



Топільницький В. Г.
к.т.н., доцент

Ребот Д. П.
к.т.н., асистент

*Національний
університет «Львівська
політехніка»*

Topilnytskyu V.

Rebot D.

*Lviv Polytechnic National
University*

УДК 631.3: 631.674

DOI: 10.37128/2306-8744-2021-1-9

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ МЛИНА ВІБРАЦІЙНОГО ТИПУ З ДВОМА ПРИВОДАМИ ТОНКОГО ПОМЕЛУ СИПКИХ МАТЕРІАЛІВ

(Частина 1)

РОЗРОБЛЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ МЛИНА ВІБРАЦІЙНОГО ТИПУ З ДВОМА ПРИВОДАМИ ТОНКОГО ПОМЕЛУ СИПКИХ МАТЕРІАЛІВ

Необхідністю при проведенні операції тонкого помелу матеріалів є мінімізація: часу помелу, енергозатрат на отримання одиниці продукту необхідної якості, негативного впливу на довкілля. Одним шляхів розв'язку цих задач є оптимальне проектування, конструювання, виготовлення та експлуатація млинів тонкого помелу матеріалів, що забезпечується дослідженням їх динаміки на стадії розроблення. Такі дослідження можна провести на основі створених математичних моделей опису руху даних млинів. Це пришвидшить та оптимізує процес дослідження динаміки відповідного млина тонкого помелу матеріалів.

В роботі побудована математична нелінійна параметризована модель млина вібраційного типу тонкого помелу сипких матеріалів для дослідження на її основі динаміки млина з подальшим розробленням оптимальних конструкцій млинів аналогічної будови і принципом функціонування та вибором оптимальних режимів їх експлуатації.

Математична модель представлена як система аналітичних виразів опису руху точок млина, до яких входять у вигляді символічних позначень всі його ключеві параметри (кінематичні, геометричні, силові). Дана модель побудована з використанням рівняння Лагранжа II роду та асимптотичних методів нелінійної механіки. Нелінійність моделі дає змогу адекватно визначити вплив перелічених вище параметрів на амплітуду коливань робочої камери млина як основного чинника інтенсивності перебігу технологічного процесу тонкого помелу сипких матеріалів. Можливість широкого діапазону зміни параметрів млина в отриманій моделі робить її універсальною виходячи з можливості застосування для дослідження динамічних процесів у вібраційних млинах різного типу – форми, розмірів, розташування підвіски, приводу тощо. Також дану модель можна застосовувати для розроблення оптимальних конструкцій вібраційних



млинів для різних галузей промисловості, що застосовуватимуться для помелу різних типів матеріалів в різних об'ємах та продуктивності.

Ключові слова: *вібраційний млин, математична модель, нелінійні рівняння, тонкий помел, сипкий матеріал, дебалансний привод, робоча камера, пружна підвіска.*

Постановка проблеми. Зменшення шляхом подрібнення розмірів різноманітних матеріалів як сировини для її подальшого перероблення та застосування завжди було актуальною прикладною задачею для промисловості та сільського господарства. В залежності від розміру кінцевого шматка матеріалу, отриманого після операції подрібнення, саме подрібнення прийнято поділяти на процес дроблення матеріалу та процес мелення (помелу) матеріалу. Чіткої граничної межі між цими двома технологічними операціями не існує – вона коливається в межах 3 мм габаритного діаметру найбільшого кінцевого шматка матеріалу отриманого після проведення операції подрібнення. Дану роботу присвячено, зокрема, створенню математичної моделі опису руху млина вібраційного типу для тонкого помелу сипких матеріалів. Тонкий помел матеріалів широко використовують при виготовленні: сухих будівельних сумішей (клеїв, цементів, затирок, штукатурок тощо) в будівельній галузі; борошна для хлібобулочних виробів, харчових сумішей та добавок в харчовій галузі промисловості; сумішей порошоків металів та інших зв'язуючих і наповнюючих матеріалів в порошковій металургії; сумішей хімічних речовин у фармації для виготовлення ліків тощо.

В залежності від типу та особливості того чи іншого виробництва переліченого вище, вимоги до кінцевого продукту отриманого тонким помелом є досить різними в аспекті його чистоти та однорідності за формою і розміром окремих частин. Окрім того, всі вони направлені на зменшення часу проведення даної операції, зменшення енергозатрат на отримання одиниці продукту необхідної якості, а саму операцію слід проводити з мінімальним негативним впливом на довкілля. Одним шляхів з розв'язку поставлених задач та цілей є застосування високотехнологічного універсального обладнання – млинів тонкого помелу матеріалів, а їх оптимальне проектування, конструювання, виготовлення та експлуатація забезпечується дослідженням їх динаміки на стадії розроблення. Зокрема таке дослідження динаміки можна провести на основі попередньо створених математичних моделей даних млинів. Причому дані моделі мають бути нелінійного типу та параметризованими. Застосування обчислювальної техніки та

відповідних математичних CAD систем в поєднанні з математичними моделями млинів пришвидшить та оптимізує процес дослідження динаміки відповідного млина тонкого помелу матеріалів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

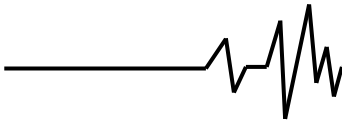
Вібраційні млини – ефективне обладнання для реалізації помелу сипких матеріалів застосовуються на практиці досить давно. Однак розвиток обчислювальної техніки та систем автоматизованого проектування зумовлює необхідність створення нових методів проектування, конструювання та виготовлення даного обладнання як виду вібраційних машин в поєднанні із традиційними методами, що базуються на проведенні експериментальних досліджень, удосконаленні та модернізації вже існуючого обладнання [1].

Вивчення руху окремих складових вібраційних машин, зокрема їх робочих органів, в процесі їх експлуатації теж є досить поширеним [2], [3], однак вони не дають комплексну картину динаміки вібраційної машини при її роботі.

Застосування математичного моделювання у дослідженні динамічних процесів у вібраційних машинах є поширеним методом [4], [5], [6], що передує їх проектуванню. Однак лінеаризація цих моделей, для спрощення перебігу досліджень, часто звужує отримані результати з точки зору універсальності їх застосування для широкої низки вібраційних машин аналогічного призначення та принципу дії, та веде до неповної теоретичної картини відтворення реальних фізичних процесів, що відбуваються при роботі такого обладнання.

Поряд з методами переліченими вище, також на практиці застосовуються методи дослідження динамічних процесів у вібраційних машинах різного призначення, що базуються на застосуванні математичних числових методів та обчислювальної техніки [7].

Доробком авторів представленої роботи слугує низка розроблених нелінійних математичних моделей вібраційних машин різного призначення [8] – поверхневого зміцнення та очищення, сепараторів, дробарок та млинів. На основі цих моделей було проведено дослідження динаміки даних машин



із визначенням оптимальних параметрів їх конструкцій та вибору режимів їх експлуатації.

Формулювання мети досліджень.

Побудова математичної нелінійної параметризованої моделі млина вібраційного типу тонкого помелу сипких матеріалів для подальшого дослідження на її основі динаміки млина з розробленням оптимальних конструкцій млинів аналогічної будови і принципом функціонування та вибором оптимальних режимів їх експлуатації.

Викладення основного матеріалу.

Основними чинниками, які визначають продуктивність вібраційного млина як класу вібраційних машин є амплітуда та частота коливань їх робочої камери. В результаті коливань камери енергія, яка генерується при цьому від приводу машини, затрачається на виконання певного виду робіт для якого призначена дана машина – мелення, дроблення, транспортування, поверхневе зміцнення, очищення тощо. Однак частоту та амплітуду коливань не можливо підвищувати безкінечно, так як це веде до створення великих навантажень на опорні вузли даних вібраційних машин зі всіма негативними наслідками – прискорене зношування, збільшення металоємкості, енергозатрат на експлуатацію, підвищення собівартості самої технологічної операції тощо. Тому для забезпечення підвищення продуктивності та ефективності роботи вібраційних машин (та млинів зокрема) є розроблення їх нових конструкцій із складними траєкторіями робочих камер через застосування системи незалежно приводних генераторів їх коливань, наприклад кількох ексцентрикових незалежних валів, чи кількох незалежних дебалансів. Маючи незначну амплітуду та частоту коливань, що вимагатиме меншої потужності їх приводу, але вдале розташування їх один відносно одного та камери млина, вони зможуть інтенсифікувати передачу коливної енергії від стінок робочої камери млина в центральну її частину, забезпечити її максимально повне перетворення в енергію мелення, забезпечити неперервний процес роботи млина, а відтак підвищити його продуктивність.

Таким чином, виходячи з даних міркувань, для розроблення моделі млина вібраційного типу тонкого помелу сипких

матеріалів вибрано млин, який має два незалежні приводи. Дані приводи розміщені на протилежних боках камери помелу, що може мати форму горизонтального циліндра або U-подібну форму. Кожен привод складається з електричного двигуна змінного струму, пружної (ремінної) компенсуючої муфти, дебалансного валу та блоку дебалансів. В блоці дебалансів можна змінювати неврівноважену обертову масу, величину зміщення його центру мас щодо осі обертання. Також незалежні приводи вібраційного млина можуть забезпечувати: реверс; обертання дебалансів в одному напрямку; обертання дебалансів в різних напрямках – зустрічно один до одного та один від одного; один з приводів може бути вимкнутий, а інший мати реверсні рухи.

В результаті цього, за допомогою даної системи приводів та їх розміщення щодо робочої камери, можна забезпечити велику кількість варіантів коливань робочої камери вібраційного млина в тому числі складних, а відповідно і велике число варіантів проведення операцій тонкого помелу сипкого матеріалу в середині самої камери. Також слід наголосити на тому, що осі робочої камери та двох дебалансних валів є паралельними та достатньо віддаленими одна відносно одної. В результаті цього кожен блок дебалансів, обертаючись, створює: силу збурення коливань за рахунок відцентрової сили обертового руху неврівноваженої маси дебалансу; колильний момент відносно осі камери млина, так як вісь обертання дебалансів зміщена відносно осі камери, і плечем цього моменту буде відстань між цими осями, а силою моменту – буде відцентрова сила генерована обертовим рухом дебалансу.

Дебалансні вали та їх опори, блоки дебалансів, робоча камера розміщені на системі витих пружин, які кріпляться до рами млина. На цій же рамі розміщено статично приводні електродвигуни, які передають обертовий момент на вали дебалансів через пружні ремінні компенсуючі муфти.

Запропонована принципова схема млина вібраційного типу для тонкого помелу сипких матеріалів зображена на рис. 1. На ньому позначено: 1 – робоча камера, 2 – блоки дебалансів, 3 – пружна ремінна компенсуюча муфта, 4 – пружна підвіска, 5 – рама млина).

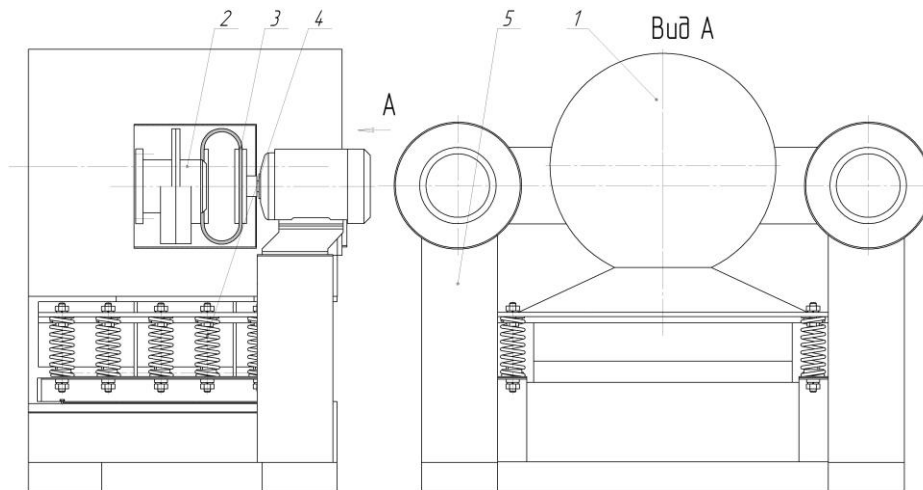
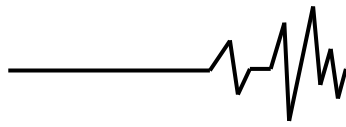


Рис. 1. Принципова схема млина вібраційного типу для тонкого помелу сипких матеріалів

Основний робочий коливний рух камери млина, який створює енергію мелення, є рух камери в площині обертового руху дебалансів. Рухи в інших напрямках мають порівняно низьку амплітуду коливань ніж амплітуда коливань в площинах обертання дебалансів. Тому ними можна знехтувати, при побудові моделі, не зменшуючи точність кінцевого результату досліджень. Всі дебаланси блоків обертаються у площинах перпендикулярних до осей камери та дебалансних валів. Всі ці площини є також паралельними між собою. Таким чином коливну

картину млина можна з достатньою точністю розглядати як рух перерізу камери в довільній площині, яка перпендикулярна осі циліндра камери та осям валів дебалансу. Відповідно, з достатньою точністю припускаємо, що всі точки перерізу вібраційного млина в площині перпендикулярній осі камери перебувають в плоскому русі. А саму розрахункову схему млина вібраційного типу для тонкого помелу сипких матеріалів можна представити у вигляді зображеному на рис. 2.

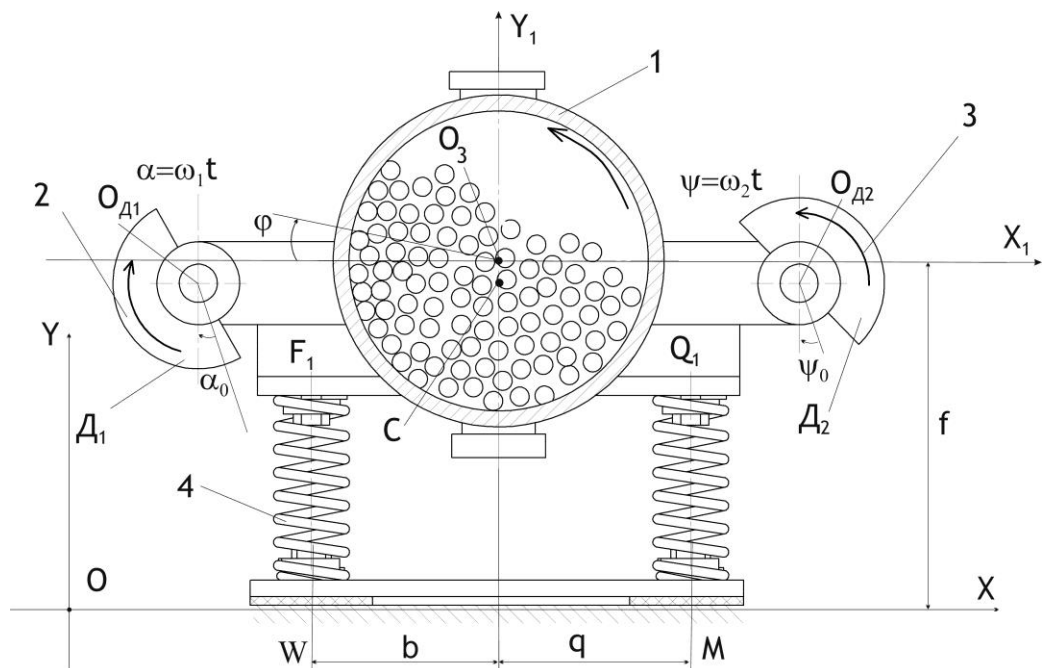


Рис. 2. Розрахункова схема млина вібраційного типу для тонкого помелу сипких матеріалів.

Нехай (рис. 2) 1 – камера млина з навесним обладнанням, сумарна коливна маса

якої рівна M_k . До її складу входить маса наповнення камери $M_n = M_{tm} + M_m$, що



складається з сумарних мас тіл мелення M_{tm} та маси матеріалу, що підлягає меленню M_m . Також до її складу входить маса самої камери з горловинами завантаження і вивантаження, ребрами жорсткості, опорами тощо $M_{кам}$, дві маси дебалансних валів $M_{дв}$ та чотири маси блоків дебалансів $M_{ді}$. Тобто:

$$M_k = M_{tm} + M_m + M_{кам} + 2M_{дв} + 4M_{ді}.$$

Дана маса має відповідний момент інерції щодо осі камери млина, що складається з суми моментів інерцій перелічених вище мас:

$$I_k = I_{tm} + I_m + I_{кам} + 2I_{дв} + 4I_{ді}.$$

Нехай 2 та 3 відповідно лівий та правий блоки дебалансів масами $M_{д1}$ та $M_{д2}$. Відстані зміщення їх центрів мас щодо осі обертання їх дебалансних валів складають r_1 та r_2 . Виберемо дві системи координат: XOY – нерухома система та $X_1O_3Y_1$ – система, яка прив'язана до камери млина вібраційного типу для тонкого помелу сипких матеріалів та рухається разом з нею. Нехай φ – можливий кут повороту перерізу млина при його плоскому русі в площині обертового руху дебалансів. В точці C розташовано центр мас камери млина, причому вона зміщена відносно точки O_3 на відстань s . Нехай координати осі лівого дебалансного валу відносно осі камери O_3 будуть k_1 та l_1 , правого відповідно будуть k_2 та l_2 . Кутова швидкість обертового руху лівого валу складатиме ω_1 , правого, відповідно, ω_2 . Позначимо через α_0 і ψ_0 – початкові фази розташування блоків дебалансів відносно вертикалі, а через $\alpha = \omega_1 t$ і $\psi = \omega_2 t$ – відповідні кути повороту блоків при роботі млина. Нехай C_1 жорсткість

пружин підвіски 4 лівої сторони млина, C_2 – відповідно, правої сторони млина. Довжина пружин статичного млина WF і MQ складає L_{np} . Довжина пружин млина в динаміці – WF_1 і MQ_1 . Позначимо через b та q – відстань від вертикальних центральних осей пружин підвіски млина до вертикальної осі Y_1 .

Математична модель опису руху млина вібраційного типу для тонкого помелу сипких матеріалів представлена як система виразів опису руху точок млина, до якої входять усі його параметри (кінематичні, геометричні та силові). Дана модель побудована із використанням рівняння Лагранжа II роду та асимптотичних методів нелінійної механіки.

Класичне рівняння Лагранжа II роду можна подати виразом:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0, \quad (1)$$

в якому $L = T - (\Pi + \Pi_p)$ – Лангранжианова функція, $(T = T_k + T_{д1} + T_{д2}$ – кінетична енергія досліджуваного млина у вигляді суми кінетичних енергій камери млина та дебалансних блоків, Π – сумарна потенціальна енергія рухомої частини млина (камери млина та дебалансних блоків), Π_p – сумарна потенціальна енергія усіх пружин підвіски млина, q_j – обрані узагальнені координати: $q_1 = x_{o3}$, $q_2 = y_{o3}$, $q_3 = \varphi$, та їх перші похідні (швидкості по кожній відповідній координаті) $\dot{q}_1 = \dot{x}_{o3}$, $\dot{q}_2 = \dot{y}_{o3}$, $\dot{q}_3 = \dot{\varphi}$.

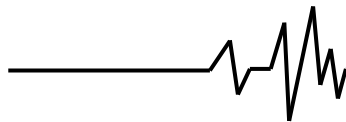
Кінетична енергія камери млина:

$$T_k = \frac{(M_{tm} + M_m + M_{кам} + 2M_{дв} + 4M_{ді})}{2} (\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2) + \frac{1}{2} (I_{tm} + I_m + I_{кам} + 2I_{дв} + 4I_{ді}) \dot{\varphi}^2$$

Кінетична енергія дебалансних блоків:

$$T_{деб} = \frac{M_{д1}}{2} (\dot{x}_{д1}^2 + \dot{y}_{д1}^2) + \frac{M_{д2}}{2} (\dot{x}_{д2}^2 + \dot{y}_{д2}^2)$$

Сумарна потенціальна енергія рухомої частини млина:



$$\Pi = M_{Д1}gh_1 + M_{Д2}gh_2 + (M_{ТМ} + M_{М} + M_{кам} + 2M_{ДВ} + 4M_{ді})gh_3$$

де h_1, h_2, h_3 – відповідні значення вертикальних переміщень центрів мас камери

та мас дебалансних блоків за певний час роботи млина:

Лангранжианова функція тоді буде мати вигляд (2):

$$L = \frac{(M_{ТМ} + M_{М} + M_{кам} + 2M_{ДВ} + 4M_{ді})}{2} (\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2) + \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2 + \frac{M_{Д1}}{2} (\dot{x}_{Д1}^2 + \dot{y}_{Д1}^2) +$$

$$+ \frac{M_{Д2}}{2} (\dot{x}_{Д2}^2 + \dot{y}_{Д2}^2) - \left[\frac{C_1}{2} \left((F_1 W - L_{пр})^2 - \left(\frac{(M_{ТМ} + M_{М} + M_{кам} + 2M_{ДВ} + 4M_{ді})g}{C_1 + C_2} \right)^2 \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{C_2}{2} \left((Q_1 M - L_{пр})^2 - \left(\frac{(M_{ТМ} + M_{М} + M_{кам} + 2M_{ДВ} + 4M_{ді})g}{C_1 + C_2} \right)^2 \right) + M_{Д1}gh_1 + M_{Д2}gh_2 + (M_{ТМ} + M_{М} + M_{кам} + 2M_{ДВ} + 4M_{ді})gh_3 \right] =$$

$$= \frac{(M_{ТМ} + M_{М} + M_{кам} + 2M_{ДВ} + 4M_{ді})}{2} \left((\dot{x}_{o3} + S \cos \varphi \cdot \dot{\varphi})^2 + (\dot{y}_{o3} + S \sin \varphi \cdot \dot{\varphi})^2 \right) + \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2 + \frac{M_{Д1}}{2} \times$$

$$\times \left((\dot{x}_{o3} + r_1 \cos(\omega_1 t + \varphi + \alpha_0) \cdot (\omega_1 + \dot{\varphi}) + l_1 \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} - k_1 \cos \varphi \cdot \dot{\varphi})^2 + (\dot{y}_{o3} + r_1 \sin(\omega_1 t + \varphi + \alpha_0) \cdot (\omega_1 + \dot{\varphi}) - l_1 \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} - k_1 \sin \varphi \cdot \dot{\varphi})^2 \right) + \frac{M_{Д2}}{2} \times$$

$$\times \left((\dot{x}_{o3} + r_2 \cos(\omega_2 t + \varphi + \psi_0) \cdot (\omega_2 + \dot{\varphi}) - l_2 \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} - k_2 \cos \varphi \cdot \dot{\varphi})^2 + (\dot{y}_{o3} + r_2 \sin(\omega_2 t + \varphi + \psi_0) \cdot (\omega_2 + \dot{\varphi}) + l_2 \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} - k_2 \sin \varphi \cdot \dot{\varphi})^2 \right) - \left(\frac{C_1}{2} \times \right.$$

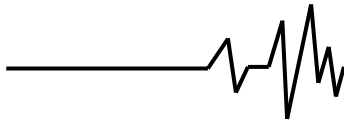
$$\times \left[\left(\sqrt{\left(\frac{x_{o3} - b \cos \varphi + f \sin \varphi + b}{+ f \sin \varphi + b} \right)^2 + \left(\frac{y_{o3} - b \sin \varphi - f \cos \varphi + f + L_{пр} - (M_{ТМ} + M_{М} + M_{кам} + 2M_{ДВ} + 4M_{ді})g}{C_1 + C_2} \right)^2} - L_{пр} \right)^2 - \left. \left(\frac{(M_{ТМ} + M_{М} + M_{кам} + 2M_{ДВ} + 4M_{ді})g}{C_1 + C_2} \right)^2 \right] +$$

$$+ \frac{C_2}{2} \left[\left(\sqrt{\left(\frac{x_{o3} + q \cos \varphi + f \sin \varphi - q}{+ f \sin \varphi - q} \right)^2 + \left(\frac{y_{o3} + q \sin \varphi - f \cos \varphi + f + L_{пр} - (M_{ТМ} + M_{М} + M_{кам} + 2M_{ДВ} + 4M_{ді})g}{C_1 + C_2} \right)^2} - L_{пр} \right)^2 - \left. \left(\frac{(M_{ТМ} + M_{М} + M_{кам} + 2M_{ДВ} + 4M_{ді})g}{C_1 + C_2} \right)^2 \right] +$$

$$+ (M_{ТМ} + M_{М} + M_{кам} + 2M_{ДВ} + 4M_{ді})g(y_{o3} - S \cos \varphi) +$$

$$+ M_{Д1}g(y_{o3} + r_1 \cos \alpha_0 - r_1 \cos(\omega_1 t + \varphi + \alpha_0) - l_1 \sin \varphi + k_1 \cos \varphi) +$$

$$+ M_{Д2}g(y_{o3} + r_2 \cos \psi_0 - r_2 \cos(\omega_2 t + \varphi + \psi_0) + l_2 \sin \varphi + k_2 \cos \varphi).$$



Після знаходження та підстановки виразів по X_{o3} , Y_{o3} , φ та їх похідних у вираз (1) використовуючи (2) та деяких подальших математичних перетворень, отримуємо систему аналітичних математичних виразів – диференціальних рівнянь виду:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{o3} + \omega^2 x_{o3} = \varepsilon f_x(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0); \\ \ddot{y}_{o3} + \omega^2 y_{o3} = \varepsilon f_y(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0); \\ \ddot{\varphi} + \omega_\varphi^2(t) \varphi = \varepsilon' f_\varphi(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{x}_c, \ddot{y}_c). \end{cases} \quad (3)$$

В даному виразі:

$$\varepsilon = \frac{1}{M_{TM} + M_M + M_{кам} + 2M_{дв} + 4M_{ді}}, \quad \varepsilon \ll 1,$$

$$\varepsilon' \approx \varepsilon,$$

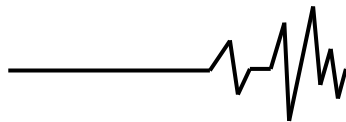
$$\omega = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{M_{TM} + M_M + M_{кам} + 2M_{дв} + 4M_{ді}}} -$$

власна частота коливного руху рухомої частини млина, $\omega_\varphi(t)$ – частота коливного руху

рухомої частини млина в плоскому русі в площині обертання дебалансних блоків.

Розв'язок системи (3) побудовано із застосуванням асимптотичних методів нелінійної механіки [9]:

$$\begin{aligned} x_{o3} = & x_0 \sin\left(\sqrt{\frac{C_1 + C_2}{M_K}} t + \alpha_x\right) + \frac{\varepsilon}{\sqrt{\frac{C_1 + C_2}{M_K}}} \int_0^t \left(-\ddot{\varphi} \left(M_K S \cos \varphi + M_{д1} \left(r_1 \cos(\omega_1 t + \varphi + \alpha_0) + l_1 \sin \varphi - k_1 \cos \varphi \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + M_{д2} \left(r_2 \cos(\omega_2 t + \varphi + \psi_0) - l_2 \sin \varphi - k_2 \cos \varphi \right) \right) - \right. \\ & - (\dot{\varphi})^2 \left(-M_K S \sin \varphi + M_{д1} \left(-r_1 \sin(\omega_1 t + \varphi + \alpha_0) + l_1 \cos \varphi + k_1 \sin \varphi \right) + \right. \\ & \left. + M_{д2} \left(-r_2 \sin(\omega_2 t + \varphi + \psi_0) - l_2 \cos \varphi + k_2 \sin \varphi \right) \right) + \\ & + M_{д1} r_1 \sin(\omega_1 t + \varphi + \alpha_0) (\omega_1^2 + 2\omega_1 \dot{\varphi}) + M_{д2} r_2 \sin(\omega_2 t + \varphi + \psi_0) (\omega_2^2 + 2\omega_2 \dot{\varphi}) - \\ & - C_1 \left(\sqrt{(x_{o3} - b \cos \varphi + f \sin \varphi + b)^2 + \left(y_{o3} - b \sin \varphi - f \cos \varphi + f + L_{np} - \frac{M_K g}{C_1 + C_2} \right)^2} - L_{np} \right) \times \\ & \times \left[- \frac{x_{o3} - b \cos \varphi + f \sin \varphi + b}{\sqrt{(x_{o3} - b \cos \varphi + f \sin \varphi + b)^2 + \left(y_{o3} - b \sin \varphi - f \cos \varphi + f + L_{np} - \frac{M_K g}{C_1 + C_2} \right)^2}} - \right. \\ & - C_2 \left(\sqrt{(x_{o3} + q \cos \varphi + f \sin \varphi - q)^2 + \left(y_{o3} + q \sin \varphi - f \cos \varphi + f + L_{np} - \frac{M_K g}{C_1 + C_2} \right)^2} - L_{np} \right) \times \\ & \times \left[- \frac{x_{o3} + q \cos \varphi + f \sin \varphi - q}{\sqrt{(x_{o3} + q \cos \varphi + f \sin \varphi - q)^2 + \left(y_{o3} + q \sin \varphi - f \cos \varphi + f + L_{np} - \frac{M_K g}{C_1 + C_2} \right)^2}} \right] \times \\ & \times \sin \left(\sqrt{\frac{C_1 + C_2}{M_K}} (t - u) \right) du, \end{aligned} \quad (4)$$



$$\begin{aligned}
 y_{o3} = & y_o \sin\left(\sqrt{\frac{C_1 + C_2}{M_K}} t + \alpha_y\right) + \frac{\varepsilon}{\sqrt{\frac{C_1 + C_2}{M_K}}} \int_0^t \left(-\ddot{\varphi} \left(M_K S \sin \varphi + M_{Д1} \left(r_1 \sin(\omega_1 t + \varphi + \alpha_0) - l_1 \cos \varphi - k_1 \sin \varphi \right) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + M_{Д2} (r_2 \sin(\omega_2 t + \varphi + \psi_0) + l_2 \cos \varphi - k_2 \sin \varphi) \right) - \right. \\
 & - (\dot{\varphi})^2 \left(M_K S \cos \varphi + M_{Д1} (r_1 \cos(\omega_1 t + \varphi + \alpha_0) + l_1 \sin \varphi - k_1 \cos \varphi) + \right. \\
 & \left. + M_{Д2} (r_2 \cos(\omega_2 t + \varphi + \psi_0) - l_2 \sin \varphi - k_2 \cos \varphi) \right) + \\
 & - M_{Д1} r_1 \cos(\omega_1 t + \varphi + \alpha_0) (\omega_1^2 + 2\omega_1 \dot{\varphi}) - M_{Д2} r_2 \sin(\omega_2 t + \varphi + \psi_0) (\omega_2^2 + 2\omega_2 \dot{\varphi}) - \\
 & - C_1 \left(\sqrt{(x_{o3} - b \cos \varphi + f \sin \varphi + b)^2 + \left(y_{o3} - b \sin \varphi - f \cos \varphi + f + L_{np} - \frac{M_K g}{C_1 + C_2} \right)^2} - L_{np} \right) \times \\
 & \times \left[\frac{y_{o3} - b \sin \varphi - f \cos \varphi + f + L_{np} - \frac{M_K g}{C_1 + C_2}}{\sqrt{(x_{o3} - b \cos \varphi + f \sin \varphi + b)^2 + \left(y_{o3} - b \sin \varphi - f \cos \varphi + f + L_{np} - \frac{M_K g}{C_1 + C_2} \right)^2}} - \right. \\
 & - C_2 \left(\sqrt{(x_{o3} + q \cos \varphi + f \sin \varphi - q)^2 + \left(y_{o3} + q \sin \varphi - f \cos \varphi + f + L_{np} - \frac{M_K g}{C_1 + C_2} \right)^2} - L_{np} \right) \times \\
 & \times \left[\frac{y_{o3} + q \sin \varphi - f \cos \varphi + f + L_{np} - \frac{M_K g}{C_1 + C_2}}{\sqrt{(x_{o3} + q \cos \varphi + f \sin \varphi - q)^2 + \left(y_{o3} + q \sin \varphi - f \cos \varphi + f + L_{np} - \frac{M_K g}{C_1 + C_2} \right)^2}} + M_K g \right] \times \sin \left(\sqrt{\frac{C_1 + C_2}{M_K}} (t - u) \right) du \\
 \varphi = & \varphi_0 \cos \left(\left(\sqrt{\frac{-C_1(b^2 + af) - C_2(q^2 + af) + g(M_K S - M_{Д1} k_1 - M_{Д2} k_2)}{M_K S^2 + I + M_{Д1}(r^2 + l^2 + k^2)}} \right) t + \right. \\
 & \left. + \frac{B}{4 \cdot \varphi_0} \left(l \left(\frac{\cos(\omega_2 t + \psi_0)}{\omega_2} - \frac{\cos(\omega_1 t + \alpha_0)}{\omega_1} \right) + k \left(\frac{\sin(\omega_2 t + \psi_0)}{\omega_2} - \frac{\sin(\omega_1 t + \alpha_0)}{\omega_1} \right) \right) \right)
 \end{aligned}$$

Отримана система аналітичних виразів (4) призначена для опису руху початку координат рухомої системи $X_1 O_3 Y_1$, тобто точки O_3 , що прив'язана до камери млина вібраційного типу для тонкого помелу сипких матеріалів (рухається разом з нею), та кута φ повороту перерізу млина при його плоскому русі в площині обертового руху дебалансів.

На основі отриманої системи нескладно буде знайти рівняння руху довільної точки млина обраного перерізу з координатами X_{i_3} , Y_{i_3} за формулами виду:

$$\begin{aligned}
 X_{i_3} &= x_{o3} + x_i \cos \varphi(t) - y_i \sin \varphi(t), \\
 Y_{i_3} &= y_{o3} + x_i \sin \varphi(t) + y_i \cos \varphi(t), \quad (5)
 \end{aligned}$$



що пов'язують системи координат $X_1O_3Y_1$ та XOY .

Маючи наявні аналітичні вирази опису руху точок млина, можна побудувати їх траєкторії руху, визначити амплітуду їх коливань та вплив параметрів млина на ці показники. А маючи амплітуду та частоту коливань обраної точки, можна визначити ефективність процесу мелення в цій точці чи зоні млина. Таким чином можна сформувати загальну картину коливного руху робочої камери млина, визначити величину та вагомість параметрів, які впливають на амплітуду її коливань як основного чинника інтенсивності процесу мелення.

Висновки. Розроблена математична модель для дослідження динаміки млина вібраційного типу тонкого помелу сипких матеріалів є нелінійною та універсальною. Вона представляє собою низку аналітичних виразів в якій в символічному форматі входять основні кінематичні, геометричні та силові параметри вібраційного млина з дебалансним приводом та пружною підвіскою. Нелінійність моделі дає змогу адекватно визначити вплив перелічених вище параметрів на амплітуду коливань робочої камери млина як основного чинника інтенсивності перебігу технологічного процесу тонкого помелу сипких матеріалів. Можливість широкого діапазону зміни параметрів млина в отриманій моделі робить її універсальною, виходячи з можливості застосування для дослідження динамічних процесів у вібраційних млинах різного типу – форми, розмірів, розташування підвіски, приводу тощо. Також дану модель можна використати для розроблення оптимальних конструкцій вібраційних млинів для різних галузей промисловості, що застосовуватимуться для помелу різних типів матеріалів в різних об'ємах та продуктивності.

На основі отриманої моделі авторами заплановано провести дослідження динамічних процесів вібраційного млина для тонкого помелу сипких матеріалів, що застосовується в харчовій та переробній галузі, з наступним розробленням, на основі отриманих результатів, конструкції вібраційного млина універсального типу, її виготовленням та практичним впровадженням у виробництво.

Список використаних джерел

1. Дзеджула О. М. Особливості конструювання вібраційних змішувачів. *Вібрації в техніці і технологіях*. 2019. № 4 (95). С. 24–30.

2. Lawinska K., Modrzewski R. Analysis of sieve holes blocking in a vibrating screen and a rotary and drum screen. *Journal «Fizykochemiczne Problemy Mineralurgii – Physicochemical Problems of Mineral Processing»*. 2017. Vol. 53. P. 812–828.

3. Zhou N. Dynamic characteristics analysis and optimization for lateral plates of the vibration screen. *Journal of Vibroengineering (J. VIBROENG)*. 2015. Vol. 17 (4). P. 1593–1604.

4. Субач А. П. Динамика процессов и машин объемной обработки. Рига : Зинатне, 1991. 240 с.

5. Симоненко Т. Е., Барсуков В. А. О разработке математической модели для обработки незакрепленных деталей. *Вісник Донбаської державної машинобудівної академії*. 2011. № 2 (23). С. 201–205.

6. Орищенко С. В., Мацюк Б. В. Дослідження динаміки вібраційного грохота та оцінка його ефективності. *Вібрації в техніці і технологіях*. 2013. № 3 (71). С. 120–125.

7. Ivanov K., Vaisberg L. New Modelling and Calculation Methods for Vibrating Screens and Separators. *Journal «Lecture Notes in Control and Information Sciences»*. 2015. Vol. 22. P. 55–61.

8. Topilnytsky V., Rebot D., Sokil M., Velyka O., Liaskovska S., Verkhola I., Kovalchuk R., Dzyubyk L. Modeling the dynamics of vibratory separator of the drum type with concentric arrangement of sieves. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2017. Vol 2, No 7(86): Applied Mechanics. P. 26–35.

9. Митропольский Ю. А. Нелинейная механика. Одночастотные колебания. К. : Ин-т математики НАН Украины, 1997. 385 с.

Список джерел в транслітерації

1. Dzhedzhula, O.M. (2019). Osoblivosti konstruyuvannya vibracijnych zmischuvachiv [Features of vibration mixers design]. *Vibratsiyi v tekhnitsi ta tekhnolohiyakh – Vibrations in engineering and technology*, 4 (95), 24–30. [in Ukrainian].

2. Lawinska, K. and Modrzewski, R. (2017). Analysis of sieve holes blocking in a vibrating screen and a rotary and drum screen. *Journal «Fizykochemiczne Problemy Mineralurgii – Physicochemical Problems of Mineral Processing»*, 53, 812–828.

3. Zhou, N. (2015). Dynamic characteristics analysis and optimization for lateral plates of the vibration screen. *Journal of Vibroengineering (J. VIBROENG)*, 17(4), 1593–1604.

4. Subach A.P. (1991). *Dynamica processov i mashyn obyemnoy obrabotky [Dynamics of processes and machines of volumetric processing]*. Riga: Zinatne [in Russian].

5. Symonenko T. E. (2011). O razrabotke matematycheskoi modeli dlia obrabotky



nezakreplennykh detalei [The development of a mathematical model for processing loose parts]. *Visnyk Donbaskoi derzhavnoi mashynobudivnoi akademii – Bulletin of Donbass State and Machine-Building Academy*, 2 (23), 201–205 [in Russian].

6. Oryshchenko S.V. and Matsiuk B.V. (2013). Doslidzhennia dynamiky vibratsiinoho hrokhota ta otsinka yoho efektyvnosti [Research of the dynamics of vibrating screen and evaluation of its effectiveness]. *Vibratsiyni v tekhnitsi ta tekhnolohiyakh – Vibrations in engineering and technology*, 3 (71), 120–125. [in Ukrainian].

7. Ivanov, K. and Vaisberg, L. (2015). New Modelling and Calculation Methods for Vibrating Screens and Separators. *Journal «Lecture Notes in Control and Information Sciences»*, 22, 55–61.

8. Topilnytskyi V., Rebot D., Sokil M., Velyka O., Liaskovska S., Verkhola I., et al. (2017). Modeling the dynamics of vibratory separator of the drum type with concentric arrangement of sieves. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Applied Mechanics*, 2, 7 (86), 26–35.

9. Mitropolskii Yu. A. (1997). *Nelineynaya mekhanika. Odnochastotnye koljebaniya [Nonlinear mechanics. Single frequency oscillations]*. Kyiv: Ins.matematiki NAN Ukrainy [in Russian].

ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ МЕЛЬНИЦЫ ВИБРАЦИОННОГО ТИПА С ДВУМЯ ПРИВОДАМИ ТОНКОГО ПОМОЛА СИПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ

(Часть 1)

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МЕЛЬНИЦЫ ВИБРАЦИОННОГО ТИПА С ДВУМЯ ПРИВОДАМИ ТОНКОГО ПОМОЛА СИПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ

Необходимостью при проведении операции тонкого помола материалов является минимизация: времени помола, энергозатрат на получение единицы продукта требуемого качества, негативного воздействия на окружающую среду. Одним из путей решения этих задач является оптимальное проектирование, конструирование, изготовление и эксплуатация мельниц тонкого помола материалов, что обеспечивается исследованием их динамики на стадии их разработки. Такие исследования можно провести на основе созданных математических моделей для описания движения данных мельниц. Это ускорит и оптимизирует процесс исследования динамики соответствующей мельницы тонкого помола материалов.

В работе предложено конструкцию и построено математическую нелинейную параметризованную модель мельницы

вибрационного типа с двумя приводами тонкого помола сыпучих материалов для дальнейшего исследования на ее основе динамики мельницы с разработкой оптимальных конструкций мельниц аналогического строения и принципа функционирования с выбором оптимальных режимов их эксплуатации.

Математическая модель представлена как система аналитических выражений описания движения точек мельницы, в которую входят в виде символьных обозначений все ее параметры (кинематические, геометрические, силовые). Данная модель построена с использованием уравнения Лагранжа и асимптотических методов нелинейной механики. Нелинейность модели позволяет адекватно определить влияние вышеперечисленных параметров на амплитуду колебаний рабочей камеры мельницы как основного фактора интенсивности протекания технологического процесса тонкого помола сыпучих материалов.

Возможность широкого диапазона изменения параметров мельницы в модели делает ее универсальной исходя из возможности применения для исследования динамических процессов в вибрационных мельницах различного типа с двумя или одним приводом, которые отличаются формой, размером, расположением подвески, и т. п. Также данную модель можно применять для разработки оптимальных конструкций вибрационных мельниц для различных отраслей промышленности, которые будут применяться для помола различных типов материалов в различных объемах и производительности.

Ключевые слова: вибрационная мельница, математическая модель, нелинейные уравнения, тонкий помол, сыпучий материал, дебалансный привод, рабочая камера, упругая подвеска.

RESEARCH OF THE DYNAMICS OF VIBRATION MILL WITH TWO DRIVES FOR BULK MATERIALS FINE GRINDING

(Part 1)

DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL FOR THE RESEARCH OF THE DYNAMICS OF VIBRATION MILL WITH TWO DRIVES FOR BULK MATERIALS FINE GRINDING

Reducing by grinding the size of various materials as raw materials for its further use is an urgent applied task. The requirements for the final product obtained by fine grinding are its homogeneity in shape and size of individual parts. It is necessary to reduce the time of the grinding operation, reduce energy consumption to obtain a unit of product of the



required quality. One way to solve the problem is to use high-tech universal equipment, namely mills for fine grinding of materials. One way to solve the given problem is to use high-tech universal equipment, namely mills for fine grinding of materials. Their optimal design, construction, manufacture and operation are ensured by studying their dynamics at the stage of their development. In particular, such a study of the dynamics can be carried out on the basis of previously created mathematical models of these mills. The use of computer technology and appropriate mathematical CAD systems will speed up and optimize the process of studying the dynamics of the corresponding mill of fine grinding of materials. The purpose of the research is to build a mathematical nonlinear parameterized model of vibrating mill with two drives for bulk materials fine grinding for further study on its basis the dynamics of the mill with the development of optimal designs for mills with similar structure and the principle of operation and selection of optimal modes of operation.

The mathematical model is presented as a system of expressions describing the of the mill points motion, which will include in the form of symbolic symbols all its parameters (kinematic,

geometric, dynamic, force). This model is constructed using the Lagrange equation of the second kind and asymptotic methods of nonlinear mechanics. The mathematical model for studying of the dynamics of vibration mill with two drives for bulk materials fine grinding is nonlinear and universal. The non linearity of the model makes it possible to adequately determine of the above parameters influence on the amplitude of oscillations of the mill working chamber as the main factor in the intensity in the technological process of the fine grinding bulk materials fine grinding. The possibility of a wide range of changes in the parameters of the mill in the obtained models makes it universal based on the possibility of application for the study of dynamic processes in vibrating mills of different types with two or one drive which are different by shape, size, location of the suspension and more. This model can also be used to develop optimal designs for vibrating mills for different industries, which will be used to grind different types of materials in different volumes and productivity.

Key words: vibrating mill, mathematical model, nonlinear equations, fine grinding, bulk material, unbalance drive, working chamber, elastic suspension.

Відомості про авторів

Топільницький Володимир Григорович – кандидат технічних наук, доцент кафедри «Проектування та експлуатація машин» Національного університету «Львівська політехніка» (вул. С. Бандери, 12, м. Львів, Україна, 79013, e-mail: topilnvol@gmail.com).

Ребот Дарія Петрівна – кандидат технічних наук, асистент кафедри «Проектування та експлуатація машин» Національного університету «Львівська політехніка» (вул. С. Бандери, 12, м. Львів, Україна, 79013, e-mail: dasha_kotlyarova@ukr.net).

Топильницький Владимир Григорьевич – кандидат технических наук, доцент кафедры «Проектирование и эксплуатация машин» Национального университета «Львовская политехника» (ул. С. Бандеры, 12, г. Львов, Украина, 79013, e-mail: topilnvol@gmail.com).

Ребот Дария Петровна – кандидат технических наук, ассистент кафедры «Проектирование и эксплуатация машин» Национального университета «Львовская политехника» (ул. С. Бандеры, 12, г. Львов, Украина, 79013, e-mail: dasha_kotlyarova@ukr.net).

Topilnytskyi Volodymyr – PhD, Associate Professor of the Department of Designing and Operation of Machines of the Lviv Polytechnic National University (S. Bandery str., 12, Lviv, Ukraine, 79013, e-mail: topilnvol@gmail.com).

Rebot Dariya – PhD, Assistant of the Department of Designing and Operation of Machines of the Lviv Polytechnic National University (S. Bandery str., 12, Lviv, Ukraine, 79013, e-mail: dasha_kotlyarova@ukr.net).