**Надутый В. П.**

д.т.н., професор

Чолишкіна В. В.к.т.н., старший науковий
співробітник**Курілов В. С.**

аспірант

Институт**геотехнической механики
им. Н.С. Полякова НАН
Украины****Nadutiy V.P.**

D.Sc., professor,

Chelyshkina V.V.

Ph.D., Senior Researcher,

Kurilov V.S.

postgraduate student.

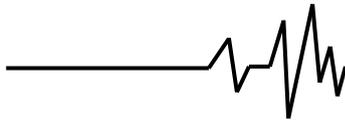
**Institute of Geotechnical
Mechanics named by N.****Poljakov of NAS of Ukraine****УДК 532.5.011: 622.33: 622.752.3****DOI: 10.37128/2306-8744-2021-2-3****ИЗВЛЕЧЕНИЕ МИНЕРАЛЬНОГО
СЫРЬЯ ЗАДАННОЙ КРУПНОСТИ И
ПЛОТНОСТИ ИЗ ГОРНОЙ МАССЫ
ВИБРАЦИОННЫМ МЕТОДОМ**

Вибрационные процессы широко используются в технике при переработке сыпучих материалов для повышения эффективности таких операций как транспортирование, перемешивание, разделение по крупности и вещественному составу, уплотнение. Теоретические исследования процессов виброперемещения частиц в сыпучих средах под действием вибрации представлены большим числом математических моделей, однако многие из них нуждаются в сравнении с экспериментальными данными. Практический интерес представляет определение времени всплытия относительно крупных или наиболее плотных частиц на поверхность слоя дробленой горной массы под действием вертикальной компоненты вибрации. В статье представлены результаты экспериментального исследования этого процесса. Выполнен комплекс экспериментов по извлечению частиц базальта из туфовой горной массы (отходы базальтовых карьеров), железистых кварцитов из массы отвальной породы и относительно крупных частиц гранита из дробленой массы гранита. Обработка экспериментов с помощью программы SPSS Statistics позволила проанализировать процесс и получить регрессионные модели для определения времени всплытия частицы заданных размеров и плотности из горной массы, в том числе получены две обобщенные регрессионные модели. В первой из них переменными являлись амплитуда и частота вибрации, крупность частиц среды составляла 25 мм, плотность частиц среды 1,6-2,8 г/см³, всплывающие под действием вибрации частицы имеют крупность 50 мм, их плотность варьируется от 2,5 до 5,1 г/см³. Во второй модели для A= 5 мм, w=30 Гц дополнительным переменным фактором является крупность всплывающей частицы, которая изменяется от 50 до 25 мм. Полученные уравнения позволяют определить время всплытия и прогнозировать извлечение частиц заданной крупности и плотности на ленте конвейера под действием вибрации без проведения громоздких экспериментов.

Ключевые слова: вибрация, горные породы, сыпучая масса, время всплытия частиц, регрессия.

Постановка проблемы. Вибрационное оборудование для обработки различных сыпучих сред широко применяется в горнорудной, угольной, строительной промышленности, сельском хозяйстве для таких технологических процессов, как транспортирование, дозирование, перемешивание, разделение, уплотнение. В Институте геотехнической механики НАН Украины

выполняются исследования вибрационных процессов и разработка виброоборудования для рудоподготовки минерального сырья [1-4]. В этой области широко известны работы И.И. Блехмана, Л.А. Вайсберга, Р.Ф. Ганиева, И.Ф. Гончаревича, Э.Э. Лавендела, Р.Ф. Нагаева, Г.Я. Пановко, В.Н. Потураева, А.О. Спиваковского, А.Г. Червоненко и многих других.



Существует обширный класс вибрационных устройств и аппаратов для бесситной сепарации и классификации материалов. Их преимуществом перед традиционным виброгрохочением является отсутствие износа и забивки отверстий сит, за счет использования режима виброкипения снижает износ рабочих несущих поверхностей.

Практический опыт, отраженный в работах многих исследователей, показывает, что при вибрационном взвешивании частиц в зернистых смесях, например, при наложении круговых горизонтальных колебаний, среда проявляет вязкостные свойства. Крупные частицы ведут себя в среде мелких частиц, как в псевдожидкости: частицы меньшей плотности, чем среда, всплывают, частицы большей плотности тонут. И.И. Блехман и В.Я. Хайнман в 1968 году установили, что при вертикальных гармонических колебаниях с ускорениями, превышающими g , происходит всплытие крупной частицы высокой плотности в среде легких мелких частиц и одновременное всплытие крупных частиц малой плотности. За счет того, что виброускорение выше g , сопротивление движению крупной тяжелой частицы вверх меньше сопротивления движению вниз. Такое всплытие частиц, по сути, является одним из проявлений сегрегации материала за счет вибрации.

Анализ последних исследований и публикаций. При построении математической модели движения частиц в сыпучей среде под действием вибрации возникают существенные затруднения. Они вызваны тем, что среда представляет собой динамический объект свойства которого постоянно меняются под действием вибрации. Теоретический анализ виброперемещения частицы чаще всего выполняется с применением классических методов вибрационной механики, путем построения уравнений движения для модели сыпучей среды представленной в виде системы дискретных масс, связанных между собой упруго-вязко-пластическими элементами [5-7]. В некоторых моделях сыпучую среду представляют в виде твердого тела или объекта с определенными реологическими свойствами, который находится в напряженно-деформированном состоянии. Для двух- и многофазных сред характер движения частиц зависит от сил межфазного взаимодействия, описанию которых посвящены работы Р.И. Нигматулина, Г.М. Островского, С. Соу и других. При описании относительного движения фаз, например, используется модель межфазного взаимодействия, учитывающая скачкообразное изменение свойств дисперсной фазы при увеличении ее объемной концентрации.

Для процессов вибрационного транспортирования, перемешивания,

классификации, сепарации, уплотнения характерен динамический режим с подбрасыванием частиц. Он сопровождается разрыхлением материала и периодическим нарушением связей между отдельными частицами. Под действием ускорения вибрации свойства дисперсной среды меняются, возникают, так называемые, неустойчивые связи, что ведет к дополнительным эффектам. Теоретические исследования систем с неустойчивыми связями, в частности, виброкипящего слоя, привлекают большое внимание. Для описания таких моделей используется вероятностный подход, рассматриваются модели с добавлением стохастического члена к основному уравнению движения, который интерпретируется как внешнее воздействие. Для численного решения таких стохастических дифференциальных уравнений используется, например, метод Рунге–Кутты и другие [1, 5, 7, 8].

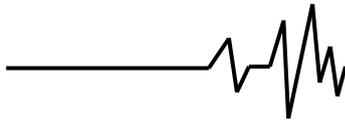
Нерешенная ранее часть общей проблемы. Не смотря на большое количество теоретических работ, остается высокой актуальность экспериментальных исследований процесса сегрегации и всплытия частиц сыпучей массы под действием вибрации. Так, для моделей разной степени точности необходимо сравнение с экспериментальными данными, также требуется экспериментальное определение ряда коэффициентов, например, сухого и вязкого трения для минеральных частиц разной природы.

Для практических целей разделения сыпучих сред по крупности и плотности за счет вибрации требуется не столько установить траекторию движения частиц, сколько определить время всплытия частиц заданного размера и плотности. Эту задачу мы решали путем проведения прямых экспериментов по всплытию минеральных частиц: базальта из туфа (отвальная порода базальтового карьера), частиц гематита и магнетита из нежелезненных кварцитов (отвалы железорудных карьеров) и крупных частиц гранита из дробленой гранитной массы.

Целью работы являлось провести оценку времени всплытия крупных частиц из дробленой горной массы за счет вибрации на основании обработки экспериментальных результатов методом регрессионного анализа.

Основные результаты. Проведены три комплекса экспериментов, которые моделируют, например, процессы в вертикальном вибрационном смесителе при наложении соосных вертикальных колебаний. По типу всплывающей частицы эксперименты условно названы «базальт», «железная руда», «гранит»:

1. Базальт. Частица базальта с крупностью $d_c = 50; 35; 25$ мм, $\rho_c = 2,5$ г/см³ за счет



вибрации всплывает в среде из частиц туфа с крупностью $d_c=25$ мм, плотностью $\rho_c=1,6$ г/см³.

2. Железная руда. Частица гематита крупностью $d_c=50; 35; 25$ мм, $\rho_c=5,1$ г/см³ за счет вибрации всплывает в среде частиц пустой породы крупностью $d_c=25$ мм, плотностью $\rho_c=2,6$ г/см³ (кварциты, роговики, песчаники).

3. Гранит. Частица гранита крупностью $d_c=50; 35$ мм, $\rho_c=2,8$ г/см³ за счет вибрации всплывает в среде, состоящей из частиц гранита крупностью $d_c=25; 20$ мм.

Во всех случаях крупность всплывающей частицы была выше крупности частиц среды. Кроме крупности всплывающей частицы, переменными факторами являлись: среднее квадратичное значение амплитуды колебаний $A=4; 5$ мм и частота $w=20; 25; 30$ Гц.

При экспериментах в прозрачный цилиндрический сосуд диаметром 180 мм загружали слой дробленой горной массы толщиной 240 мм с одним крупным куском на дне и накладывали вертикальное вибровозмущение заданной частоты w и амплитуды A (среднеквадратичные значения). Измерялось время до начала движения крупного куска T_0 и общее время затраченное на всплытие T_0+T при подъеме частицы до отметок 40, 80, 165, 240 мм по высоте. За счет вибрации на поверхности зачастую возникает кипящий слой материала, который превышает начальную толщину слоя, он имеет разную высоту для разных условий опытов. Чтобы исключить влияние кипящего слоя, конечной точкой измерения времени всплытия частицы выбрана высота равная начальной толщине слоя 240 мм. Стенки сосуда ограничивают движение куска. Расположенная вблизи стенки частица, как правило, перемещается вдоль нее. Однако траектория всплытия может быть достаточно сложной, например, иметь вид спирали с неравномерным шагом и диаметром, что говорит о стохастическом характере процесса.

При проведении экспериментов на разных типах породы установлены некоторые общие закономерности, состоящие в следующем:

- при наложении вибрации частица начинает всплывать не сразу, существует определенное время задержки до начала процесса. При одинаковых параметрах вибрации время задержки T_0 может существенно превышать время T затраченное собственно на всплытие. T_0 может составлять от 28-39 до 135-144 % от времени всплытия T . Поскольку практический интерес представляет общее время требуемое для всплытия частицы заданного размера и плотности, то далее определялись зависимости для T_0+T .

- наибольшее время задержки T_0 присуще мелким всплывающим частицам. Например, при $A=5$ мм, $w=30$ Гц частица базальта крупностью 25

мм всплывает в среде из частиц туфа крупностью 25 мм за 95 сек, а время задержки до начала всплытия составляет 137 с. В той же среде частица базальта крупностью 50 мм всплывает за 54 с при задержке 21 с.

- при одних и тех же условиях и параметрах вибрации крупная частица всплывает быстрее, чем мелкая, общее время подъема T_0+T для крупной частицы меньше;

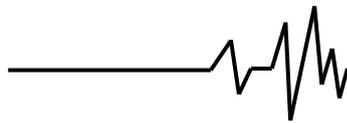
- с увеличением крупности среды скорость всплытия частицы в 80% случаев возрастает при прочих равных условиях (одинаковой амплитуде, частоте и крупности всплывающего куска). Это установлено для всплытия крупного гранита из дробленой гранитной массы и пока не проверено для других условий;

- по окончании времени задержки частица приобретает линейную скорость, которую можно рассчитать в контрольных точках как пройденное расстояние, деленное на время подъема. Анализ показал, что линейная скорость частицы имеет слабо возрастающий характер по мере продвижения к поверхности. При этом в половине опытов зависимость скорости от высоты имела вид гладкой кривой, а в половине - скорость в начальный момент резко (рывком) возрастает, затем так же резко снижается и далее непрерывно слабо возрастает до достижения контрольной точки поверхности.

Учитывая указанные особенности, для анализа экспериментов был выбран метод статистической обработки и построения регрессионных зависимостей для времени задержки T_0 и общего времени затрачиваемого на подъем частицы T_0+T от влияющих переменных факторов. При этом использовалась компьютерная программа статистической обработки данных SPSS Statistics [9].

Метод анализа состоял в том, что для выбранной базы данных последовательно устанавливали три уравнения линейной регрессии, из которых выбирали одно, имеющее наиболее высокий коэффициент корреляции R или R^2 . При этом применяли вначале метод включения всех значимых переменных в уравнение регрессии, т.н. метод *ENTER* при построении уравнения без свободного члена, затем метод *ENTER* для уравнения со свободным членом и далее метод *STEPWISE* - пошагового отбора переменных [9]. Критерий отбора задавался на основе значимости (вероятности) F -статистики, $CRITERIA=PIN(.05) POUT(.10)$ [9]. Оценка достоверности полученных уравнений выполнялась по коэффициенту корреляции R или R^2 и критерию Фишера F , также рассчитывали и оценивали абсолютную $\epsilon_{абс}$ и относительную $\epsilon_{отн}$ ошибку результатов расчета по сравнению с экспериментальными данными.

При анализе опытов по всплытию базальта в туфе и гематита в нежелезненной породе наиболее



хорошие результаты показал метод построения линейной регрессии без свободного члена с помощью встроенной функции *METHOD=ENTER* ($d, A, w, d^2, A^2, w^2, dA, dw, Aw$). При этом в регрессионное уравнение последовательно включаются переменные с наибольшими коэффициентами частной корреляции с

зависимой переменной. Это позволило сократить число членов регрессионного уравнения с 9 до 5 и получить зависимости, имеющие достаточно высокую степень аппроксимации и низкое расхождение расчетных и экспериментальных данных (табл.1).

Таблица 1

Крупность всплывающей частицы 50, 35, 25 мм, размер частиц среды 25 мм. Зависимости времени до начала всплытия T_0 и общего времени подъема частицы T_0+T до высоты 240 мм от переменных факторов

Опыт	T_0, T_0+T	Достоверность
1.Базальт	$T_0 = 0,364 \cdot d^2 - 122,483 \cdot A - 12,983 \cdot A^2 - 1,065 \cdot dw + 10,967 \cdot Aw$	$R^2=0,9999, F= - , \epsilon_{абс}=0,31 \text{ с}, \epsilon_{отн}=0,79 \%$
	$T_0+T = 0,361 \cdot d^2 - 22,7 \cdot A - 29,533 \cdot A^2 - 1,116 \cdot dw + 11,3 \cdot Aw$	$R^2=0,9999, F= 520, \epsilon_{абс} = 2 \text{ с}, \epsilon_{отн} = 1,8 \%$
2.Железная руда	$T_0 = 0,302 \cdot d^2 + 17,178 \cdot A - 27,144 \cdot A^2 - 1,088 \cdot dw + 9,898 \cdot Aw$	$R^2=0,999, F= 142,04, \epsilon_{абс}=3,3 \text{ с}, \epsilon_{отн}=3,3 \%$
	$T_0+T = 1,769 \cdot d^2 - 439,667 \cdot A - 73,6 \cdot A^2 - 5,355 \cdot dw + 51,35 \cdot Aw$	$R^2=0,9999, F= 949,5, \epsilon_{абс}=12,9 \text{ с}, \epsilon_{отн}=5,06 \%$

В опытах 1 и 2 плотности всплывающей частицы и частиц среды существенно различаются, тем не менее, характер уравнений идентичен. Из уравнений табл.1 видно, что время нелинейно зависит от крупности частицы и амплитуды вибрации, по степени влияния на первом месте стоит амплитуда. Зависимость от частоты проявляется, в основном, в виде слагаемого с

произведением $A \cdot \omega$, которое характеризует виброскорость $v = 2\pi \cdot A \cdot \omega$, (мм/с).

Для частиц гранита всплывающих за счет вибрации из дробленой массы гранита сравнивали опыты для двух крупностей дробления – 20 и 25 мм. В обоих случаях использовали одинаковый метод построения уравнений регрессии без свободного члена *ENTER* ($d, A, w, d^2, A^2, w^2, dA, dw, Aw$) (табл.2).

Таблица 2

Время до начала всплытия T_0 и общее время подъема T_0+T до высоты 240 мм частиц гранита всплывающих в среде из дробленого гранита

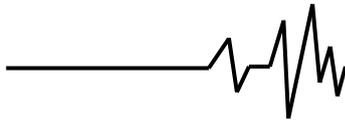
Крупность среды d_c и частицы d_q , мм	T_0, T_0+T	Достоверность
Гранит $d_c=25$ $d_q = 50; 35$	$*T_0 = 100,392 \cdot A - 0,124 \cdot d^2 + 6,96 \cdot A^2 - 2,26 \cdot Aw$	$R=0,981, F= 6,34, \epsilon_{абс} = 16,1 \text{ с}, \epsilon_{отн} = 17,7 \%$
	$*T_0+T = 251,588 \cdot A - 0,196 \cdot d^2 - 3,51 \cdot A^2 - 4 \cdot Aw$	$R=0,988, F= 10,65, \epsilon_{абс} = 24,8 \text{ с}, \epsilon_{отн} = 12,3 \%$
Гранит $d_c=20$ $d_q = 50; 35; 25$	$T_0 = 113,576 \cdot A - 0,019 \cdot d^2 - 9,353 \cdot A^2 - 1,92 \cdot Aw$	$R=0,987, F= 9,4, \epsilon_{абс} = 8,2 \text{ с}, \epsilon_{отн} = 15,3 \%$
	$T_0+T = 262,412 \cdot A - 0,051 \cdot d^2 - 28,924 \cdot A^2 - 2,78 \cdot Aw$	$R=0,9999, F= 87,5, \epsilon_{абс} = 6,7 \text{ с}, \epsilon_{отн} = 4,8 \%$

*уравнения с учетом константы обеспечивают более высокую точность аппроксимации, они приведены ниже по тексту

Уравнения табл.2, также как и табл. 1, указывают, что на время всплытия наиболее сильно влияет амплитуда вибрации. Влияние частоты менее значимо, оно проявляется как

произведение Aw характеризующее виброскорость.

Сравнение уравнений для $d_c=25$ и 20 мм показывает, что чем меньше крупность среды,



тем выше величина коэффициентов при A и A^2 , то есть тем выше влияние амплитуды на время подъема.

При построении уравнений табл. Мы применили один и тот же метод *ENTER* чтобы обеспечить возможность сравнения зависимостей. Однако, последовательное применение других методов построения регрессии, согласно методике расчетов,

показало, что для гранита при $d_c=25$ мм можно получить более точное уравнение. Тем более, из табл. 2 видно, что в случае $d_c=25$ мм уравнения имеют низкие значения R^2 и F и высокую погрешность. Для этого опыта лучшие результаты показало применение метода *ENTER* с введением в уравнение константы, более точные уравнения имеют вид:

$$T_0 = 20,4 + 2,42 \cdot w^2 + 7,27 \cdot dA - 1,518 \cdot dw - 11,276 \cdot Aw, \quad R=0,9999, \quad \epsilon_{абс}=0,4 \text{ с}, \quad \epsilon_{отн}=0,4 \text{ \%};$$

$$T_0 + T = 250 + 3,72 \cdot w^2 + 10,772 \cdot dA - 2,282 \cdot dw - 18,38 \cdot Aw, \quad R=1, \quad \epsilon_{абс}=0, \quad \epsilon_{отн}=0.$$

Эти уравнения пригодны для узкого диапазона изменения параметров: $d_i = 35 \div 50$ мм, $d_c=25$ мм, $A= 4 \div 5$ мм, $w= 20 \div 30$ Гц. Их вид показывает, что на первое место по степени влияния выходит частота. Скорее всего, это объясняется тем, что в данном опыте задействованы лишь два размера всплывающих частиц 50, 35 мм, а не три, как во всех остальных опытах.

В приведенных выше расчетах не участвуют плотность частиц и среды. Учет этих параметров необходим при построении обобщенных уравнений регрессии, для широкого спектра изменений плотности среды и всплывающей частицы.

Вначале было получено обобщенное уравнение для всплытия частицы крупностью 50

мм в среде имеющей крупность 25 мм, при переменных параметрах вибрации и плотности частицы и среды. Далее было получено обобщенное уравнение, в котором дополнительно учитывается разная крупность всплывающей частицы. В обоих случаях наибольшую достоверность обеспечил метод *ENTER* при построении уравнений без свободного члена.

Получено обобщенное уравнение для всплытия частицы крупностью 50 мм из слоя породы крупностью 25 мм при вариации плотностей частицы и среды и вариации амплитуды вибрации $A= 4 \div 5$ мм и частоты $w= 20 \div 30$ Гц. Условия опытов и соответствующие плотности приведены в табл 3.

Таблица 3

К построению обобщенного уравнения регрессии для всплытия частицы крупностью $d_i=50$ мм из среды крупностью $d_c =25$ мм при вариации параметров вибрации $A= 4 \div 5$ мм, $w= 20 \div 30$ Гц

Условие опыта	Плотность всплывающей частицы, ρ , г/см ³	Плотность частиц среды, ρ_c , г/см ³
1 Базальт всплывает из туфа	Базальт 2,5	Туф 1,6
2 Гематит (магнетит) из породы (нежелезные породы- кварциты, роговики, кремний, песчаники)	Гематит 5,1	Кварцит 2,6
3 Гранит из дробленого гранита	Гранит 2,8	Гранит 2,8

Использование метода *ENTER* (ρ , ρ_c , A , w , ρ^2 , ρ_c^2 , A^2 , w^2 , $\rho\rho_c$, ρA , ρw , $\rho_c A$, $\rho_c w$, Aw) позволило сократить число членов обобщенного

уравнения с 14 до 9 при достаточной точности аппроксимации T_0 – времени задержки до начала подъема частицы и общего времени $T_0 + T$:

$$T_0 = 16,73 \cdot A + 25,487 \cdot \rho^2 - 63,799 \cdot \rho_c^2 - 18,854 \cdot A^2 - 52,778 \cdot \rho A + 1,809 \cdot \rho w + 128,056 \cdot \rho_c A - 11,202 \cdot \rho_c w + 3 \cdot Aw$$

$$R=0,972, \quad F= 5,668, \quad \epsilon_{абс} = 8,3 \text{ с}, \quad \epsilon_{отн} = 18,2 \text{ \%} \quad (1)$$

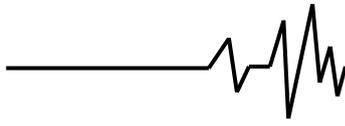
$$T_0 + T = 100,241 \cdot A + 37,926 \cdot \rho^2 - 84,148 \cdot \rho_c^2 - 40,459 \cdot A^2 - 77,128 \cdot \rho A + 2,362 \cdot \rho w + 188,032 \cdot \rho_c A - 17,84 \cdot \rho_c w + 4,668 \cdot Aw$$

$$R=0,989, \quad F= 14,97, \quad \epsilon_{абс} = 12,8 \text{ с}, \quad \epsilon_{отн} = 9,7 \text{ \%}$$

Уравнения (1) пригодны для использования при следующем изменении параметров: крупность всплывающей частицы $d_i=50$ мм, среда крупностью $d_c =25$ мм, плотность всплывающей частицы в диапазоне $\rho =2,5 \div 5,1$ г/см³, плотность частиц среды $\rho_c= 1,6 \div 2,8$ г/см³,

параметры вибрации амплитуда $A= 4 \div 5$ мм, частота $w= 20 \div 30$ Гц.

По результатам проведенных экспериментов в исследуемом диапазоне параметров вибрации установлены оптимальные значения: $A= 5$ мм, частота $w= 30$ Гц. Они



соответствуют максимальной виброскорости и виброускорению колебательного процесса. Виброскорость характеризует мощность колебательного процесса, а виброускорение - инерционную силу, которая воздействует на объект при вибрации: $v = 2\pi \cdot A \cdot \omega$, (мм/с), $a = 2\pi \cdot A \cdot \omega^2$, (мм/с²), где A (мм) - среднеквадратичное значение амплитуды колебаний, ω (Гц) - частота вибрации. При оптимальных параметрах $A = 5$ мм, $\omega = 30$ Гц виброускорение составляет 28260 мм/с², что примерно в три раза выше ускорения свободного

падения g (28260/9800=2,88). За счет этого обеспечивается эффект всплытия частиц из зернистой смеси.

Для указанных оптимальных показателей вибрации $A = 5$ мм, $\omega = 30$ Гц при крупности частиц среды 25 мм были получены обобщенные уравнения регрессии, в которых переменными факторами являлись: диапазон крупности всплывающей частицы $d_s = 25 \div 50$ мм, ее плотности - $\rho = 2,5 \div 5,1$ г/см³, диапазон плотности частиц среды - $\rho_c = 1,6 \div 2,8$ г/см³:

$$T_0 = -13,81 \cdot d + 0,327 \cdot d^2 - 25,025 \cdot \rho^2 + 98,902 \cdot \rho_c^2 + 3,84 \cdot d\rho - 15,562 \cdot d\rho_c + 2,34 \cdot \rho_c w$$
$$R=1, F=748,92, \varepsilon_{абс} = 10 \text{ с}, \varepsilon_{отн} = 8,5 \text{ \%}; \quad (2)$$

$$T_0 + T = -62,69 \cdot d + 1,062 \cdot d^2 + 29,374 \cdot \rho^2 - 235,894 \cdot \rho_c^2 - 5,75 \cdot d\rho - 5,834 \cdot d\rho_c + 9,132 \cdot \rho_c w$$
$$R=0,990, F=7,21, \varepsilon_{абс} = 35 \text{ с}, \varepsilon_{отн} = 16,2 \text{ \%}.$$

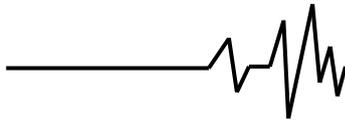
Уравнения (2) тоже получены с помощью программы SPSS Statistics с применением встроенной процедуры ENTER ($d, \rho, \rho_c, d^2, \rho^2, \rho_c^2, d\rho, d\rho_c, \rho\rho_c, dA, \rho A, \rho_c A, dw, \rho w, \rho_c w$) и критерия отбора на основе значимости (вероятности) F-статистики 0,05-0,1. Это позволило сократить число слагаемых с 15 до 7. Отметим, что, как при построении, так и при использовании этих уравнений для расчетов, должен быть исключен случай, когда крупность всплывающей частицы равна крупности частиц среды, причем их плотности одинаковы. Точность аппроксимации уравнений (2) достаточно высокая, относительная ошибка не превышает 8,5 и 16,2 %, что приемлемо для практического использования.

Выводы. Выполнен комплекс экспериментов по извлечению частиц базальта из туфовой горной массы (отходы базальтовых карьеров), железистых кварцитов из массы отвальной породы ГОКов и относительно крупных частиц гранита из дробленой массы гранита. Обработка экспериментов выполнялась методом регрессионного анализа с использованием программы SPSS Statistics. Получены регрессионные модели для определения времени всплытия указанных частиц заданных размеров и плотности из горной массы. В том числе разработаны две обобщенные регрессионные модели. Первая предназначена для использования при следующих изменениях параметров: крупность всплывающей частицы $d_s = 50$ мм, среда крупностью $d_c = 25$ мм, плотность всплывающей частицы в диапазоне $\rho = 2,5 \div 5,1$ г/см³, плотность частиц среды $\rho_c = 1,6 \div 2,8$ г/см³, параметры вибрации варьируются: амплитуда $A = 4 \div 5$ мм, частота $\omega = 20 \div 30$ Гц. Обобщенная регрессионная модель 2 позволяет рассчитать время задержки

до начала процесса всплытия T_0 и полное время $T_0 + T$ подъема частицы до высоты 240 мм, равной высоте слоя материала на плоскости или конвейерной ленте, при наложении вертикальных виброколебаний с параметрами: $A = 5$ мм, $\omega = 30$ Гц, при вариации показателей всплывающей частицы: крупность $d = 25 \div 50$ мм, плотность $2,5 \div 5,1$ г/см³, при крупности частиц среды 25 мм и вариации плотности частиц среды $1,6 \div 2,8$ г/см³.

Список використаних джерел

1. Надутый В.П., Лапшин Е.С. Вероятностные процессы вибрационной классификации минерального сырья. К.: Наукова думка, 2005.-279 с.
2. Надутый В.П., Чолишкіна В.В., Сухарев В.В. Лотковий магнітно-вібраційний сепаратор. ІГТМ НАН України. – 2017.
3. Nadutyi V., Korniyenko V., Malanchuk Z., Chelyshkina O. Analytical presentation of the separation of dense suspensions for the extraction of amber. E3S Web of Conferences/ Essays of Mining Science and Practice. – 2019.
4. Надутый В.П., Чельшкіна В.В., Логинова А.А., Результаты исследований вибрационного грохочения туфа по крупности 5,0-0,1 мм. Дніпро: Геотехнічна механіка ІГТМ НАН України, 2020.– Вип. 150.– С. 54-63
5. Вайсберг Л.А. Демидов И.В., Иваов К.С. Механика сыпучих сред при вибрационных воздействиях: методы описания и математического моделирования. Обогащение руд. - 2015. - № 4. - С.21-31.
6. Сергиев А.П., Макаров А.В., Журавлев А.В. К вопросу о бесситной сепарации сыпучих многокомпонентных материалов. Фундаментальные исследования. 2015. – № 2-22. – С. 4871-4875.
7. Елисеев А.В., Копылов Ю.Р., Николаев А.В., Елисеев С.В. Вибрационные



технологические процессы: математические модели, особенности динамических свойств технических объектов. Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2018. – №1. – С. 84-90.

8. Ахмадиев Ф.Г., Гиззятов Р.Ф. Стохастическое моделирование процесса разделения зернистых материалов по крупности на ситовых классификаторах. Теоретические основы химических технологий, 2020. - Т.54. - № 5. - С.554-564.

9. Бююль А., Цефель П. Искусство обработки информации. Анализ статистических данных и восстановление скрытых закономерностей. П.: Пер. с нем. – СПб.: ООО «Диа-СофтЮП», 2005. – 608 с.

References

1. Naduty V.P., Lapshin Ye.S. (2005) Probabilistic processes of vibration classification of mineral raw materials. K.: *Naukova dumka*, 279. [in Russian].

2. Naduty V.P., Cholyskhina V.V., Sukharyev V.V. (2017). Tray magnetic-vibration separator. *IGTM of NAS of Ukraine*. [in Ukrainian].

3. Naduty V., Korniyenko V., Malanchuk Z., Chelyshkina O. (2019). Analytical presentation of the separation of dense suspensions for the extraction of amber. *E3S Web of Conferences. Essays of Mining Science and Practice*. [in English].

4. Naduty V.P., Chelyshkina V.V., Loginova A.A. (2020). Research results of vibration screening of tuff with a size of 5.0-0.1 mm. Dnipro: *Geotekhnichna mekhanika (GTM NAN Ukraini)*, 150, 54-63. [in Russian].

5. Vaysberg L.A. Demidov I.V., Ivaov K.S. (2015). Mechanics of granular media under vibration effects: methods of description and mathematical modeling. *Obogashcheniye*, 2015, 4, 21-31. [in Russian].

6. Sergiyev A.P., Makarov A.V., Zhuravlev A.V. (2015). On the issue of free-flowing separation of bulk multicomponent materials. *Fundamental'nyye issledovaniya*, 2-22, 4871-4875. [in Russian].

7. Yeliseyev A.V., Kopylov YU.R., Nikolayev A.V., Yeliseyev S.V. (2018). Vibration technological processes: mathematical models, features of the dynamic properties of technical objects. *Transportnoye, gornoye i stroitel'noye mashinostroyeniye: nauka i proizvodstvo*, 1, 84-90. [in Russian].

8. Akhmediyev F.G., Gizzyatov R.F. (2020). *Teoreticheskiye osnovy khimicheskikh tekhnologiy*. (54), 5, 554-564. [in Russian].

9. Byuyul' A., Tsefel' P. (2005). Art of information processing. Analysis of statistical data and recovery of hidden patterns. P.: *Per. s nem.* – Spb.: ООО «Dia-SoftYUP», 608.

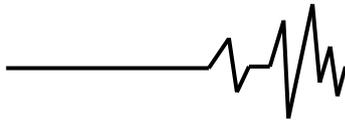
ВИТЯГ МІНЕРАЛЬНОЇ СИРОВИНИ ЗАДАНОЇ КРУПНОСТІ ТА ЩІЛЬНОСТІ З ГІРСЬКОЇ МАСИ ВІБРАЦІЙНИМ МЕТОДОМ

Вібраційні процеси широко використовуються в техніці при переробці сипких матеріалів для підвищення ефективності таких операцій, як транспортування, перемішування, розділення по крупності і речовинному складу, ущільнення. Теоретичні дослідження процесів вібропереміщення частинок в сипких середовищах під дією вібрації представлені великим числом математичних моделей, проте багато з них потребують порівняння з експериментальними даними. Практичний інтерес представляє визначення часу спливання відносно великих або найбільш щільних частинок на поверхню шару подрібненої гірської маси під дією вертикальної компоненти вібрації. У статті представлені результати експериментальних досліджень цього процесу. Виконано комплекс експериментів з вилучення частинок базальту з туфовий гірської маси (відходи базальтових кар'єрів), залістих кварцитів з маси відвальної породи і крупних частинок граніту з подрібненої маси граніту. Обробка експериментів за допомогою програми *SPSS Statistics* дозволила проаналізувати процес і отримати регресійні моделі для визначення часу спливання частинки заданих розмірів і щільності з гірської маси, в тому числі отримані дві узагальнені регресійні моделі. У першій з них змінними були амплітуда і частота вібрації, крупність частинок середовища становила 25 мм, щільність частинок середовища 1,6-2,8 г/см³, спливаючі під дією вібрації частинки мають крупність 50 мм, їх щільність варіюється від 2,5 до 5,1 г/см³. У другій моделі для $A=5$ мм, $w=30$ Гц додатковим змінним фактором є крупність спливаючої частинки, яка змінюється від 50 до 25 мм. Отримані рівняння дозволяють визначити час спливання і прогнозувати витяг частинок заданої крупності і щільності під дією вібрації, наприклад, на стрічці конвеєра, без проведення громіздких експериментів.

Ключові слова: вібрація, гірничі породи, сипка маса, час спливання частинок, регресія.

EXTRACTION OF MINERAL RAW MATERIALS OF A GIVEN SIZE AND DENSITY FROM ROCK MASS BY THE VIBRATION METHOD

Vibration processes are widely used in technology in the processing of bulk materials to improve the efficiency of such operations as transportation, mixing, separation by size and material composition and compaction. Theoretical studies of the processes of vibration displacement of



particles in granular media under the influence of vibration are presented by a large number of mathematical models, but many of them need to be compared with experimental data. Practical interest is the determination of the time of ascent of relatively large or densest particles to the surface of a layer of crushed rock mass under the action of the vertical vibration component. The article presents the results of an experimental study of this process. A set of experiments on the extraction of basalt particles from tuff rock mass (waste from basalt quarries), ferruginous quartzites from the mass of dump rock, and relatively large granite particles from crushed granite mass was performed. Processing of the experiments using the SPSS Statistics program allowed us to analyze the process and obtain regression models for determining the time of ascent of a particle of a given size and density from the rock

mass, including two generalized regression models. In the first of them, the variables were the amplitude and frequency of vibration, the particle size of the medium was 25 mm, the particle density of the medium was 1.6-2.8 g/cm³, the particles floating under the action of vibration have a particle size of 50 mm, their density varies from 2.5 to 5.1 g/cm³. In the second model for $A=5$ мм, $w=30$ Гц, an additional variable factor is the size of the floating particle, which varies from 50 to 25 mm. The resulting equations allow us to determine the time of ascent and predict the extraction of particles of a given size and density under the influence of vibration, for example on the conveyor belt, without conducting cumbersome experiments.

Keywords: vibration, rocks, bulk mass, time of particles ascent, regression

Відомості про авторів

Надутьий Владимир Петрович, доктор технических наук, профессор, заведующий отделом механики машин и процессов переработки минерального сырья, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина, +380501958382, nadutyvp@gmail.com.

Чельшкіна Валентина Васильевна, кандидат технических наук, старший научный сотрудник отдела механики машин и процессов переработки минерального сырья, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина, +300957816233, chel.valenti@gmail.com

Курилов Владислав Сергеевич, аспирант отдела механики машин и процессов переработки минерального сырья, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина, +380970419146, papuycv@gmail.com

Naduty Vladimir Petrovich, Doctor of Technical Sciences (D.Sc.), Professor, Head of Department of Mechanics of Mineral Processing Machines and Processes, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepr, Ukraine, nadutyvp@gmail.com

Chelyshkina Valentina Vasilievna, Ph.D. (Tech.), Senior Researcher of Department of Mechanics of Mineral Processing Machines and Processes, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under NAS of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepr, Ukraine, chel.valenti@gmail.com

Kurilov Vladislav Sergeevich, Postgraduate Student, of Department of Mechanics of Mineral Processing Machines and Processes, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under NAS of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepr, Ukraine, papuycv@gmail.com

Надутьий Володимир Петрович, доктор технічних наук, професор, завідувач відділу механіки машин і процесів переробки мінеральної сировини, Інститут геотехнічної механіки ім. Н.С. Полякова НАН України (ІГТМ НАН України), Дніпро, Україна, +380501958382, nadutyvp@gmail.com

Чолишкіна Валентина Василівна, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник відділу механіки машин і процесів переробки мінеральної сировини, Інститут геотехнічної механіки ім. Н.С. Полякова НАН України (ІГТМ НАН України), Дніпро, Україна, +300957816233, chel.valenti@gmail.com

Курілов Владислав Сергійович, аспірант відділу механіки машин і процесів переробки мінеральної сировини, Інститут геотехнічної механіки ім. Н.С. Полякова НАН України (ІГТМ НАН України), Дніпро, Україна, +380970419146, papuycv@gmail.com.