004. 248 с.

13. Омелянов О. М., Замрій М. А. Напрямки підвищення ефективності роботи вібраційних технологічних машин. *Вібрації в техніці та технологіях*. 2020. № 4 (99). С.49-58.

14. Ковтун А.В., Купін С.П., Желновач О.О. Вібраційне переміщення вкладених конструкцій. *Вібрації в техніці та технологіях*. 2025. № 1 (116). С.32 - 39.

References

1. Kondrachuk M.V., Chabutel V.F., Pashechko M.I. & Korbut E.V. (2009). *Trybologiy* [Tribology] K.:NAU-druk [in Ukrainian].
2. Obertuyh R. R. & Slabkyy A.V. (2025). *Trybotehnika mashynobudivnoi galuzi* [Tribotechnology in the mechanical engineering industry] Vinnytsia: VNTU [in Ukrainian].
3. Antypenko A.M. & Voytov V.A. (2008). *Osnovy trybologii* [Basics of tribology] Kharkiv :HNTUSG [in Ukrainian].
4. Maksymenko O.P. & Leyko O.E. (2005). *Osnovy trybologii* [Basics of tribology] Dnipro:DDTU [in Ukrainian].
5. Dmytrichenko M. F., Mnazhakanov R. G. & Mikosyanchyk O. O. (2006). *Trybotehnika ta osnovy nadiynosti mashyn* [Tribotechnics and fundamentals of machine reliability] K. : Inforavtodor [in Ukrainian].
6. Charlamov Yu. O. (2021). *Trybotehnika i nadiynist mashin* [Tribotechnology and machine reliability] Severodoneck : SNU [in Ukrainian].
7. Kosenko V.A., Kushevska N.F.,



Dobrovolskiy O.G. & Malishev O. O. (2016). *Suchasni aspekty trybologii u transportnyh zasobah* [Modern aspects of tribology in vehicles] K.: Universytet «Ukraina» [in Ukrainian].

8. Zakalov O.V. & Zakalov I. O. (2011). *Osnovy tertya i znoshuvannya v mashynah* [Basics of friction and wear in machines] Ternopil: TNTU [in Ukrainian].

9. Korunyak P. S., Kernyskyi I. S., & Nishchenko I. I. (Ed) (2021) *Avtomatyzovane vibratiyne manipulyuvannya vyrobamy ta vibromanipulatory* [Automated vibration manipulation of products and vibration manipulators]. Lviv: Spolom [in Ukrainian].

10. Plahtienko M.P. & Zabuha A. G. (2015) *Nelineyni model frikciyno udarnoudarnoivzayemodiy tverdogo tila z tverdoyu shorstkoyu ploshinoyu* [Nonlinear model of frictional impact interaction of a solid body with a solid rough plane] *Doslidzhennya v matematytsi i mechanitci*, T. 20, № 2 (26). С. 26– 42 [in Ukrainian].

11. Legeza V. P. (2021) *Dynamichni protsesy v mechanichniy systemi z amortyzatsiynymi vantazhoopornymy vuzlamy iz suhym tertyam* [Dynamic processes in a mechanical system with shock-absorbing load-bearing units with dry friction] *Prikladna mechanika*, 4, 96 - 109 [in Ukrainian].

12. Povidaylo V.O. (2004). *Vibratiyni procesy ta obladnannya* [Vibrational processes and equipment]. Lviv: National University "Lviv Polytechnic" [in Ukrainian].

13. Omelyanov O. M., & Zamriy M. A. (2020). *Napryamky pidvyshennya efektyvnosti roboty vibratsiynych technologichnyh mashyn* [Directions for increasing the efficiency of vibration technological machines]. *Vibracyi v tehnici ta tehnologiyah*, 4 (99), 49-58. DOI: 10.37128/2306-8744-2021-4-7 [in Ukrainian].

14. Kovtun A. V., Kupin S.P. & Zhelnovach O.O. (2025). *Vibratsiyni peremishenny vkladnykh konstruktsiy* [Vibrational movement of nested structures]. *Vibracyi v tehnici ta tehnologiyah*, 1(116), 32–39 [in Ukrainian].

ON THE CHANGE OF EFFECTIVE DRY FRICTION COEFFICIENTS DURING VIBRATION OF NESTED STRUCTURES

The article investigates the vibration effects that arise when vibration acts on mechanical systems,

the constituent elements of which are interconnected by dry friction forces, which lead to changes in the properties and behavior of the system. Such structures, some of the constituent elements of which are located inside the others and are interconnected, at least on two opposite surfaces, by dry friction forces are called nested. Nested structures are found quite often in modern technology: transportation of goods, fastening of pipelines, braking devices of machines, etc. The object of the study is the effect of changing the effective coefficients of dry friction in the process of interaction of the constituent elements of nested structures, when forced vibrations act on them.

Based on the method of mathematical modeling, new analytical relationships were obtained for determining the effective coefficients of dry static friction between the elements of nested structures. As a result of conducting research on the processes of interaction of the constituent elements of nested structures under the action of forced vibrations on the structures, a new effect of changing the effective coefficients was determined coefficients of dry friction between them. The results of the study allow us to conclude that that nested structures are characterized by a special dependence of the effective coefficients of dry friction on the frequency of forced oscillations, which consists in the fact that with an increase in the frequency of forced oscillations, the effective coefficients of dry friction at rest between the elements of nested structures tend to a finite value (non-zero), in contrast to the classical calculation scheme, when the body is in contact with a vibrating plane with one surface. By changing the value of the frequency of the external action, it is possible to achieve a change in the value of the effective coefficient of dry static friction, which reflects the final result of the interaction of the contacting surfaces that perform periodic movements.

The conducted experimental studies confirmed the dependence of the effective dry friction coefficients of nested structures on the frequency of forced oscillations.

The results obtained can be used in the creation of vibration systems for moving loads over distances exceeding the capabilities of existing vibration systems.

Key words: nested structures, dry friction, effective coefficients, vibrational effect, forced oscillations.

Відомості про автора

Ковтун Анатолій Васильович кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри «Управління логістикою» Національної академії Національної гвардії України (майдан Захисників України, 3 м. Харків, 61001, Україна; e-mail: kav-60@ukr.net; ORCID ID: [https:// orcid.org/0000-0002-8427-1005](https://orcid.org/0000-0002-8427-1005). Моб. +38(097) 708-04-41.

Kovtun Anatoly Candidate of Technical Sciences, Associate Professor Department of Logistics Management National Academy of National Guard of Ukraine (Defenders of Ukraine Square, 3, Kharkiv, 61001, Ukraine) e-mail: kav-60@ukr.net; ORCID ID: [https:// orcid.org/0000-0002-8427-1005](https://orcid.org/0000-0002-8427-1005). Моб. +38(097) 708-04-41.