

**Степаненко С. П.**

К.Т.Н., С.Н.С.

*Національний науковий
центр «Інститут
механізації та
електрифікації
сільського
господарства»*

Котов Б. І.

д.т.н., професор

*Подільський державний
аграрно-технічний
університет*

Грушецький С. М.

К.Т.Н., доцент

Рудь А. В.

К.Т.Н., професор

*Подільський державний
аграрно-технічний
університет*

Stepanenko S.

Ph.D.

*National Research Center
"Institute of Mechanization
and Electrification of
Agriculture"*

Kotov B.Doctor of Technical Sciences,
Professor**Hrushetskiy S.**

PhD, associate professor

Rud A.

PhD, Professor

*Podolsk State Agrarian
Technical University*

УДК 631.362.3**DOI: 10.37128/2306-8744-2021-2-5**

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ЗЕРНОВОГО МАТЕРІАЛУ НА ПОВЕРХНІ ВІБРОЖИВИЛЬНИКА ЗА УМОВ ВВЕДЕННЯ ЙОГО В АСПІРАЦІЙНИЙ КАНАЛ СЕПАРАТОРА

Розробити математичну модель і розрахункові аналітичні залежності для визначення траєкторій і параметрів переміщення зернівок на поверхні віброживильника за умов введення його в аспіраційний канал сепаратора.

Базуються на методах математичного моделювання та теоретичної механіки із застосуванням рівнянь руху матеріальної точки при змінній дії вібрацій. Теоретичні дослідження проведені з використанням математичного аналізу і теорії моделювання. Результати досліджень оброблені із застосуванням елементів теорії ймовірності і математичної статистики з використанням пакетів прикладних програм.

Наведено математичний опис руху зернівок компонентів зернового матеріалу (КЗМ) на поверхні віброживильника за умов введення його в аспіраційний канал сепаратора за умов дії вібрацій на КЗМ. Отримано траєкторії руху зернівок на поверхні віброживильника з різним розміром.

Отримане рівняння руху частки при дії вібрацій дозволяє визначити залежність швидкості руху матеріалу у віброзрідженому шарі КЗМ від ряду факторів: геометричних параметрів віброживильника, кута подачі матеріалу, початкового кінематичного режиму зернового матеріалу, показника кінематичного режиму віброживильника, а також коефіцієнту тертя.

Описано процес руху зернового матеріалу на плоскій поверхні віброживильника, яка дозволяє визначити раціональні параметри введення матеріалу в аспіраційний канал сепаратора для подальшого його фракціонування.

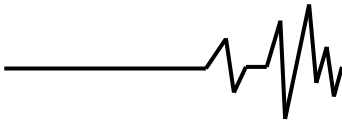
Отримана залежність для функції швидкості потоку зернового матеріалу на плоскій поверхні віброживильника, яка дозволяє визначити параметри розподілу зернового матеріалу за площею перетину аспіраційного каналу сепаратора.

Зроблено оцінку швидкості зернового матеріалу на плоскій поверхні віброживильника на основі математичної моделі, побудованої за гідродинамічної аналогії, що в свою чергу зумовлює аналіз рекомбінації зернівок за товщиною віброзрідженого шару зернового матеріалу.

Ключові слова: віброживильник, зерновий матеріал, вібрація, змінна швидкість, траєкторія, коефіцієнт тертя.

Постановка проблеми. Зерноматеріали після збирання мають значну кількість домішок різного кількісного і якісного складу. Саме зерно

являє собою поліфракційну за розміром, вологістю і біологічним складом масу [1, 3, 4, 15]. Тому задача ефективного очищення і поділу КЗМ на фракції



різного споживчого призначення [8, 13, 14] (насіння, фураж, продовольче зерно) складає сутність проблеми підвищення технічної ефективності зерносепараторів.

Фракціонування зернової маси повітряними потоками є актуальним [15-18] і перспективним напрямком розвитку технологій і машинних засобів первинної післязбиральної обробки зерна, яке в свою чергу залежить від умов введення зернового матеріалу в канали пневмосепараторів [2, 5, 6]. Отже використання пристроїв введення зернового матеріалу на початкових стадіях, перед поділом його в аспіраційному каналі, забезпечує попереднє формування розпушеного, порційного зернового потоку [6, 7, 9], які з мінімальними втратами і енергозатратами забезпечують рівномірний розподіл зернового матеріалу за площею перетину аспіраційного каналу сепаратора. Висока кореляція показника швидкості вібрацій та технологічних властивостей компонентів зернових матеріалів [4] дозволяє використовувати віброживильники для введення зернового матеріалу на різних стадіях післязбиральної обробки зерна.

Але аналіз технічних характеристик сучасного устаткування та співставлення їх з вимогами якісного очищення та фракціонування зібраного урожаю свідчить про відсутність можливості здійснювати очищення і поділ КЗМ застосуванням тільки одного типу робочих органів і необхідність створення нових принципів подачі на обробку зернових матеріалів.

Враховуючи, що вібраційні робочі органи дозволяють ефективно розташовувати шар зернового матеріалу з видаленням сміттєвих домішок, доцільним є використання в якості віброживильно-дозуючого пристрою в пневматичних сепараторах.

Для визначення ефективності такого агрегування робочих органів необхідно провести попередні теоретичні дослідження, шляхом математичного моделювання процесів переміщення зернівок КЗМ у вібраційному шарі.

Незважаючи на значну кількість наукових праць і винаходів в цьому напрямку можливості подальшого вдосконалення віброживильників для зернових матеріалів повністю не вичерпані.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Удосконалення математичних моделей руху зернового матеріалу на плоскій поверхні віброживильника [1-4] обумовлено необхідністю інтенсифікації фракціонування зернових матеріалів в пневмосепаруючих каналах з різною геометрією (прямокутні, колові) та різним їх виконанням (вертикальні, горизонтальні, похилі). Для подальшого аналізу на першому етапі приймемо такі припущення [5-6]: перше - насіння будемо розглядати як кулі різного діаметра, друге - шар зерна що вібрує на плоскій поверхні ми розглядаємо як неоднорідну в'язку «рідину».

У теоретичних дослідженнях поширений спосіб моделювання [7, 8, 11, 12], заснований на аналогіях руху в'язкої рідини і сипучого середовища в умовах вібрацій. У ньому зазвичай використовують рівняння течії однорідної рідини без урахування зміни вібров'язкості суміші по товщині рухомого шару, викликаній зміною внутрішнього тиску. Для врахування цих змін замість класичних рівнянь гідродинаміки використовують рівняння течії неоднорідною рідини [9, 10]. Тому вирішення таких рівнянь і побудова їх рішень відноситься до важливих науково-практичних завдань [15].

Відзначимо роботи, що використовують гідродинамічну аналогію [4, 8, 13]. Але в зазначених роботах автори систему рівнянь течії неоднорідною рідини зводили до одного рівняння, з якого і отримували рішення [4]. Щоб з'ясувати сутність спрощень і внесених ними похибки потрібно скласти уточнену систему рівнянь [15, 16,-18], а також визначити її відмінності від класичних рівнянь Нав'є-Стокса.

Отже, дані теоретичні дослідження направлені на складання і вирішення нелінійної системи диференціальних рівнянь руху неоднорідної в'язкої рідини з спрощеннями, а також на побудову її аналітичних рішень в окремих випадках, які становлять інтерес при моделюванні руху зернового матеріалу на плоскій поверхні віброживильника.

Мета роботи. Розробити математичну модель і розрахункові аналітичні залежності для визначення траєкторій і параметрів переміщення зернівок на поверхні віброживильника за умов введення його в аспіраційний канал сепаратора.

Результати досліджень. З огляду на малі зміни швидкості потоку по ширині віброживильника, розглядаємо двовимірний варіант рівнянь в прямокутній системі координат, коли в'язкість нестисненої рідини залежить лише від однієї координати, глибини занурення в шарі зернового матеріалу. Систему рівнянь побудуємо в прямокутній системі координат XOY, нахиленою під кутом α до горизонту, як показано на рис. 1.

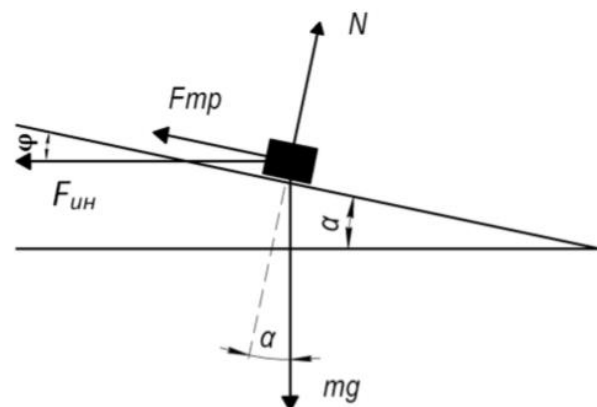


Рис. 1. Розрахункова схема руху зернового матеріалу на плоскій поверхні віброживильника



Для виділеного елементарного об'єму рідини у вигляді паралелепіпеда з розмірами $dx dy dz$ рухається уздовж осей x і y складемо рівняння другого закону Ньютона в проєкціях на ці осі.

Сили тиску P на стінки віброживильника, що перпендикулярні осям x і y знайдемо відповідно з наступних виразів (1 – 2):

$$P \cdot dy \cdot dz - \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} dx \right) \cdot y \cdot dz = - \frac{\partial P}{\partial x} dx \cdot dy \cdot dz \quad (1)$$

$$P \cdot dx \cdot dz - \left(P + \frac{\partial P}{\partial y} dy \right) \cdot dx \cdot dz = - \frac{\partial P}{\partial y} dx \cdot dy \cdot dz \quad (2)$$

Сили тертя на гранях паралельних осям x і y знайдемо враховуючи дотичні напруження τ на гранях, відповідно з виразів (3-4):

$$\tau \cdot dy \cdot dz - \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial x} dx \right) \cdot dy \cdot dz = - \frac{\partial \tau}{\partial x} dx \cdot dy \cdot dz \quad (3)$$

$$\tau \cdot dx \cdot dz - \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} dy \right) \cdot dx \cdot dz = - \frac{\partial \tau}{\partial y} dx \cdot dy \cdot dz \quad (4)$$

Використовуючи закон Ньютона для внутрішнього тертя в рідині:

$$\tau = -\mu \cdot \frac{\partial w_x}{\partial y}; \tau = -\mu \cdot \frac{\partial w_x}{\partial z},$$

отримаємо проєкції сил тертя на вісь x :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \cdot \frac{\partial w_x}{\partial y} \right) dx \cdot dy \cdot dz + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \cdot \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) dx \cdot dy \cdot dz = \\ & = \left[\frac{\partial \mu}{\partial y} \cdot \frac{\partial w_x}{\partial y} + \mu \cdot \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \right] dx \cdot dy \cdot dz + \left[\frac{\partial \mu}{\partial z} \cdot \frac{\partial w_x}{\partial z} + \mu \cdot \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right] dx \cdot dy \cdot dz = \\ & = \left[\frac{\partial \mu}{\partial y} \cdot \frac{\partial w_x}{\partial y} + \frac{\partial \mu}{\partial z} \cdot \frac{\partial w_x}{\partial z} \right] dx \cdot dy \cdot dz + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) dx \cdot dy \cdot dz = \\ & = \left[\frac{\partial \mu}{\partial y} \cdot \frac{\partial w_x}{\partial y} + \frac{\partial \mu}{\partial z} \cdot \frac{\partial w_x}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) \right] dx \cdot dy \cdot dz = \\ & = \left[\dot{\mu}_y \cdot \frac{\partial w_x}{\partial y} + \dot{\mu}_z \cdot \frac{\partial w_x}{\partial z} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) \right] dx \cdot dy \cdot dz \quad (5) \end{aligned}$$

Позначивши проєкції швидкості на осі $w_x = u$ і $w_y = v$, врахуємо що проєкція на вісь z , $w_z = 0$, і з огляду на те що динамічна в'язкість μ залежить тільки від координати y , $\mu = \mu(y)$, $\dot{\mu}_z = 0$ отримаємо проєкцію на вісь x :

$$\left[\dot{\mu}_y \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \right] dx \cdot dy \cdot dz \quad (6)$$

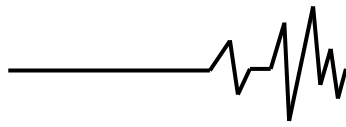
А також відповідно і на вісь y , враховуючи, що $\mu = \mu(y)$, $\dot{\mu}_z = \dot{\mu}_x = 0$ отримаємо проєкцію на вісь y :

$$\left[\mu \cdot \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) \right] dx \cdot dy \cdot dz \quad (7)$$

Рівняння другого закону Ньютона для елемента рідини в проєкціях на осі x і y записуються у вигляді [6, 7]:

$$\begin{aligned} dm \frac{\partial u}{\partial t} &= - \frac{\partial P}{\partial x} dx \cdot dy \cdot dz + dm \cdot g \cdot \sin \theta + \\ &+ \left(\dot{\mu}_y \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \right) dx dy dz \quad (8) \end{aligned}$$

$$dm \frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial P}{\partial y} dx \cdot dy \cdot dz + dm \cdot g \cdot \cos \theta + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) dx dy dz \quad (9)$$



Враховуючи, що маса $dm = dx dy dz$, приймають наступний вигляд: тоді дані рівняння поділивши на об'єм $dx dy dz$

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \rho \cdot g \cdot \sin \theta + \mu_y \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \rho \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \rho \cdot g \cdot \cos \theta + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \right) \end{cases} \quad (10)$$

розділивши дану систему рівнянь на щільність (густину рідини) ρ отримаємо:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + g \cdot \sin \theta + \frac{\mu_y}{\rho} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} + g \cdot \cos \theta + \frac{\mu}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \right) \end{cases} \quad (11)$$

Вводячи заміну $\delta = \frac{\mu}{\rho}$ – тобто коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини, м²/с.

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + g \cdot \sin \theta + \delta \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \delta \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} + g \cdot \cos \theta + \delta \cdot \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \right) \end{cases} \quad (12)$$

де, ρ - щільність (густина рідини), яку ми вважаємо постійною, кг/м³;

g - прискорення вільного падіння, м/с²;

u та ϑ - проекції швидкості течії рідини на осі x і y відповідно, м/с;

t - час, с.

Крім рівняння (12) також виконується умова нерозривності потоку:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \vartheta}{\partial y} = 0 \quad (13)$$

$$\delta = \frac{\mu_y}{\rho} \quad (14)$$

Після перетворень отримуємо наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} \delta \cdot \nabla^2 \cdot u + \delta \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) + g \cdot \sin \theta - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \vartheta \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \\ \delta \cdot \nabla^2 \cdot \vartheta + g \cdot \cos \theta - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \vartheta \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \end{cases} \quad (15)$$

де, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – оператор Лапласа.

Система рівнянь (15) відрізняється від класичних рівнянь Нав'є-Стокса наявністю додаткового доданку з похідною δ . Вона описує рух неоднорідної рідини по похилому лотку, що аналогічно руху зернового матеріалу по похилому віброживильнику. У зв'язку з цим розглянемо можливі варіанти спрощень системи (15) при моделюванні руху зернового матеріалу.

Так наприклад, при стаціонарному русі рідини, приймаємо

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = 0$$

Внаслідок введених припущень з рівняння випливає, що $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$, це означає, що швидкість залежить тільки від y , $u = u(y)$.

Тоді система (15) приймає спрощений вид:



$$\begin{cases} \delta \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \delta \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + g \cdot \sin \theta - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \\ g \cdot \cos \theta - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (16)$$

Оскільки усталений рух рідини відбувається у відкритому просторі, то тиск на поверхні шару постійне, звідси $\frac{\partial P}{\partial x} = 0$, а це значить, що тиск залежить тільки від координати y , товщини в шарі, $P = P(y)$. Перетворюючи перше рівняння в системі (15) отримуємо:

$$\frac{d}{dy} \left(\delta \cdot \frac{du}{dy} \right) = -g \cdot \sin \theta \quad (17)$$

$$u(y) = -g \cdot \sin \theta \cdot \int \frac{y}{\delta} dy + C_1 \cdot \int \frac{dy}{\delta} + C_2 \quad (18)$$

де, C_1, C_2 - постійні інтегрування, які залежать від граничних умов.

Дотичні напруження $\tau = \rho \cdot \delta \cdot \frac{\partial u}{\partial y}$ відсутні на вільній поверхні шару зернового матеріалу, тобто $y = 0$, при виконанні умови, $C_1 = 0$.

Тоді, згідно (18), швидкість u знайдеться з інтеграла

$$u(y) = C_2 - g \cdot \sin \theta \cdot \int \frac{y}{\delta} dy \quad (19)$$

В якому пов'язана проекція швидкості течії зі зміною в'язкості по товщині шару зернового матеріалу.

Друге рівняння в (15) інтегруємо при граничній умові $P(0) = 0$,

$$P = \rho \cdot g \cdot \cos \theta \cdot y.$$

Такий розподіл тисків має місце в однорідному шарі.

Розглянемо, використовуючи рівняння (19), профіль швидкості, коли кінематична в'язкість є ступеневою функцією координати y :

$$\delta(y) = b \cdot y^n \quad (20)$$

де, b і n – додатні постійні значення, причому $n < 2$.

Підставляючи (19) в (20), отримуємо

$$u(y) = C_2 - \frac{g \cdot \sin \theta}{b \cdot (2-n)} \cdot y^{2-n} \quad (21)$$

Після першого інтегрування рівняння (16) отримаємо:

$$\delta \cdot \frac{du}{dy} = -g \cdot \sin \theta \cdot y + C_1,$$

а після другого інтегрування

Вважаючи, що $u(h) = 0$, умова «прилипання» до поверхні віброживильника, де, h - товщина шару зернового матеріалу, знаходимо значення постійної $C_2 = 0$ і профіль швидкості потоку:

$$u(y) = \frac{g \cdot \sin \theta}{b \cdot (2-n)} \cdot (h^{2-n} - y^{2-n}) \quad (22)$$

З отриманого рівняння (22), як окремі випадки, виходять і інші відомі профілі швидкості, наприклад, коли $n = 0, b = \delta = const$, вираз переходить у відому формулу Пуазейля:

$$u(y) = \frac{g \cdot \sin \theta}{2 \cdot b} \cdot (h^2 - y^2)$$

в якій описується рух однорідного шару зерна на плоскій поверхні. Профіль швидкості при цьому є квадратної параболою.

Якщо прирівняти $n = 1$, то профіль швидкості буде прямолінійним:

$$u(y) = \frac{g \cdot \sin \theta}{b} \cdot (h - y) \quad (23)$$

Це рішення, також не розходиться з відомим описом руху неоднорідного шару зернового матеріалу з лінійною залежністю вібров'язкості.

Таким чином, залежність (22) є узагальненням відомих результатів і може бути використана при розрахунку процесу руху зернового матеріалу в стаціонарному режимі роботи віброживильника.

Розглянемо також інший варіант спрощення системи рівнянь (15) припускаючи, що



$$\vartheta = \text{const} > 0 \quad (24)$$

гранична поверхня $y = h$ має властивість проникнення і через неї просочується рідина зі швидкістю ϑ . Такий підхід доречний при

дослідженні усталеного, стаціонарного руху зернового матеріалу по живильнику.

При дотриманні (24) рівняння (15) зводяться до системи:

$$\begin{cases} \delta \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (\delta - \vartheta) \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + g \cdot \sin \theta - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \\ g \cdot \cos \theta - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (25)$$

На відміну від (16) тут інше тільки перше рівняння.

Знайдемо його інтеграли, коли $\frac{\partial P}{\partial x} = 0$, вводимо допоміжну функцію для пониження порядку першого рівняння системи (25)

$$q = \frac{\partial u}{\partial y}$$

Замість першого рівняння в системі (25) отримуємо спрощене диференціальне рівняння першого порядку відносно введеної функції q :

$$\frac{\partial q}{\partial y} + \frac{(\delta - \vartheta)}{\delta} q = \frac{g \cdot \sin \theta}{\delta},$$

або

$$\frac{\partial q}{\partial y} + c(y) \cdot q = \frac{g \cdot \sin \theta}{\delta} \quad (26)$$

Тут введена допоміжна функція, що залежить тільки від y

$$c(y) = \frac{(\delta - \vartheta)}{\delta}, \text{ причому } \delta - \vartheta > 0.$$

$$\begin{aligned} c(y) &= -\frac{\vartheta}{\delta}; \quad C(y) = -\frac{\vartheta}{\delta} y; \quad q(y) = \frac{g \cdot \sin \theta}{\vartheta} \left[1 - e^{\left(\frac{\vartheta}{\delta} y\right)} \right] \\ u(y) &= \frac{g \cdot \sin \theta}{\vartheta} \left[y - h + \frac{\delta}{\vartheta} \left(e^{\left(\frac{\vartheta}{\delta} h\right)} - e^{\left(\frac{\vartheta}{\delta} y\right)} \right) \right] \end{aligned} \quad (29)$$

Якщо $\delta(y) = b \cdot y$, тоді відповідно до рівнянь (27) і (28) отримаємо:

$$C(y) = -\frac{b - \vartheta}{b} \cdot \ln(y); \quad q(y) = \frac{g \cdot \sin \theta}{b - \vartheta}; \quad u(y) = \frac{g \cdot \sin \theta}{b - \vartheta} [h - y] \quad (30)$$

При $\vartheta = 0$ формула (30) перетвориться в відому формулу (24). Таким чином, рішення (28) дозволяє знайти профіль швидкості потоку при відомій функції $\delta(y)$. В роботі ця функція представлена виразом []:

При інтегруванні (Г.26) функцію $q(y)$ шукаємо у вигляді добутку двох функцій $q(y) = f_1(y) \cdot f_2(y)$. В результаті отримаємо спільне рішення $q(y)$ і $u(y)$:

$$q(y) = e^{-c(y)} \cdot \left(C_3 - g \cdot \sin \theta \int \frac{e^{c(y)}}{\delta} dy \right)$$

Та

$$u(y) = \int q dy + C_4 \quad (27)$$

В якому

$$C(y) = \int c(y) dy.$$

де, C_3, C_4 – деякі постійні сталі, значення яких залежать від граничних умов

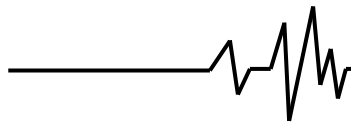
$$q, \vartheta_{y=0} = 0; u(h) = 0 \quad (28)$$

Використовуючи (27) і (28), визначимо швидкість $u(y)$ коли $\delta = \frac{\mu}{\rho} = \text{const}$.

В цьому випадку:

$$\delta(y) = \frac{by}{12\omega\rho r_0\sqrt{(2A)^2 - (\delta bh)^2}} \quad (31)$$

$$\text{де, } \delta = \frac{\pi}{4m\omega^2}, \text{ c}^2/\text{кг};$$



$$b = 0,7f(\pi r_0)^2 \rho g \cos \theta, \text{ кг/с}^2;$$

m – маса частки, кг;

r_0 – ефективний радіус сферичної частки, м;

$$r_0 = \frac{1}{2} \sqrt[3]{b_{cp} h_{cp} l_{cp}}$$

f – коефіцієнт внутрішнього тертя в зерновому матеріалі;

A – амплітуда вібрацій, м;

ω – кутова частота вібрацій, рад/с.

Крім того, в про інтегровано рівняння (27) з урахуванням (25). Використовуючи отримані там рішення, з'ясуємо чи не можна в практичних розрахунках замість (21) застосовувати більш прості залежності, наприклад лінійну апроксимацію

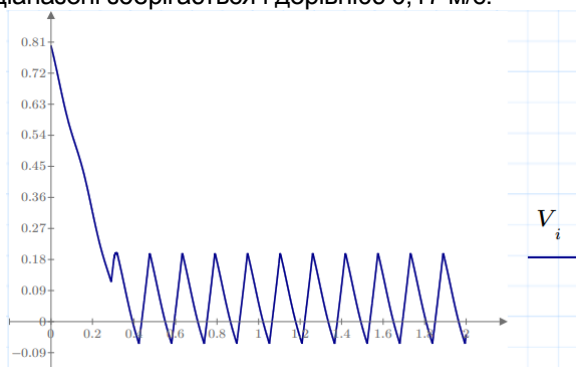
$$\delta(y) = c \cdot y \quad (32)$$

в якій

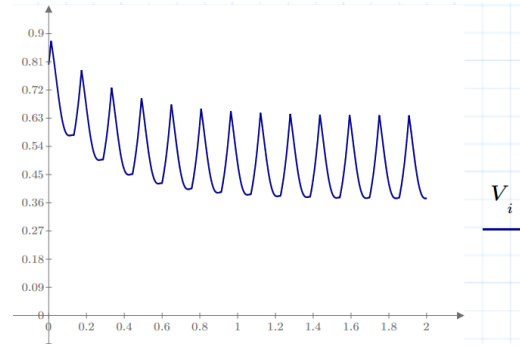
$$c = \frac{b}{24\omega r_0 \sqrt{(A)^2 - (0.5\delta b h)^2}} \quad (33)$$

Для цього проведемо обчислення значень швидкості $u(y)$ сходу зернової суміші насіння при наступних даних: щільності $\rho = 700$ кг/м³, ефективний радіус $r_0 = 0,004$ м, масі $m = 0,004$ кг, коефіцієнті тертя $f = 0,47$, висоті шару $h = 0,007$ м, і параметрах віброуючої поверхні живильника: куті нахилу $\alpha = 8^\circ$, амплітуді $A = 0,0018$ м і частоті коливань $\omega = 52,33$ с⁻¹. Для зазначених вихідних даних за формулою (33) знаходимо $c = 0,008$ м/с.

Теоретичні дослідження руху зерна по похилій коливній поверхні показали, що при зміні радіуса кривошипа r з 5 до 25 мм (рис. 2) швидкості руху зерна по поверхні живильника збільшуються з 0,1 - 0,18 м/с до 0,54 - 0,72 м/с, а різниця максимальної і мінімальної швидкості в діапазоні зберігається і дорівнює 0,17 м/с.



а)



б)

Рис. 2 - Абсолютна швидкість руху маси зернового матеріалу по коливній похилій площині при частоті коливань $n = 350$ с⁻¹:

а) радіус кривошипа $r = 0,005$ м;

б) радіус кривошипа $r = 0,025$ м

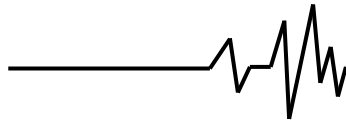
Висновки. Описано процес руху зернового матеріалу на плоскій поверхні віброживильника, яка дозволяє визначити раціональні параметри введення матеріалу в аспіраційний канал сепаратора для подальшого його фракціонування.

Отримана залежність для функції швидкості потоку зернового матеріалу на плоскій поверхні віброживильника, яка дозволяє визначити параметри розподілу зернового матеріалу за площею перетину аспіраційного каналу сепаратора.

Зроблено оцінку швидкості зернового матеріалу на плоскій поверхні віброживильника на основі математичної моделі, побудованої за гідродинамічної аналогії, що в свою чергу зумовлює аналіз рекомбінації зернівок за товщиною вібозрідженого шару зернового матеріалу.

Список використаних джерел

1. *Василенко П. М.* Теория движения частиц по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин. Киев, 1960. – 283 с.
2. *Блехман И.И., Дженелидзе Г.Ю.* Вибрационное перемещение. – М. Наука, 1964. – 410 с.
3. *Заика П.М.* Вибрационное перемещение твердых и сыпучих тел в сельскохозяйственных машинах К. УСХА. 1998. 625 с.
4. *Тищенко Л.Н.* Интенсификация сепарирования зерна. – Харьков: Основа, 2004. – 224 с.
5. *Бутко В.П.* Исследование плотности зерна пшеницы как перспективного показателя технологических свойств. Автореф. дис. канд. техн. наук. М. 1973 – 24с.
6. *Зенков, Р.Л., Гриневич, Г.П., Исаев, В.С.* (1977). Бункерные устройства. Машиностроение, Москва, 224.



7. Котов Б.І., Степаненко С.П. Дослідження шляхів підвищення ефективності віброрешітних сепараторів зерна і насіння. //Вібрації в техніці та технологіях. Вінниця. 2004 №3 с.61-63.

8. Пивень М.В. Обоснование параметров процесса решетного сепарирования зерновых смесей. Афтореф. дис. канд. техн. наук. Х. 2006 – 24с.

9. Гусак А.А., Гусак Г.М. Справочник по высшей математике: Справ. – Мн.: Наука і техніка, 1991. – 480 с.

10. Э. Камке. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М., 1965 г. - 704 с.

11. Котов Б.І. Теоретичне обґрунтування руху частинки зерна на вібропневморешеті при дії розпушуючих робочих органів /Б.І. Котов, С.П. Степаненко, Р.А. Калініченко/ Науковий вісник Національного аграрного університету. – К., 2007. – Вип. 115. С. 112-117.

12. Степаненко С.П. Підвищення ефективності вібропневматичних сепараторів зерна // Дис. ...канд. техн. наук. – Глеваха.: ННЦ «ІМЕСГ». – 2008. – 183 с.

13. Паламарчук І.П., Кюрчев С.В., Кюрчева Л.М. Дослідження динаміки руху насінини при виході з живильного конуса віброаспіраційного сепаратора // Науковий вісник ТДАТУ. 2020. Вип.8. т.2. с. 139-148.

14. Stepanenko S. P. Research pneumatic gravity separation grain materials (Исследование воздушногравитационной сепарации зерновых материалов). Mechanization in Agriculture, conserving of the resources: International Scientific Journals of Scientific Technical Union of Mechanical Engineering "Industry 4.0". Bulgarian, 2017. Vol. 63. Issue 2. S.–54–56.

15. Моделювання технологічних процесів в типових об'єктах післязбиральної обробки і зберігання зерна (сепарація, сушіння, активне вентильовання, охолодження): монографія / Б. І. Котов, Р. А. Калініченко, С. П. Степаненко, В. О. Швидя, В. О. Лісецький. Ніжин: Видавець ПП Лисенко М. М., 2017. 552 с.

16. Stepanenko S.P., Kotov B.I. Pneumotitis fractionation of grain materials in air streams of variable structure. An International Quarterly Journal on Motorization, Vehicle Operation, Energy Efficiency and Mechanical Engineering. Lublin-Rzeszow. TEKA.2018. Vol. 18. No 2. p. 69-74.

17. Stepanenko S.P., Kotov B.I. Theoretical research of separation process grain mixtures. An International Quarterly Journal on Motorization, Vehicle Operation, Energy Efficiency and Mechanical Engineering. Lublin-Rzeszow. TEKA.2018. Vol. 18. No 3, p. 49-54.

18. Stepanenko S.P., Kotov B.I. Theoretical research of separation process grain mixtures. Machinery & Energetics. Journal of Rural Production

Research. 2019, Vol. 10, N.4. pp.137-143. DOI:10.31548/machenergy.2019.04.147-153.

References

1. Vasilenko P. M. Teoriya dvizheniya chastits po sherokhovatym poverkhnostyam sel'skokhozyaystvennykh mashin. – Kiyev, 1960. – 283 s.

2. Blekhman I.I., Dzhanelidze G.YU. Vibratsionnoye peremeshcheniye. – M. Nauka, 1964. – 410 s.

3. Zaika P.M. Vibratsionnoye peremeshcheniye tverdykh i sypuchikh tel v sel'skokhozyaystvennykh mashinakh K. USKHA. 1998. 625 s.

4. Tishchenko L.N. Intensifikatsiya separirovaniya zerna. – Khar'kov: Osnova, 2004. – 224 s.

5. Butko V.P. Issledovaniye plotnosti zerna pshenitsy kak perspektivnogo pokazatelya tekhnologicheskikh svoystv. Avtoref. dis. kand. tekhn. nauk. M. 1973 – 24s.

6. Zenkov, R.L., Grinevich, G.P., Isayev, V.S. (1977). Bunkernyye ustroystva. Mashinostroyeniye, Moskva, 224.

7. Kotov B.І., Stepanenko S.P. Doslídzheniya shlyakhiv pidvishchennya yefektivnosti vibroreshitnikh separatoriv zerna i nasinnya. //Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnologiyakh. Vinnitsya. 2004 №3 s.61-63.

8. Piven' M.V. Obosnovaniye parametrov protsessy reshetnogo separirovaniya zernovykh smesey. Aftoref. dis. kand. tekhn. nauk. KH. 2006 – 24s.

9. Gusak A.A., Gusak G.M. Spravochnik po vyshey matematike: Sprav. – Mн.: Nauka í tekhnika, 1991. – 480 s.

10. E. Kamke. Spravochnik po obyknovennym differentsial'nym uravneniyam. M., 1965 g. - 704 s.

11. Kotov B.І. Teoretichne obgruntuвання rukhu chastinki zerna na vibropnevmoresheti pri dii rozpushuyuchikh robocikh organiv /B.І. Kotov, S.P. Stepanenko, R.A. Kalinichenko/ Naukoviy visnik Natsional'nogo agrarnogo univrsitetu. – K., 2007. – Vip. 115. S. 112-117.

12. Stepanenko S.P. Pidvishchennya yefektivnosti vibropnevmatichnikh separatoriv zerna // Dis. ...kand. tekhn. nauk. – Glevakha.: NNTS «ІМЕСГ». – 2008. – 183 s.

13. Palamarchuk Í.P., Kyurchev S.V., Kyurcheva L.M. Doslídzheniya dinamiki rukhu nasinini pri vikhodí z zhivil'nogo konusa vibroaspíratsiynogo separatora // Naukoviy visnik TDAТУ. 2020. Vip.8. t.2. s. 139-148.

14. Stepanenko S. P. Research pneumatic gravity separation grain materials (Issledovaniye vozdušnogravitatsionnoy separatsii zernovykh materialov). Mechanization in Agriculture, conserving of the resources: International Scientific Journals of Scientific Technical Union of Mechanical Engineering "Industry 4.0". Bulgarian, 2017. Vol. 63. Issue 2. S.– 54–56.



15. Modelyuvannya tekhnologіchnikh protsesiv v tipovikh ob'ektakh pіslyazbiral'noї obrobki і zberіgannya zerna (separatsiya, sushінnya, aktivne ventilyuvannya, okholodzhennya): monografiya / B. І. Kotov, R. A. Kalіnіchenko, S. P. Stepanenko, V. O. Shvidya, V. O. Lisets'kiy. Nіzhin: Vidavets' PP Lisenko M. M., 2017. 552 s.

16. Stepanenko S.P., Kotov B.I. Pneumonitis fractionation of grain materials in air streams of variable structure. An International Quarterly Journal on Motorization, Vehicle Operation, Energy Efficiency and Mechanical Engineering. Lublin-Rzeszow. TEKA.2018. Vol. 18. No 2. p. 69-74.

17. Stepanenko S.P., Kotov B.I. Theoretical research of separation process grain mixtures. An International Quarterly Journal on Motorization, Vehicle Operation, Energy Efficiency and Mechanical Engineering. Lublin-Rzeszow. TEKA.2018. Vol. 18. No 3, p. 49-54.

18. Stepanenko S.P., Kotov B.I. Theoretical research of separation process grain mixtures. Machinery & Energetics. Journal of Rural Production Research. 2019, Vol. 10, N.4. pp.137-143. DOI:10.31548/machenergy.2019.04.147-153.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЗЕРНОВОГО МАТЕРИАЛА НА ПОВЕРХНОСТИ ВИБРОПИТАТЕЛЕЙ В УСЛОВИЯХ ВВЕДЕНИЯ ЕГО В АСПИРАЦИОННЫЙ КАНАЛ СЕПАРАТОРА

Разработать математическую модель и расчетные аналитические зависимости для определения траекторий и параметров перемещения зерновок на поверхности вибропитателя в условиях введения его в аспирационный канал сепаратора.

Базируются на методах математического моделирования и теоретической механики с применением уравнений движения материальной точки при переменной действия вибраций. Теоретические исследования проведены с использованием математического анализа и теории моделирования. Результаты исследований обработаны с применением элементов теории вероятности и математической статистики с использованием пакетов прикладных программ.

Приведено математическое описание движения зерновок компонентов зернового материала (КЗМ) на поверхности вибропитателей в условиях введения его в аспирационный канал сепаратора в условиях действия вибраций на КЗМ. Получены траектории движения зерновок на поверхности вибропитателей с разным размером.

Полученное уравнение движения частицы при воздействии вибраций позволяет определить зависимость скорости движения материала в виброзриженном слое КЗМ от ряда факторов: геометрических параметров вибропитателей, угла подачи материала, начального кинематического режима зернового

материала, показателя кинематического режима вибропитателей, а также коэффициента трения.

Описан процесс движения зернового материала на плоской поверхности вибропитателей, которая позволяет определить рациональные параметры ввода материала в аспирационный канал сепаратора для дальнейшего его фракционирования.

Полученная зависимость для функции скорости потока зернового материала на плоской поверхности вибропитателей, которая позволяет определить параметры распределения зернового материала по площади сечения аспирационного канала сепаратора.

Произведена оценка скорости зернового материала на плоской поверхности вибропитателей на основе математической модели, построенной по гидродинамической аналогии, в свою очередь обуславливает анализ рекомбинации зерновок по толщине виброзриженого слоя зернового материала.

Ключевые слова: вибропитателей, зерновой материал, вибрация, переменная скорость, траектория, коэффициент трения.

MATHEMATICAL SIMULATION OF THE MOVEMENT OF GRAIN MATERIAL ON THE SURFACE OF THE SPREADER UNDER ITS INTRODUCTION INTO THE ASPIRATION CHANNEL OF THE SEPARATOR

Develop a mathematical model and calculated analytical dependences to determine the trajectories and parameters of grain movement on the surface of the vibrating feeder under the conditions of its introduction into the aspiration channel of the separator.

They are based on the methods of mathematical modeling and theoretical mechanics with the application of the equations of motion of a material point under the variable action of vibrations. Theoretical research was conducted using mathematical analysis and modeling theory. The research results are processed using elements of probability theory and mathematical statistics using application packages.

A mathematical description of the movement of grains of grain material components (GMC) on the surface of the vibrating feeder under the conditions of its introduction into the aspiration channel of the separator under the conditions of vibration on the GMC. The trajectories of grains on the surface of the vibrating feeder with different size are obtained.

The obtained equation of motion of the particle under the action of vibrations allows to determine the dependence of the velocity of the material in the vibrated fluidized bed on a number of factors: geometrical parameters of the vibrating feeder, feed angle, initial kinematic mode of grain



material, kinematic mode of the vibrating feeder and friction coefficient.

The process of grain material movement on the flat surface of the vibrating feeder is described, which allows to determine the rational parameters of material introduction into the aspiration channel of the separator for its further fractionation.

The dependence for the function of the grain flow rate on the flat surface of the vibrating feeder is obtained, which allows to determine the parameters of the grain material distribution by the

cross-sectional area of the aspiration channel of the separator.

The velocity of grain material on the flat surface of the vibrating feeder is estimated on the basis of a mathematical model constructed by hydrodynamic analogy, which in turn determines the analysis of grain recombination by the thickness of the vibrated liquid layer of grain material.

Key words: vibrating feeder, grain material, vibration, variable speed, trajectory, coefficient of friction.

Відомості про авторів

Степаненко Сергій Петрович – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, завідувач відділу перспективних технологій і технічних засобів для збирання, обробки та зберігання врожаю зернових і олійних культур Національного наукового центру "Інститут механізації та електрифікації сільського господарства" (вул. Вокзальна, 11, смт. Глеваха, Васильківський район, Київська область, Україна e-mail: Stepsnenko_s@ukr.net).

Котов Борис Іванович – доктор технічних наук, професор кафедри агроінженерії і системотехніки Подільського державного аграрно-технічного університету (вул. Шевченка, 13, м. Кам'янець-Подільський, 32316, e-mail: eetsapk@pdatu.edu.ua).

Грушецький Сергій Миколайович - кандидат технічних наук, доцент кафедри агроінженерії і системотехніки Подільського державного аграрно-технічного університету (вул. Шевченка, 13, м. Кам'янець-Подільський, Хмельницька обл., 32316, e-mail: g.sergiy.1969@gmail.com).

Рудь Анатолій Володимирович - кандидат технічних наук, професор, професор кафедри агроінженерії і системотехніки Подільського державного аграрно-технічного університету (32316, Хмельницька обл., м. Кам'янець-Подільський, вул. Шевченка, 13)

Степаненко Сергей Петрович - кандидат технических наук, старший научный сотрудник, заведующий отделом перспективных технологий и технических средств для сбора, обработки и хранения урожая зерновых и масличных культур Национального научного центра "Институт механизации и электрификации сельского хозяйства" (ул. Вокзальная, 11, пгт. Глеваха, Васильковский район, Киевская область, Украина e-mail: Stepsnenko_s@ukr.net).

Котов Борис Иванович - доктор технических наук, профессор кафедры Агроинженерии и системотехники Подольского государственного аграрно-технического университета (ул. Шевченко, 13, г. Каменец-Подольский, 32316, e-mail: eetsapk@pdatu.edu.ua).

Грушецкий Сергей Николаевич - кандидат технических наук, доцент кафедры агроинженерии и системотехники Подольского государственного аграрно-технического университета (ул. Шевченко, 13, г. Каменец-Подольский, Хмельницкая обл., 32316, e-mail: g.sergiy.1969@gmail.com).

Рудь Анатолій Владимирович - кандидат технических наук, профессор, профессор кафедры Агроинженерии и системотехники Подольского государственного аграрно-технического университета (32316, Хмельницкая обл., г. Каменец-Подольский, ул. Шевченко, 13)

Stepanenko Sergey - Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher, Head of the Department of Advanced Technologies and Technical Means for Harvesting, Processing and Storage of Grain and Oilseeds Crops of the National Research Center "Institute of Mechanization and Electrification of Agriculture" (11 Vokzalnaya St., town. Glevakha, Vasilkovsky district, Kiev region, Ukraine e-mail: Stepsnenko_s@ukr.net).

Kotov Boris - Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Agroengineering and Systems Engineering of Podolsk State Agrarian and Technical University (Shevchenko St., 13, Kamenets-Podolsky, 32316, e-mail: eetsapk@pdatu.edu.ua).

Hrushetskiy Sergiy - Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Agroengineering and System Engineering Podilsky State Agrarian and Technical University (St. Shevchenko, 13, Kamianets-Podilsky, Khmelnytsky region, 32316, e-mail: g.sergiy.1969@gmail.com).

Rud Anatolii - Candidate of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Agroengineering and Systems Engineering of Podolsk State Agrarian and Technical University (32316, Khmelnytsky region, Kamyanets-Podilsky, 13 Shevchenko str.)