

**Борисюк Д.В.**

к.т.н., доцент

**Вінницький національний
технічний університет****Твердохліб І.В.**

к.т.н., доцент

Купчук І.М.

к.т.н., доцент

**Вінницький національний
аграрний університет****Ковальчук О.О.**

інженер

ФГ "Нива"**Borysiuk D.**Ph.D. of Engineering, Senior
Lecturer**Vinnitsia National
Technical University****Tverdokhlib I.**Ph.D. of Engineering, Associate
Professor**Kupchuk I.**PhD in Engineering, Associate
Professor**Vinnitsia National Agrarian
University****Kovalchuk O.**

engineer

FG "Niva"**УДК 620.004****DOI: 10.37128/2306-8744-2023-4-2****МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ
ВІБРОАКУСТИЧНОГО СИГНАЛУ
ОТРИМАНОВОГО ПРИ
ВІБРОАКУСТИЧНОМУ
ДІАГНОСТУВАННІ МАШИН**

Сучасний етап розробки та використання засобів діагностування характеризується інтенсивною комп'ютеризацією. Обчислювальна техніка використовується на всіх етапах проектування діагностичних систем, але, безумовно, головну роль вона відіграє у процесі обробки та аналізу діагностичної інформації.

Вібродіагностика ґрунтується на вимірюванні характеристик коливних процесів (переміщення, швидкості чи прискорення), які утворюються під час взаємодії деталей працюючої машини чи механізму, та їх аналізі за різними методами. Віброакустичний сигнал має складну структуру, що залежить від динаміки механізму, а також типу і характеру взаємодії вузлів, з яких він складається.

Прискорення є похідною від швидкості і може використовуватись для оцінки тенденції зміни технічного стану машини. Зміна величини переміщення (амплітуди вібрації) у спектрі частот використовується в задачах пошуку різноманітних дефектів.

Віброакустичний сигнал має складну структуру, містить корисну складову та перешкоду, яка перешкоджає точному розпізнаванню інформації, що міститься в сигналі. Крім того, виникають спотворення при проходженні діагностичного сигналу каналами від джерела до датчика.

У статті представлено математичну модель віброакустичного сигналу отриманого при віброакустичному діагностуванні машин. Визначено, що математичним представленням сигналу, який буде використовуватися для розгляду способів його перетворення з метою виділення його параметрів і діагностичних ознак, служить функція часу $s(t)$, задана в інтервалі $[0, T]$. Здатність сигналу надавати інформацію про стан об'єкта обумовлена тим, що деякі його властивості мають можливість змінюватися в залежності від зміни стану. Для того щоб діагностична задача була вирішеною, різним станам об'єкта повинні відповідати різні сигнали, причому ця відповідність повинна бути взаємно однозначною.

Ключові слова: математична модель, віброакустичний сигнал, віброакустичне діагностування, математичний аналіз, функція, спектр, ряд Фур'є.

Вступ. Сучасний етап розробки та використання засобів діагностування характеризується інтенсивною комп'ютеризацією. Обчислювальна техніка використовується на всіх етапах проектування діагностичних систем, але, безумовно, головну роль вона відіграє у процесі

обробки та аналізу діагностичної інформації.

Віброакустичне діагностування, будучи розділом технічної діагностики, являє собою галузь знань, яка включає теорію і методи організації процесів розпізнавання технічних станів машин і механізмів за початковою інформацією,



що міститься у віброакустичному сигналі.

Вібраційне діагностування об'єктів проводиться в три етапи: первинний опис вібраційного стану об'єкту, виділення ознак і прийняття рішення. Вибір стратегії діагностування визначається видом і частотою повторень несправностей, пов'язаних з певним етапом життєвого циклу механізму, умовами функціонування, ступенем необхідності діагностування та очікуваним економічним ефектом.

На етапі пошуку інформативних ознак обмежують кількість вимірюваних параметрів вібрації, шуму і ударів. При цьому з безлічі параметрів, що характеризують вібраційний процес, виділяють тільки ті, які характеризують стан об'єкту. По цих параметрах формують інформативну систему ознак, використовуваних при діагностуванні.

Вибір діагностичних параметрів вібрації залежить від типів досліджуваних механізмів, амплітудного і частотного діапазонів вимірюваних на них коливань.

Аналіз досліджень та публікацій. При вивченні експериментально виміряних параметрів вібрацій виникає необхідність побудови статистичних оцінок різних параметрів, що характеризують аналізований процес [1-5]. Однак підбір літератури і тим більше її практичне застосування, потребує від спеціалістів високої математичної підготовки. Крім того, багато джерел [6-9], містять у собі ряд спеціальних питань статистичних оцінок.

У більшості робіт вітчизняних та зарубіжних авторів по дослідженню параметрів вібрацій не приділяється потрібна увага стосовно побудови математичних і фізичних моделей віброакустичних сигналів, а без цього неможливо провести порівняльний аналіз різних статистичних методів контролю та діагностування.

Основна частина. Математичним представленням сигналу (рис. 1), який буде використовуватися для розгляду способів його перетворення з метою виділення його параметрів і діагностичних ознак, служить функція часу $s(t)$, задана в інтервалі $[0, T]$. Здатність сигналу надавати інформацію про стан об'єкта обумовлена тим, що деякі його властивості мають можливість змінюватися в залежності від зміни стану. Для того щоб діагностична задача була вирішуваною, різним станам об'єкта повинні відповідати різні сигнали, причому ця відповідність повинна бути взаємно однозначною. При цьому необхідно встановити, чим можуть відрізнятися один від одного сигнали і як кількісно оцінити їх відмінність. Це питання зводиться до з'ясування відмінності між собою функцій.

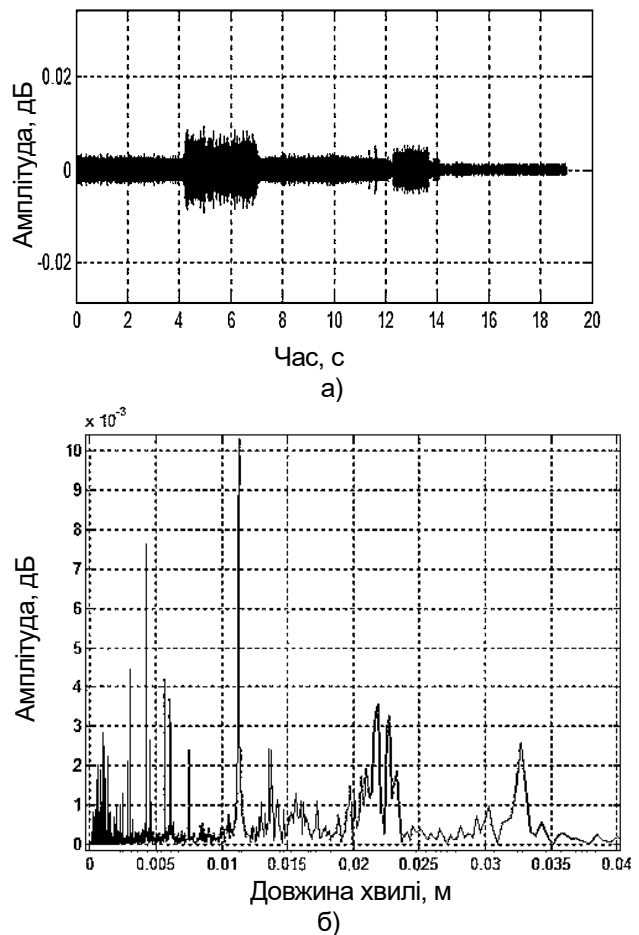
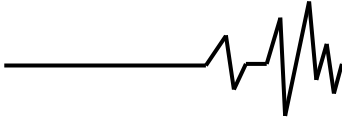


Рис. 1. Осцилограма віброакустичного сигналу (а) та її спектральний аналіз (б)

Клас діагностичних сигналів зазвичай задають двома параметрами: тривалістю сигналу T і шириною спектру $\Delta f_C = [f_H, f_B]$ (де f_H, f_B – відповідно низькочастотна і високочастотна складова сигналу). Значення цих параметрів встановлюється для даного класу об'єктів. При виборі T зазвичай доводиться приймати компромісне рішення. Чим більша тривалість аналізованого сигналу, тим більше повні і надійні відомості про стан об'єкта можна з нього отримати. Але, з іншого боку, якщо тривалість сигналу велика, то дуже важко забезпечити протягом цього часу стабільність умов роботи об'єкта і апаратури. При аналого-цифровому перетворенні сигналу оптимальна його тривалість визначається з похибки отримання оцифрованого сигналу і роздільну здатності по частоті. При цьому необхідно задати довжину вибірки і період дискретизації, які визначають і ширину спектра сигналу. При багатоканальних вимірах довжина вибірки буде визначати час роботи датчиків. Від тривалості сигналу T залежить і час, необхідний для постановки діагнозу.

Отже, будемо розглядати клас сигналів фіксованої тривалості T , спектри яких лежать всередині фіксованого частотного діапазону $[f_H, f_B]$.



Щоб розгляду надати математичний характер, перш за все необхідно вирішити питання про математичну форму подання сигналу. Це завдання вирішується теорією апроксимації, в якій розглядаються способи наближеного представлення функцій одного класу функціями іншого класу.

Таким чином, необхідно знайти таку функцію $F(t)$, яка була б близька до певному розумінні до заданої функції $s(t)$ і могла служити заміною останньої. Обмежимо її тим, що замість довільної функції $F(t)$ будемо для наближення використовувати функції певного класу, а саме многочлен виду

$$F(t) = \sum_{i=0}^n a_i \varphi_i(t), \quad (1)$$

де a_i – постійні коефіцієнти;

$\varphi_i(t)$ – відомі функції.

В якості функцій виду $\varphi_i(t)$ доцільно використовувати функції, що мають просту структуру, наприклад систему функцій виду $1, t, t^2, \dots$ або $1, \cos \omega_1 t, \sin \omega_1 t, \cos 2\omega_1 t, \sin 2\omega_1 t, \dots$

При використанні першої системи апроксимуюча функція є алгебраїчним многочленом n -го ступеня:

$$F(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_n t^n, \quad (2)$$

при використанні другої системи функцій апроксимація проводиться тригонометричним многочленом:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n (a_k \cos k\omega_1 t + b_k \sin k\omega_1 t), \quad (3)$$

де a_0, a_1, a_2, a_n – амплітуди складових компонентів вібрації;

ω_1 – кутова частота коливання;

t – поточний час.

В останньому поліномі b_k , як і a_k , є постійними коефіцієнтами. Поліноми (2) і (3) називаються лінійним розкладом заданої функції на складові.

Модель сигналу будується в базисі ортонормованих функцій. Розглянемо основні властивості таких функцій.

Скалярним добутком функцій $\varphi_1(t)$ і $\varphi_2(t)$ називають інтеграл від їх множення, взятий на інтервалі $[0, T]$:

$$\rho = \int_0^T \varphi_1(t) \varphi_2(t) dt. \quad (4)$$

$$\int_0^T s(t) \varphi_k(t) dt = a_0 \int_0^T \varphi_0(t) \varphi_k(t) dt + \dots + a_k \int_0^T \varphi_k^2(t) dt + \dots \quad (9)$$

У зв'язку з взаємною ортогональністю функцій $\varphi_i(t)$, всі складові в правій частині виразу (4) дорівнюють нулю, за винятком k -го члена. Звідси

Функції $\varphi_1(t)$ і $\varphi_2(t)$ називають ортогональними, якщо їх скалярний добуток дорівнює нулю, тобто коли

$$\int_0^T \varphi_1(t) \varphi_2(t) dt = 0. \quad (5)$$

Сукупність функцій $\varphi_i(t)$ при $i = 0, 1, \dots$ називається ортогональною системою, якщо будь-які дві функції цієї сукупності ортогональні. Легко переконатися, що сукупність тригонометричних функцій $1, \cos \omega_1 t, \sin \omega_1 t, \cos 2\omega_1 t, \sin 2\omega_1 t, \dots$, заданих на інтервалі $[0, T]$, де $\omega_1 = 2\pi/T$, є ортогональною системою.

Система функцій $\varphi_i(t)$ називається нормованою, якщо скалярний добуток кожної функції системи сам на себе дорівнює одиниці, тобто якщо

$$\int_0^T \varphi_i^2(t) dt = 1. \quad (6)$$

І, нарешті, система функцій $\varphi_i(t)$ буде повною, якщо не існує функції $s(t)$, що не входить в дану систему, яка була б ортогональна хоча б однієї функції системи.

З перших функцій $\varphi_i(t)$; $i = 0, 1, 2, \dots, n-1$ повної ортогональної системи можна утворити многочлен $F(t)$, для якого

$$\int_0^T (s(t) - F(t))^2 dt \leq \varepsilon, \quad (7)$$

де $\varepsilon > 0$ – задана точність наближення.

Для знаходження коефіцієнтів a_i цього многочлена представимо сигнал $s(t)$ у вигляді нескінченного ряду функцій ортонормованої системи:

$$s(t) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i \varphi_i(t), \quad (8)$$

Функції $\varphi_i(t)$ можна розглядати як орти (одичинні вектори) нескінченно мірної системи координат, а вираз (8) – як розкладення вектора $s(t)$ по координатних осях. Постійний коефіцієнт a_k в цій інтерпретації є проекцією $s(t)$ на k -у вісь. Для його визначення необхідно вектор $s(t)$ помножити скалярно на одиничний вектор $\varphi_k(t)$:



$$a_k = \int_0^T s(t) \varphi_k(t) dt. \quad (10)$$

У теорії математичного аналізу доводиться відповідність ряду (8) до заданої функції $s(t)$, якщо його коефіцієнти визначаються співвідношенням (10). Цей ряд називають рядом Фур'є. Коефіцієнти a_k дуже швидко зменшуються зі збільшенням індекса k , тому, починаючи з деякого $k = n$, всі члени ряду можна відкинути, залишивши перші n члени. Останній многочлен представлятиме задану функцію з похибкою

$$\varepsilon = \sum_{i=n+1}^{\infty} a_i \varphi_i(t), \quad (11)$$

яка визначається видом функції $s(t)$ і величиною n .

Висновок. Модель сигналу, побудована з урахуванням наведених вище положень, може використовуватися при розгляді способів перетворення сигналу для виділення його характеристик і діагностичних ознак.

Список використаних джерел

1. Бурау Н. І., Марчук П. І. Виділення діагностичних ознак і тріщин в лопатках авіаційних двигунів шляхом вейвлет-перетворення нестационарного акустичного сигналу. *Фізичні методи та засоби контролю середовищ матеріалів та виробів*. 2001. Вип. 6. С. 219-224.
2. Заміховський Л. М., Калявін В. П. Основи теорії надійності і технічної діагностики. Івано-Франківськ: Полум'я, 2004. 360 с.
3. Копей Б. В., Стефанишин О. І., Копей І. Б. Аналіз надійності редукторів верстатів-гойдалок. *Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ*. 2006. № 4(21). С. 96-99.
4. Бандура В. В. Дослідження вібростану глибоко-насосних штангових установок. *Розвідка і розробка нафтових і газових родовищ. Сер.: Методи і засоби технічної діагностики*. 1999. Вип. 36 (т. 8). С. 301-310.
5. Борисюк Д. В., Яцковський В. І. Системи вимірювання та аналізу вібрації, удару і шуму. *Вібрації в техніці та технологіях*. 2013. № 4 (72). С. 5-12.
6. Борисюк Д. В., Спірін А. В., Твердохліб І. В., Гунько І. В. Методика визначення місця встановлення акселерометрів при віброакустичному діагностуванні керованих мостів колісних сільськогосподарських тракторів. *Подільський вісник: сільське господарство, техніка, економіка*. 2017. Вип. 27. С. 112-119.
7. Борисюк Д. В., Спірін А. В., Твердохліб І. В., Гунько І. В. Віброакустичне діагностування керованих мостів колісних сільськогосподарських тракторів. *Сільськогосподарські машини*. 2017. Вип. 37. С. 6-16.

8. Біліченко В. В., Романюк О. Н., Яцковський В. І., Борисюк Д. В. Монтаж акселерометрів при віброакустичному діагностуванні машин і механізмів. *Техніка, енергетика, транспорт АПК*. 2017. № 2 (97). С. 52-55.

9. Яцковський В. І., Борисюк Д. В., Романюк О. Н., Біліченко В. В. Аналого-цифрове перетворення віброакустичних сигналів. *Вібрації в техніці та технологіях*. 2017. № 2 (85). С. 78-80.

References

1. Burau N.I., & Marchuk P.I. (2001). Vydilennya diahnostychnykh oznak i trishchyn u lopatkakh aviatsiynykh dyvuhuniv shlyakhom veyvlet-peretvorennya nestatsionarnoho akustychnoho syhnalu [Detection of diagnostic signs and cracks in the blades of aircraft engines due to wavelet-conversion of a non-stationary acoustic signal]. *Fizychni metody ta zasoby kontrolyu seredovyshch materialiv ta vyrobiv - Physical methods and means of controlling the media of materials and products*, 6, 219-224 [in Ukrainian].
2. Zamikhovskyy L. M., & Kalyavin V. P. (2004). *Osnovy teoriiy nadiynosti ta tekhnichnoyi diahnostryky* [Fundamentals of the theory of reliability and technical diagnostics]. Ivano-Frankivsk: Polum'ya [in Ukrainian].
3. Kopyi B. V., Stefanishyn O. I., & Kopyi I. B. (2006). Analiz nadiynosti reduktoriv verstativ-kachalok [Reliability analysis of gearboxes of rocking machines]. *Rozvidka ta rozrobka naftovykh ta hazovykh rodovyshch - Exploration and development of oil and gas deposits*, № 4 (21), 96-99 [in Ukrainian].
4. Bandura V. V. (1999). Doslidzhennya vibrostanu hlybynno-nasosnykh shtanhovykh ustanovok [Research on the state of vibration of submersible pump rod installations]. *Rozvidka ta rozrobka naftovykh ta hazovykh rodovyshch. Ser.: Metody ta zasoby tekhnichnoyi diahnostryky - Exploration and development of oil and gas fields. Ser.: Methods and means of technical diagnostics*, 36 (t. 8), 301-310 [in Ukrainian].
5. Borysyuk D. V., & Yatskovskyy V. I. (2013). Systemy vymiryuvannya ta analizu vibratsiyi, udaru ta shumu [Measurement and analysis systems of vibration, impact and noise]. *Vybratsiyi u tekhnitsi ta tekhnolohiyakh - Vibrations in engineering and technology*, 4 (72), 5-12 [in Ukrainian].
6. Borysyuk D. V., Spirin O. V., Tverdokhlib I. V., & Hun'ko I. V. (2017). Metodyka vyznachennya mistysya vstanovlennya akselerometriv pry vibroakustychnomu diahnostuvanni kerovanykh mostiv kolisnykh sil'skohospodars'kykh traktoriv [The method of determining the place of installation of accelerometers during vibroacoustic diagnosis of steerable bridges of wheeled agricultural tractors]. *Podil's'ky visnyk: sil's'ke hospodarstvo, tekhnika, ekonomika - Podilsky Visnyk: agriculture, technology, economy*, 27, 112-119 [in Ukrainian].
7. Borysyuk D. V., Spirin O. V., Tverdokhlib I. V., & Hun'ko I. V. (2017). Vybroakustychno



diahnostuvannya kerovanykh mostiv kolisnykh sil'skohospodars'kykh traktoriv [Vibroacoustic diagnostics of steered axles of wheeled agricultural tractors]. Sil'skohospodars'ki mashyny - *Agricultural machinery*, 37, 6-16 [in Ukrainian].

8. Bilichenko V. V., Romanyuk O. M., Yatskovs'kyi V. I., & Borysyuk D. V. (2017). Montazh akselerometriv pry vybroakustychnomu diahnostuvanni mashyn ta mekhanizmiv [Installation of accelerometers for vibroacoustic diagnosis of machines and mechanisms]. *Tekhnika, enerhetyka, transport APK - Technology, energy, transport of agricultural industry*, 2 (97), 52-55 [in Ukrainian].

9. Yatskovs'kyi V. I., Borysyuk D. V., Romanyuk O. M., & Bilichenko V. V. (2017). Analohotsyrove peretvorennya vibroakustychnykh syhnaliv [Analog-digital conversion of vibroacoustic signals]. *Vybratsiyi u tekhnitsi ta tekhnolohiyakh - Vibrations in engineering and technology*, 2 (85), 78-80 [in Ukrainian].

MATHEMATICAL MODEL OF VIBROACOUSTIC SIGNAL OBTAINED DURING VIBROACOUSTIC DIAGNOSTICS OF MACHINES

The modern stage of development and use of diagnostic tools is characterized by intensive computerization. Computer technology is used at all stages of designing diagnostic systems, but, of course, it plays the main role in the process of processing and analyzing diagnostic information.

Vibrodiagnostics is based on measuring the characteristics of vibration processes (displacement, speed or acceleration) that are formed during the interaction of parts of a working machine or

mechanism, and their analysis by various methods. The vibroacoustic signal has a complex structure that depends on the dynamics of the mechanism, as well as the type and nature of the interaction of the nodes that make it up.

Acceleration is a derivative of speed and can be used to assess the tendency of a machine's technical condition to change. The change in the amount of movement (amplitude of vibration) in the frequency spectrum is used in the tasks of finding various defects.

The vibroacoustic signal has a complex structure, contains a useful component and an obstacle that prevents accurate recognition of the information contained in the signal. In addition, distortions occur when the diagnostic signal passes through the channels from the source to the sensor.

The mathematical model of the vibroacoustic signal obtained during the vibroacoustic diagnosis of machines is presented in the article. It was determined that the time function $s(t)$ specified in the interval $[0, T]$ serves as a mathematical representation of the signal, which will be used to consider methods of its transformation in order to highlight its parameters and diagnostic features. The ability of the signal to provide information about the state of the object is due to the fact that some of its properties can change depending on the state change. In order for the diagnostic problem to be solved, different signals must correspond to different states of the object, and this correspondence must be mutually unambiguous.

Key words: *mathematical model, vibroacoustic signal, vibroacoustic diagnostics, mathematical analysis, function, spectrum, Fourier series.*

Відомості про авторів

Борисюк Дмитро Вікторович – кандидат технічних наук, старший викладач кафедри автомобілів та транспортного менеджменту Вінницького національного технічного університету (21021, м. Вінниця, вул. Воїнів–Інтернаціоналістів, 7, ауд. 3222, e-mail: bddv@ukr.net, <https://orcid.org/0000-0001-8572-6959>).

Твердохліб Ігор Вікторович – кандидат технічних наук, доцент кафедри загальнотехнічних дисциплін та охорони праці Вінницького національного аграрного університету (21008, м. Вінниця, вул. Сонячна 3, ВНАУ, 21008, e-mail: igor_tverdokhlib@yahoo.com, <https://orcid.org/0000-0003-1350-3232>).

Купчук Ігор Миколайович – кандидат технічних наук, доцент кафедри загальнотехнічних дисциплін та охорони праці Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, 21008, Україна, +380978173992, kupchuk.igor@i.ua, <http://orcid.org/0000-0002-2973-6914>)

Ковальчук Олег Олександрович – інженер ФГ "Нива".

Borysiuk Dmytro – Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer of the department of automobiles and transport management of Vinnytsia National Technical University (21021, Vinnytsia, VoinovInternationalistov st., 7, room 3222, e-mail: bddv@ukr.net, <https://orcid.org/0000-0001-8572-6959>).

Tverdokhlib Igor – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of General Technical Disciplines and Labor Protection of Vinnytsia National Agrarian University (21008, Vinnytsia, st. Sonyachna 3, VNAU, 21008, e-mail: igor_tverdokhlib@yahoo.com, <https://orcid.org/0000-0003-1350-3232>).

Kupchuk Ihor – Ph. D in Engineering, Associate Professor of the Department of General Technical Disciplines and Labor Protection, Vinnytsia National Agrarian University (3, Sonychna St., Vinnytsia, 21008, Ukraine, +380978173992, kupchuk.igor@i.ua, <http://orcid.org/0000-0002-2973-6914>).

Kovalchuk Oleg is an engineer at "Niva" FG.