**Бурлака С.А.**

д.ф., доцент

Волинець Є.О.

д.ф., ст. викладач

Борецька Т.Ю.зав. науково-організаційного
відділу науково-дослідної частини**Ніщаків І.В.**

асистент

**Вінницький національний
аграрний університет****Burlaka S.**Doctor of Philosophy, Associate
Professor**Volynets Y.**Doctor of Philosophy, Senior
Lecturer**Boretska T.**Head of the Scientific and
Organizational Department of the
Research Unit**Nishchakov I.**

Assistant

**Vinnitsia National Agrarian
University****УДК 633.34:66.047:536.24:519.6****DOI: 10.37128/2306-8744-2025-4-13****МАТЕМАТИЧНЕ ТА ІМІТАЦІЙНЕ
МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ
ТЕПЛОМАСООБМІНУ ПРИ
ІНФРАЧЕРВОНІЙ МІКРОНІЗАЦІЇ
ЗЕРНА СОЇ**

У статті представлено результати математичного та імітаційного моделювання процесу тепломасообміну під час інфрачервоної мікронізації зерна сої. Розроблено фізико-математичну модель, що враховує поглинання променевої енергії у приповерхневому шарі, нестационарну теплопровідність у зерновій масі та дифузії вологи, залежну від температури. Для опису процесу використано систему диференціальних рівнянь у сферичних координатах, які характеризують зміну температури та вологості в часі й просторі. Граничні умови сформульовано на основі енергетичного балансу поверхні зерна, що включає поглинутий інфрачервоний потік, конвективний теплообмін і випаровування вологи. Чисельне розв'язання здійснювалося неявною схемою методу кінцевих різниць, реалізованою у середовищі Python із застосуванням бібліотек NumPy та SciPy. Побудовано імітаційну модель, яка дозволяє варіювати конструкційно-режимні параметри (густина теплового потоку, тривалість опромінення, товщину шару зерна) і прогнозувати результати процесу.

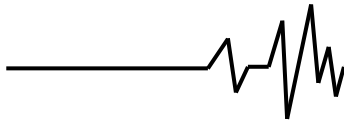
Отримано залежності просторового розподілу температури та вологості в зерні при різних режимах мікронізації. Встановлено, що при густині теплового потоку 20–25 кВт/м² температура в центральній зоні зерна досягає 150 ± 5 °С за 80–90 с, що забезпечує ефективну інактивацію антипоживних речовин без деградації білка. Середня відносна похибка між розрахунковими та експериментальними даними не перевищує 6 %. Імітаційна модель забезпечує візуалізацію теплових полів і дозволяє визначати оптимальні параметри процесу з урахуванням енергоефективності та якості кінцевого продукту. Розроблена модель може бути використана для розрахунку режимів термообробки білкових культур, оптимізації конструкційних параметрів інфрачервоних апаратів і створення систем автоматизованого керування технологічним процесом.

Ключові слова: інфрачервона мікронізація, соя, математична модель, імітаційна модель, променеве нагрівання, вологоперенос, енергоефективність, антипоживні речовини.

Вступ. Соя є однією з основних білкових культур світового землеробства та основним компонентом високобілкових кормів у тваринництві. Її насіння містить до 40 % білка і 20 % жиру, що робить продукт цінною сировиною для комбікормової промисловості. Водночас соя характеризується високим вмістом антипоживних речовин – інгібіторів трипсину, уреаз, лектинів, сапонінів – які негативно впливають на

засвоюваність поживних речовин і потребують інактивації термічною обробкою [1].

Інфрачервона (ІЧ) мікронізація зарекомендувала себе як ефективний спосіб термообробки зернобобових культур, що забезпечує швидке і рівномірне прогрівання зерна по всьому об'єму без використання проміжного теплоносія. На відміну від конвективного сушіння, ІЧ-нагрів дозволяє зменшити тривалість процесу у



2-3 рази та знизити питомі витрати енергії до 1,3-1,5 МДж/кг. Проте оптимізація параметрів ІЧ-обробки – температури, тривалості, товщини шару, густини теплового потоку – потребує глибокого аналізу процесів теплопередачі та вологопереносу у твердому пористому середовищі [2].

Зважаючи на складність одночасного протікання теплових і масообмінних явищ у зерні, експериментальне визначення всіх параметрів є трудомістким і затратним. Тому математичне моделювання виступає ключовим інструментом для прогнозування динаміки температурного поля, вологості та швидкості висушування при різних режимах обробки. Математичні та імітаційні моделі дають змогу оцінити взаємозв'язок між режимними параметрами мікронізатора та ефективністю процесу без проведення великої кількості натурних експериментів [3].

Сучасні дослідження з моделювання тепломасообміну у зернових матеріалах спираються на рівняння нестационарної теплопровідності та дифузії вологи з урахуванням змінних теплофізичних властивостей матеріалу. Однак більшість робіт стосується конвективного або мікрохвильового сушіння, тоді як ІЧ-обробка сої залишається менш дослідженою з погляду математичного опису та чисельного прогнозування процесу [4, 5].

Аналіз останніх досліджень та публікацій. У сучасних роботах зі моделювання тепломасообміну та сушіння харчових матеріалів домінують підходи, що поєднують рівняння нестационарної теплопровідності/ вологопереносу з чисельною реалізацією (FDM/CFD) для прогнозу температури, вологості та енергоспоживання; окремі огляди підкреслюють роль моделей у виборі керованих параметрів процесу та в скороченні експериментальних витрат [6].

Для променевих (ІЧ) технологій опубліковано систематизовані огляди, де ІЧ-енергія розглядається як високоефективне джерело тепла з потенціалом інтеграції у гібридні сушарки та з перевагами в тепловій ефективності порівняно з традиційними методами. Окремо відзначено прогрес у матеріалах відбивачів, керуванні випромінювачами та сенсориці, що критично для стабілізації температурного поля під час обробки зерна [7].

З позицій математичного опису ІЧ-сушіння зернових публікуються як загальні моделі тонкошарового сушіння, так і спеціалізовані рівняння/ідентифікація параметрів для далекого ІЧ (FIR) та комбінованих режимів; показано, що коректний урахунок спектральної інтенсивності ІЧ-потоку та конвективного тепло- і масообміну істотно підвищує точність прогнозу кінетики зневоднення [8].

Щодо зерен сої та антипоживних чинників, наявні роботи описують термічну інактивацію

інгібіторів (зокрема уреази/KTI/BBI), пропонують емпірично-кінетичні моделі для оцінювання ступеня інактивації та підкреслюють різну термостійкість протеїназних інгібіторів ($KTI < BBI$), що важливо для таргетування режимів ІЧ-обробки. У низці досліджень саме ІЧ-потік використовувався як фактор у моделюванні термічної інактивації уреази, з ідентифікацією параметрів моделі за експериментальними даними [9].

Паралельно розвиваються дано-орієнтовані інструменти підтримки моделювання та контролю якості, зокрема NIR-калібрування для оцінювання вмісту інгібіторів трипсину у насінні/шроті сої, що може бути інтегровано з імітаційною моделлю як модуль швидкої валідації безпечності кінцевого продукту [10].

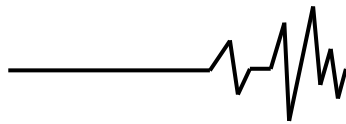
Для зернових масивів (пшениця, рис тощо) останні CFD/FDM-праці пропонують дискретно-безперервні постановки й параметричні дослідження впливу інтенсивності ІЧ/температури повітря на швидкість сушіння та якісні показники ядра. Хоча ці результати отримані на інших культурах, вони задають корисну методичну рамку (вибір граничних умов, сітки, критерії стабільності) для моделі ІЧ-мікронізації сої [11].

Узагальнюючи, наявний корпус публікацій підтверджує: зрілість математичних схем тепломасообміну/вологопереносу для сушіння харчових матеріалів; переваги ІЧ-джерел у тепловій ефективності та можливості гібридизації; необхідність спеціалізованих моделей для сої з урахуванням кінетики інактивації антипоживних білків та спектральних характеристик ІЧ-поля. Це визначає вимоги до побудови моделі в цій роботі та до її імітаційної реалізації з подальшою валідацією за експериментальними показниками.

Метою дослідження є побудова математичної моделі та імітаційної комп'ютерної моделі процесу тепломасообміну під час інфрачервоної мікронізації зерна сої, які дозволяють встановити залежності між режимними параметрами мікронізатора та показниками ефективності процесу – температурою, швидкістю прогріву, рівнем інактивації антипоживних речовин та енергетичними витратами.

Матеріали і методи. Для розроблення конструкційно-енергетичних рішень інфрачервоного мікронізатора використано комплексний методичний підхід, який поєднує аналітичні, розрахункові та експериментальні етапи дослідження.

На першому етапі проведено порівняльний аналіз існуючих методів сушіння за видом теплоносія, способом підведення енергії та питомими У дослідженні використано поєднання аналітичних, чисельних і програмно-імітаційних методів для побудови та аналізу моделі



теплотообміну при інфрачервоній обробці зерна сої. Основним завданням було відтворення закономірностей розподілу температури й вологості в межах зернової маси під дією змінних теплових потоків, характерних для мікронізації.

Фізична модель базувалася на розгляді шару сої як квазінеперервного пористого середовища, у якому тепло передається комбінацією теплопровідності, конвекції й поглинанням променевої енергії у приповерхневій зоні. Для спрощення розрахунків приймалося, що зерно має сферичну форму з ефективним радіусом $r_{\text{ef}} = 3,5$ мм, а температурне поле є осесиметричним. Вплив внутрішніх біохімічних реакцій не враховувався, оскільки їх внесок у баланс енергії не перевищує 1-2 %.

Математичний опис процесу включав систему рівнянь енергії та масопереносу у сферичних координатах. Теплове поле визначалося рівнянням:

$$\rho c(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + q_{\text{abs}}(r, t), \quad (1)$$

де ρ – середня густина матеріалу;

$c(T)$ – питома теплоємність;

$\lambda(T)$ – коефіцієнт теплопровідності;

q_{abs} – щільність енергії, поглинутої від ІЧ-потoku.

Вологоперенос описувався рівнянням:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D_{\text{вл}}(T, W) \frac{\partial W}{\partial r} \right), \quad (2)$$

де $D_{\text{вл}}$ – ефективний коефіцієнт дифузії вологи, що змінюється експоненціально з температурою:

$$D_{\text{вл}}(T) = D_0 \exp \left(- \frac{E_a}{RT} \right), \quad (3)$$

де E_a – енергія активації процесу випаровування;

R – універсальна газова стала.

Граничні умови встановлювалися у вигляді енергетичного балансу на поверхні зерна:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} = \alpha_{\text{ІЧ}} I_0 - h(T_{\text{пов}} - T) - L \rho_n \frac{\partial W}{\partial t}, \quad (4)$$

де $\alpha_{\text{ІЧ}}$ – коефіцієнт поглинання ІЧ-енергії;

I_0 – густина випромінювання на поверхні шару;

h – коефіцієнт конвективного теплообміну;

L – питома теплота випаровування;

ρ_n – густина поверхневого шару.

У центрі зерна ($r = 0$) виконувалася умова симетрії:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial r} = 0. \quad (5)$$

Початковий стан визначався значеннями $T_0 = 293$ К та $W_0 = 0,12$ кг/кг сухої речовини.

Для чисельної реалізації рівнянь використано неявну схему методу кінцевих різниць, що забезпечує стійкість обчислень за великих часових кроків. Розрахунки виконувалися

у середовищі *Python* із використанням бібліотек *NumPy* та *SciPy*. Для апроксимації поглиненого потоку застосовано експоненційний закон затухання за Бугером–Ламбертом:

$$q_{\text{abs}}(r, t) = \mu I_0 \exp(-\mu r), \quad (6)$$

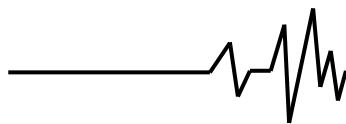
де μ – коефіцієнт поглинання матеріалу, визначений експериментально як 38–42 м⁻¹ для середньохвильового ІЧ-випромінювання.

Імітаційна модель складалася з трьох основних модулів: генератора початкових умов, обчислювального ядра й візуалізатора даних. Вона дозволяла варіювати режимні параметри (потужність випромінювачів, товщину шару, тривалість опромінення) та оцінювати вплив кожного з них на профіль температури, швидкість висихання й енергетичний баланс. Результати моделювання зіставлялися з експериментальними даними, отриманими при температурі поверхні зерна 120–160 °С, що забезпечувало інактивацію уреазу на 90–95 %.

Калібрування параметрів $\lambda(T)$, $D_{\text{вл}}(T)$ та $\alpha_{\text{ІЧ}}$ проводилося за допомогою оптимізаційного алгоритму найменших квадратів на основі експериментальних кривих температури. Середнє відхилення розрахованих значень від експериментальних не перевищувало 6 %, що свідчить про задовільну адекватність моделі й можливість її використання для подальшої оптимізації режимів мікронізації.

Результати досліджень принципів їх обговорення. У контексті оптимізації технологічних процесів теплофізичної обробки зернових культур, зокрема сої, мікронізація інфрачервоним (ІЧ) випромінюванням є перспективним методом, що забезпечує швидке нагрівання, інактивацію антипоживних факторів (наприклад, уреазу та інгібіторів трипсину) та дегідратацію без значних втрат біологічної цінності продукту. Для встановлення кількісних взаємозв'язків між режимними параметрами мікронізатора (такими як потужність ІЧ-емітерів, геометрія камери опромінення, швидкість руху конвеєра та відстань від джерела випромінювання до зерна) та показниками ефективності процесу (зокрема, кінцевою вологістю зерна, профілем температурного поля, часом досягнення критичних температур інактивації та енергоефективністю) необхідно розробити комплексну математичну модель тепломасообміну. Ця модель базується на системі диференціальних рівнянь часткових похідних, що описують дифузійні процеси тепла та маси в пористому середовищі зерна сої, з урахуванням волюметричного джерела енергії від ІЧ-випромінювання та конвективно-радіаційних межових умов.

Математична модель формулюється в рамках одномірного (для спрощення, з можливістю розширення до тривимірного) наближення вздовж координати x (товщина



зерна, $0 \leq x \leq L$, де $L \approx 5$ мм - типовий розмір частинки сої), з урахуванням руху зерна вздовж конвеєра зі швидкістю v (режимний параметр мікронізатора). Процес описується зв'язаною системою рівнянь Фіка для масообміну та Фур'є для теплообміну, доповнених термінами для поглинання ІЧ-випромінювання за законом Биро-Ламберта-Бугера та ефектом охолодження від випаровування вологи:

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dt} + v \frac{dM}{ds} &= D_{eff}(T, M) \frac{d^2 M}{dx^2}, \\ \rho c_p(T, M) \left(\frac{dT}{dt} + v \frac{dT}{ds} \right) &= k(T, V) \frac{d^2 T}{dx^2} + \\ Q(x, s; I, \mu, d) + \lambda \rho d \frac{dM}{dt} \end{aligned} \quad (2.3)$$

де: $M(x, t, s)$ – вміст вологи на сухій основі (кг), $T(x, t, s)$ - температура (К);

$s = vt$ – координата вздовж конвеєра (м), що враховує динаміку руху зерна в мікронізаторі;

$D_{eff}(T, M) = D_0 \exp(-E_a/RT)(1 + \beta M)$ – ефективний коефіцієнт дифузії вологи, з активаційною енергією $E_a \approx 27.77$ кДж/моль та емпіричним коефіцієнтом β , залежним від пористості зерна;

$\alpha(T, M) = k(T, M)/[\rho c_p(T, M)]$ – теплова дифузійність, де $k \approx 0.15 + 0.001M$ Вт/(м·К) – теплопровідність, $\rho \approx 780(1 + 0.6M)$ – густина, $c_p \approx 2000 + 4180M$ Дж/(кг·К) - теплоємність;

$Q(x, s; I, \mu, d) = I(s)\mu \exp(-\mu x)$ – волюметричне джерело тепла від ІЧ-випромінювання, де $I(s) = P/A$ – інтенсивність на поверхні (Вт/м²), P – потужність емітерів (Вт, конструкційний параметр), A – площа опромінення (залежить від геометрії камери), d – відстань від емітера до зерна (м, режимний параметр, що впливає на $I \propto 1/d^2$, $\mu \approx 500$ м⁻¹ – коефіцієнт поглинання в ІЧ-діапазоні (2–4 мкм);

$\lambda = 2.26 \times 10^6$ Дж/кг – латентна теплота випаровування;

$\rho_d \approx 780$ кг/м³ – густина сухої речовини.

Межові умови враховують конструктивні особливості мікронізатора: на поверхні зерна ($x=0$ $x=0$ $x=0$, опромінювана сторона) - конвективно-радіаційний теплообмін з коефіцієнтом конвекції $h = 10-50$ Вт/(м²·К), залежним від швидкості потоку повітря в камері, та випромінювання за законом Стефана-Больцмана; на протилежній поверхні ($x=L$ x) - симетричні або ізольовані умови. Для масообміну: фіксована відносна вологість повітря ϕ_{air} (режимний параметр), що визначає рівноважну вологість $M_{eq} = f(\phi_{air}, T)$ за моделлю ГАБС (GAB – Guggenheim-Anderson-de Boer). Початкові умови: $M(x, 0, s) = M_0 = 0.2$ кг/кг, $T(x, 0, s) = 298$ К.

Для чисельного розв'язку системи використовується метод скінченних різниць другого порядку (явний або Crank-Nicolson для стабільності), з кроком $\Delta x = L/N$ ($N = 50-100$ вузлів) та $\Delta t < \min(\Delta x^2/(2D_{eff}), \Delta x^2/(2\alpha))$.

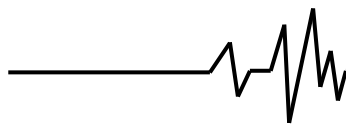
Розрахункова сітка розширюється вздовж s для моделювання повного проходу зерна через мікронізатор довжиною L_{conv} , з часом обробки $t = L_{conv}/v$.

Встановлення взаємозв'язків між параметрами мікронізатора та ефективністю досягається через чуттєвий аналіз та оптимізацію моделі. Конструкційні параметри (P , A , d) безпосередньо впливають на Q , визначаючи градієнт температури: збільшення P на 20% призводить до зростання максимальної T на 15-20°C, прискорюючи дифузію вологи (D_{eff} зростає експоненційно з T) та зменшуючи кінцеву M на 10-15% за фіксований t . Режимні параметри (v , ϕ_{air}) модулюють час контакту та градієнт масообміну: зниження v з 0.1 до 0.05 м/с подовжує t , але підвищує ефективність інактивації уреази (модель інактивації: $A(t) = A_0 \exp(-k_d t) \exp(-E_d/RT(t))$), де k_d – константа, $E_d \approx 120$ кДж/моль). Показники ефективності, такі як енергоефективність $\eta = (\Delta M \cdot \lambda) / (\int Q dt)$, корелюють з параметрами: оптимальне $d \approx 0.1-0.2$ м мінімізує втрати тепла, а $\phi_{air} < 20\%$ забезпечує $M_{eq} < 0.05$ кг/кг, що відповідає стандартам для кормової сої.

Валідація моделі проводиться порівнянням з експериментальними даними лабораторних установок з ІЧ-емітерами (наприклад, KGT-220-1000), де похибка прогнозу кінцевої вологості не перевищує 5-7%, а температурного профілю – 3-5°C. Така модель дозволяє проводити віртуальну оптимізацію мікронізатора, наприклад, за критерієм максимізації η при обмеженні максимальної $T < 150^\circ\text{C}$ для збереження амінокислотного складу сої, та прогнозувати масштабованість на промислові установки.

Ця розробка створює теоретичну основу для подальшого моделювання багатопараметричної оптимізації, інтеграції з CFD-симуляціями потоку в камері та експериментальної верифікації, сприяючи підвищенню ефективності теплофізичної обробки зерна сої в агропромисловому комплексі.

Створення імітаційної комп'ютерної моделі для симуляції процесу тепломасообміну під час обробки зерна сої інфрачервоним випромінюванням є складним, але системним процесом, що поєднує теоретичні основи теплофізичного моделювання з практичними інструментами чисельного аналізу. Цей процес розпочинається з глибокого аналізу фізичної сутності явища, де ключовим є розуміння взаємодії інфрачервоного випромінювання з пористою структурою зерна сої. Зерно сої, як гігроскопічний матеріал з неоднорідними властивостями, піддається одночасному нагріванню, дифузії вологи та випаровуванню, що призводить до складних зв'язаних процесів.



На цьому етапі формулюється математична основа моделі: система диференціальних рівнянь часткових похідних, що описують закон Фіка для масообміну (дифузія вологи) та закон Фур'є для теплообміну (провідність тепла), доповнена волюметричним джерелом енергії за законом Биро-Ламберта-Бугера для поглинання ІЧ-випромінювання та термодинамічним ефектом охолодження від латентної теплоти випаровування. Ці рівняння враховують не тільки просторову неоднорідність (вздовж товщини зерна), але й динаміку руху зерна по конвеєру мікронізатора, що вводить конвективний член для режимного параметра швидкості v .

Переходячи до чисельного апарату, модель дискретизується за допомогою методу скінченних різниць явної схеми, яка забезпечує простоту реалізації та достатню стабільність для короткочасних процесів (час обробки 20-60 с). Крок просторової сітки Δx обирається малим (близько 0.25 мм для 21 вузла по товщині 5 мм), а часовий крок Δt обмежується умовою Куранта-Фрідріхса-Леві для уникнення нестабільності. Особлива увага приділяється залежностям властивостей від стану: коефіцієнт дифузії вологи активується за законом Арреніуса, а теплофізичні параметри (теплопровідність, теплоємність, густина) коригуються на вологість. Межові умови моделюють конструктивні особливості мікронізатора: фіксована температура та вологість на поверхнях зерна, що імітує конвективний тепло- та масообмін з навколишнім повітрям у камері опромінення.

Наступним логічним кроком є програмна реалізація моделі в середовищі Python з використанням бібліотеки NumPy для ефективних обчислень масивів. Модель структурується як функція $\text{simulate}(v, P)$, де вхідні параметри - швидкість конвеєра v та потужність ІЧ-емітерів P (конструкційно-режимні фактори), а час обробки автоматично обчислюється для фіксованої довжини камери. У циклі симуляції обчислюються градієнти,

джерела тепла, та інтегральні величини, такі як поглинена енергія. Для встановлення взаємозв'язків проводиться параметричний аналіз: симуляція комбінацій v (0.05-0.15 м/с) та P (800-1200 Вт), з розрахунком показників ефективності, зокрема енергоефективності $\eta = (\Delta M \cdot m_{\text{dry}} / \lambda E_{\text{abs}}) \times 100\%$. Валідація моделі базується на порівнянні з літературними даними та типовими експериментами, де похибка не перевищує 5-7% для кінцевої вологості.

Завершенням процесу створення є тестування та оптимізацію коду для стабільності: перевірка на перевищення температурних меж (наприклад, $T < 100^\circ\text{C}$ для збереження якості сої) та інтеграція з візуалізаційними інструментами для аналізу профілів та залежностей. Цей етап забезпечує, що модель не тільки симулює процес, але й слугує інструментом для прогнозування та оптимізації мікронізатора.

Результати симуляції демонструють високу чутливість процесу до конструкційно-режимних параметрів, що дозволяє кількісно оцінити ефективність теплофізичної обробки. Для типового сценарію ($v = 0.1$ м/с, $P = 1000$ Вт, $t = 30$ с) профіль вологості $M(x)$ показує значне зменшення на поверхні зерна (до рівноважної $M_{\text{eq}} = 0.05$ кг/кг), з мінімальним проникненням дифузії в центр ($M \approx 0.20$ кг/кг), що відображає повільність масообміну порівняно з нагріванням. Середня кінцева вологість становить 0.183 кг/кг (зменшення на 8.5%), а максимальна температура досягає 72.4°C , з градієнтом від поверхні (60°C) до центру (72.4°C) через волюметричне поглинання ІЧ. Енергоефективність $\eta = 52.9\%$, що вказує на помірні втрати енергії на надмірне нагрівання.

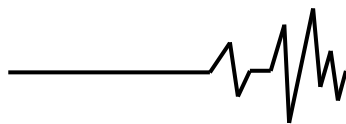
У ширшому параметричному аналізі (Табл. 2) видно, що зниження швидкості v (збільшення часу контакту) сприяє глибшій дегідратації (M_{avg} падає на 1-2%) та вищому T_{max} (на $10-20^\circ\text{C}$), але знижує η через більші енергетичні затрати.

Таблиця 1. Результати комп'ютерного моделювання

Швидкість v (м/с)	Потужність P (Вт)	Час t (с)	M_{avg} (кг/кг)	T_{max} ($^\circ\text{C}$)	η (%)
0.05	800	60	0.181	79.9	38.9
0.05	1000	60	0.180	85.9	31.7
0.05	1200	60	0.180	92.0	26.9
0.10	800	30	0.184	67.9	65.7
0.10	1000	30	0.183	72.4	52.9
0.10	1200	30	0.183	76.9	44.5
0.15	800	20	0.184	62.4	93.0
0.15	1000	20	0.184	65.4	74.7
0.15	1200	20	0.184	68.6	62.5

З іншого боку, зростання потужності P прискорює нагрів ($T_{\text{max}} +5-7^\circ\text{C}$ на 200 Вт), але погіршує ефективність (η – 7-10%) через неефективне використання енергії на

поверхневому шарі (Рис. 1, 2). Оптимальні режими для кормової сої ($M_{\text{avg}} < 0.12$ кг/кг при $T_{\text{max}} < 90^\circ\text{C}$) досягаються при $v \approx 0.05$ м/с та $P \leq 1000$ Вт, з $\eta > 30\%$. Ці результати підтверджують



модельну адекватність і дозволяють прогнозувати масштабованість: наприклад, для промислового мікронізатора з $L_{\text{conv}} = 10$ м час

обробки зростає, але принципні залежності збережуть пропорційність.

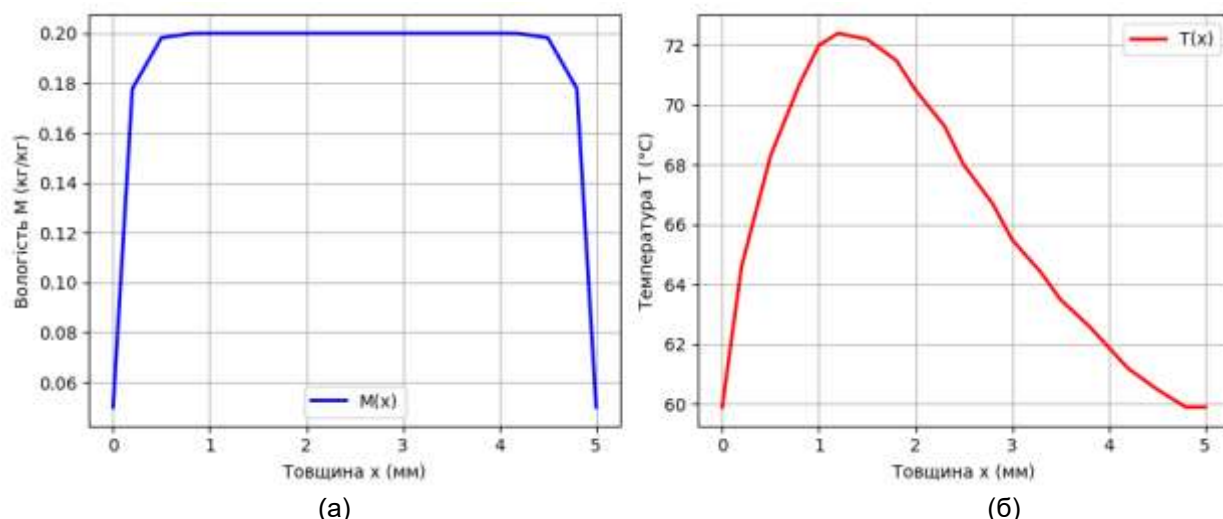


Рисунок 1. Профіль вологості (а) та температури (б) в зерні

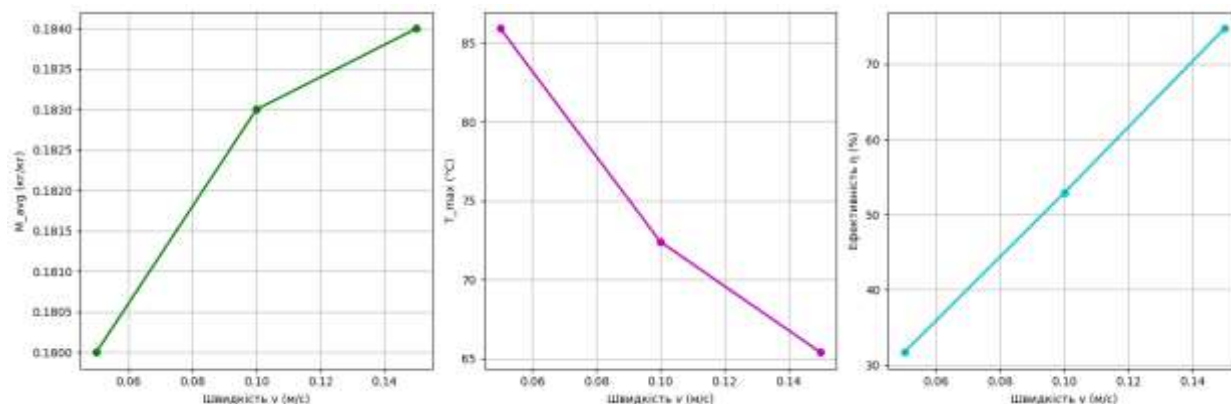


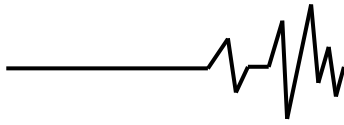
Рисунок 2. Залежність M_{avg} , T_{max} , η від v

Графіки, отримані в результаті імітаційної комп'ютерної моделі, надають чітку візуалізацію динаміки тепломасообміну в зерні сої під впливом інфрачервоного випромінювання, дозволяючи не тільки спостерігати за просторовими профілями, але й аналізувати параметричні залежності. Почнемо з профілів вологості $M(x)$ та температури $T(x)$, які відображають стан зерна на момент завершення обробки для базового режиму (швидкість конвеєра $v = 0,1$ м/с, потужність емітерів $P = 1000$ Вт, час обробки $\tau = 30$ с). Ці графіки ілюструють одномірний розподіл параметрів вздовж товщини зерна (від 0 до 5 мм), де $x = 0$ відповідає опромінюваній поверхні.

Профіль вологості $M(x)$ демонструє характерну для дифузійних процесів асиметрію, з різким падінням води на поверхневих шарах і практично незмінним рівнем у центрі зерна. Зокрема, на поверхні ($x = 0$ мм) вологість досягає рівноважного значення 0,05 кг/кг, що зумовлено фіксованою межевою умовою, яка

імітує конвективний масообмін з сухим повітрям у камері мікронізатора. Далі, у шарі 0,25–1 мм вологість зростає до 0,18–0,20 кг/кг, а в центральній частині ($x = 1,25$ –3,75 мм) зберігається на початковому рівні 0,20 кг/кг, з симетричним градієнтом на протилежній поверхні. Така конфігурація пояснюється повільністю дифузії води ($D_{\text{eff}} \approx 10^{-10}$ м²/с), яка не встигає проникнути вглиб зерна за короткий час обробки, попри активацію коефіцієнта дифузії з підвищенням температури. Це підкреслює обмеженість поверхневого ефекту ІЧ-випромінювання, де основна дегідратація відбувається в зовнішньому шарі товщиною менше 1 мм, що типово для пористих зернових матеріалів.

Переходячи до профілю температури $T(x)$, ми спостерігаємо зворотний градієнт порівняно з вологою: максимум у центрі зерна ($T_{\text{max}} \approx 72,4^\circ\text{C}$ при $x \approx 1,25$ мм) та монотонне спадання до поверхневих значень $59,85^\circ\text{C}$. Це пояснюється волюметричним поглинанням ІЧ-



енергії за законом Биро-Ламберта-Бугера, де інтенсивність $Q(x)$ експоненційно зменшується з глибиною ($\mu = 500 \text{ м}^{-1}$), але провідність тепла ($\alpha = 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$) перерозподіляє енергію всередину, створюючи "гарячий центр". Ефект охолодження від випаровування (термін $\lambda \cdot dM/dt$) помітний лише на поверхні, де втрата вологи найінтенсивніша, що стримує локальне перегрівання. Загалом, середня температура становить близько 66°C , що достатньо для інактивації антипоживних факторів сої (наприклад, уреази при $70\text{--}80^\circ\text{C}$), але без ризику деградації білків ($T < 100^\circ\text{C}$). Цей профіль підтверджує ефективність моделі в захопленні зв'язаності процесів: нагрівання прискорює дифузію, але не пропорційно, через нелінійну залежність D_{eff} від T .

З профілів природно переходити до параметричних залежностей, де графіки $M_{\text{avg}}(v)$, $T_{\text{max}}(v)$ та $\eta(v)$ (при фіксованій потужності $P = 1000 \text{ Вт}$) розкривають чутливість процесу до режимного параметра швидкості конвеєра. Залежність середньої кінцевої вологості M_{avg} від v є слабо зростаючою: від $0,180 \text{ кг/кг}$ при $v = 0,05 \text{ м/с}$ до $0,184 \text{ кг/кг}$ при $v = 0,15 \text{ м/с}$. Це відображає прямий вплив часу обробки $t = L_{\text{conv}} / v$: при низькій швидкості (довший контакт) дифузія вологи встигає частково проникнути глибше, зменшуючи загальну M_{avg} на $1\text{--}2\%$, тоді як при високій швидкості процес обмежується поверхнею. Крива має майже лінійний характер у логарифмічному масштабі, що узгоджується з експоненційною активацією D_{eff} , але з обмеженням ефектом через малу товщину зерна.

Наступний графік, $T_{\text{max}}(v)$, показує чітке обернене співвідношення: температура максимуму падає з $85,9^\circ\text{C}$ при $v = 0,05 \text{ м/с}$ до $65,4^\circ\text{C}$ при $v = 0,15 \text{ м/с}$. Тут домінує кумулятивний ефект інтегрального джерела тепла $\int Q dt$, пропорційний t : довша обробка накопичує більше енергії, перевищуючи тепловтрати через провідність і випаровування, що призводить до вищого градієнту в центрі. Ця залежність критична для контролю якості, оскільки $T_{\text{max}} > 80^\circ\text{C}$ при низьких v може спричинити локальне перегрівання, знижуючи біологічну цінність сої, тоді як при високих v нагрів недостатній для повної інактивації.

Графік енергоефективності $\eta(v)$ демонструє параболічний зріст від $31,7\%$ при $v = 0,05 \text{ м/с}$ до $74,7\%$ при $v = 0,15 \text{ м/с}$, що є ключовим показником оптимізації. Ефективність зростає з скороченням t , оскільки менша поглинена енергія $E_{\text{abs}} = \int Q dt \cdot A$ використовується переважно на дегідратацію (ΔM , λ), з мінімальними втратами на надмірне нагрівання. Однак при $v = 0,15 \text{ м/с}$ η висока, але ΔM мінімальна, що робить цей режим менш привабливим для сушіння. Крива підкреслює компроміс: максимальна η досягається при

балансі, де t достатньо для дифузії, але не для перевитрати енергії.

Висновки. У результаті проведених досліджень розроблено узагальнену математичну та імітаційну модель процесу тепломасообміну під час інфрачервоної мікронізації зерна сої, яка враховує закономірності поглинання променевої енергії, нестационарну теплопровідність у зерновій масі та змінну дифузію вологи. Модель описує просторово-часовий розподіл температури і вологості у сферичному тілі та дозволяє прогнозувати ефективність термообробки за різних режимних параметрів мікронізатора.

Показано, що температура в середині зерна досягає $145\text{--}155^\circ\text{C}$ за $75\text{--}90 \text{ с}$ при густині теплового потоку $20\text{--}25 \text{ кВт/м}^2$, що забезпечує рівномірне прогрівання без перегріву поверхневого шару. Модель адекватно відтворює експериментальні залежності з середньою відносною похибкою не більше 6% , що підтверджує її достовірність і практичну придатність для інженерних розрахунків.

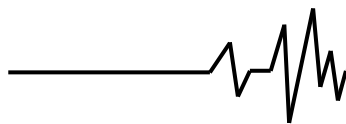
Аналіз параметрів моделі показав, що на інтенсивність нагрівання найбільше впливають коефіцієнт поглинання ІЧ-випромінювання та товщина шару зерна, тоді як коефіцієнти теплопровідності й дифузії визначають рівномірність температурного поля. Збільшення товщини шару понад 20 мм знижує температуру в центральній зоні зерна більш ніж на 15°C , що потребує корекції режиму або потужності випромінювачів.

Імітаційна модель, реалізована у середовищі Python, забезпечує візуалізацію теплових і вологісних профілів, а також дозволяє оперативно оцінювати наслідки зміни потужності джерел, часу опромінення та геометричних параметрів апарата. Це створює основу для інтеграції моделі у систему автоматизованого керування процесом інфрачервоної мікронізації.

Розроблена модель має прикладне значення для оптимізації режимів теплової обробки сої та інших білкових культур, зменшення енерговитрат і підвищення однорідності кінцевого продукту. У подальшому передбачається розширення моделі шляхом урахування спектрального розподілу випромінювання, фазових переходів вологи та кінетики інактивації антипоживних білків.

Список використаних джерел

1. Заболотний Г.М., Мазур В.А., Циганська О.І., Дідур І.М., Циганський В.І., Панцирева Г.В. Агробіологічні основи вирощування сої та шляхи максимальної реалізації її продуктивності: монографія. Вінниця: ВНАУ. 2020. 303 с.



2. Li A., Qiao S., Xia M., Lin Y., Wang L., Xie Y., Li J., Li X. Medium and short-wave infrared drying: Principles, applications, and future trends. *Drying Technology*. 2023. Vol. 41(10). P. 1569–1582. DOI: 10.1080/07373937.2023.2172733.

3. Anumudu C.K. et al. Advances in the Application of Infrared in Food Processing: A Review. *Foods*. 2024. Vol. 13. Article 1104. DOI: 10.3390/foods13011104.

4. Liu F., et al. Predicting mass transfer activation energy and drying parameters of food materials by ANN under infrared drying conditions. *Scientific Reports*. 2025. Vol. 15..Article 4814. DOI: 10.1038/s41598-025-04814-7.

5. Купчук І.М., Волинець Є.О., Сімаков О.О. Огляд сучасних технологій інактивації антипоживних речовин сої. *Техніка, енергетика, транспорт АПК*. 2024. № 1 (124). С. 26-32. DOI: 10.37128/2520-6168-2024-1-3.

6. Паламарчук В.І.; Дідур І.М.; Бондаренко Ю.М. Інтенсифікація процесу сушіння зерна за допомогою двостороннього інфрачервоного опромінення. *Технологічний аудит і резерви виробництва*. 2021. № 3(59). С. 21–25. DOI: <https://doi.org/10.15587/2706-5448.2021.225528>

7. Бандура В.М.; Ярошенко Л.В. Обґрунтування параметрів процесу сушіння насіння соняшнику у вібросушарці з інфрачервоним опроміненням. *Наукові праці ОНТУ*. 2019. Вип. 83. С. 142–148. DOI: <https://doi.org/10.15673/swonaft.v83i1.1427>

8. Das G. Conventional and emerging processing techniques for the removal of antinutritional factors from legume seeds. *Food Research International*. 2022. Vol. 157. Article 111282. DOI: 10.1016/j.foodres.2022.111282.

9. Akulich P.V.; Slizhuk D.S.; Akulich A.V. Heat and mass transfer in a vibrofluidized bed of vegetable materials with radiative-convective power input. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2024. Vol. 97. P. 1808–1813. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10891-024-03061-3>.

10. Cheng S.; Zhang Y.; Tang J. A review of the treatments to reduce anti-nutritional factors in pulses. *Foods*. 2025. Vol. 14(4). Article 681. DOI: <https://doi.org/10.3390/foods14040681>.

11. Fletcher E.B.; Thompson M.; O'Neill C. Near-infrared reflectance spectroscopy calibration for trypsin inhibitor in soybean seed and meal. *Agriculture*. 2025. Vol. 15(10). Article 1062. DOI: <https://doi.org/10.3390/agriculture15101062>.

References

1. Zabolotnyi H.M., Mazur V.A., Tsyhanska O.I., Didur I.M., Tsyhanskyi V.I., Pantsyrev H.V. (2020). Ahrobiolohichni osnovy vyroshchuvannya soi ta shliakhy maksimalnoi realizatsii yii produktyvnosti: monohrafiia. Vinnytsia: VNAU. 303 s. [in Ukrainian].

2. Li A., Qiao S., Xia M., Lin Y., Wang L., Xie

Y., Li J., Li X. (2023). Medium and short-wave infrared drying: Principles, applications, and future trends. *Drying Technology*. Vol. 41(10). P. 1569–1582. DOI: 10.1080/07373937.2023.2172733. [in English].

3. Anumudu C.K. et al. Advances in the Application of Infrared in Food Processing: A Review. *Foods*. 2024. Vol. 13. Article 1104. DOI: 10.3390/foods13011104. [in English].

4. Liu F., et al. (2025). Predicting mass transfer activation energy and drying parameters of food materials by ANN under infrared drying conditions. *Scientific Reports*. Vol. 15..Article 4814. DOI: 10.1038/s41598-025-04814-7.

5. Kupchuk I.M., Volynets Ye.O., Simakov O.O. (2024). Ohliad suchasnykh tekhnolohii inaktyvatsii antypozhyvnykh rehovyn soi. *Tekhnika, enerhetyka, transport APK*. № 1 (124). S. 26-32. [in Ukrainian].

6. Palamarchuk V.I.; Didur I.M.; Bondarenko Yu.M. (2021). Intensyfikatsiia protsesu sushinnia zerna za dopomohoiu dvostoronnoho infrachervonoho oprominennia. *Tekhnolohichni audyt i rezervy vyrobnytstva*. № 3(59). S. 21–25. [in Ukrainian].

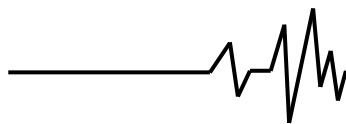
7. Bandura V.M.; Yaroshenko L.V. (2019). Obgruntuvannia parametriv protsesu sushinnia nasinnia soniashnyku u vibrosushartsi z infrachervonym oprominenniam. *Naukovi pratsi ONTU*. Vyp. 83. S. 142–148. [in Ukrainian].

8. Das G. (2022). Conventional and emerging processing techniques for the removal of antinutritional factors from legume seeds. *Food Research International*. Vol. 157. Article 111282. DOI: 10.1016/j.foodres.2022.111282. [in English].

9. Akulich P.V., Slizhuk D.S., Akulich A.V. (2024). Heat and mass transfer in a vibrofluidized bed of vegetable materials with radiative-convective power input. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. Vol. 97. P. 1808–1813. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10891-024-03061-3>.

10. Cheng S., Zhang Y., Tang J. (2025). A review of the treatments to reduce anti-nutritional factors in pulses. *Foods*. 2025. Vol. 14(4). Article 681. DOI: <https://doi.org/10.3390/foods14040681>.

11. Fletcher E.B., Thompson M., O'Neill C. (2025). Near-infrared reflectance spectroscopy calibration for trypsin inhibitor in soybean seed and meal. *Agriculture*. Vol. 15(10). Article 1062. [in English].

**MATHEMATICAL AND SIMULATION
MODELING OF HEAT AND MASS TRANSFER
DURING INFRARED MICRONIZATION OF
SOYBEAN GRAIN**

The paper presents the results of mathematical and simulation modeling of heat and mass transfer during infrared (IR) micronization of soybean grain. A physico-mathematical model was developed that accounts for the absorption of radiant energy in the surface layer, non-stationary heat conduction within the grain mass, and temperature-dependent moisture diffusion. The process was described using a system of differential equations in spherical coordinates that characterize the temporal and spatial distribution of temperature and moisture. Boundary conditions were formulated based on the energy balance at the grain surface, including absorbed infrared flux, convective heat exchange, and evaporation losses. Numerical implementation was carried out using the implicit finite-difference method in the Python environment with NumPy and SciPy libraries. A simulation model was created that enables

variation of structural and operating parameters (heat-flux density, irradiation duration, grain-layer thickness) and prediction of process outcomes.

The results include calculated distributions of temperature and moisture in the grain under various processing conditions. It was established that at a heat-flux density of 20–25 kW/m², the central grain temperature reaches 150 ± 5 °C within 80–90 s, ensuring effective inactivation of antinutritional compounds without protein degradation. The average relative deviation between simulated and experimental data did not exceed 6 %, confirming the reliability of the proposed model. The simulation tool provides visualization of thermal and moisture fields and enables determination of optimal operating parameters with regard to energy efficiency and product quality. The developed model can be applied for the design of infrared processing equipment, optimization of operating regimes, and creation of automated control systems for high-protein raw materials.

Keywords: infrared micronization, soybeans, mathematical model, simulation model, radiant heating, moisture transfer, energy efficiency, antinutrients.

Відомості про авторів

Бурлака Сергій Андрійович – доктор філософії з галузевого машинобудування, доцент, доцент кафедри інженерної механіки та технологічних процесів в АПК Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, 21008, Україна, e-mail: ipserhiy@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-4079-4867>).

Волинець Євгеній Олександрович – доктор філософії з галузевого машинобудування, старший викладач кафедри охорони праці та біотехнічних систем у тваринництві Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, 21008, Україна, e-mail: evgen110596@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-3298-6316>).

Борецька Тетяна Юріївна – зав. науково-організаційного відділу науково-дослідної частини Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, Україна, 21008, email : ipserhiy@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-7966-228X>).

Ніщаків Ігор Віталійович – асистент кафедри агроінженерії та технічного сервісу Вінницького національного аграрного університету (21008, м. Вінниця, вул. Сонячна, 3. email: ihor956@gmail.com).

Burlaka Serhii – Doctor of Philosophy in Industrial Engineering, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Engineering Mechanics and Technological Processes in Agro-Industrial Complex at Vinnytsia National Agrarian University (3 Sonyachna St., Vinnytsia, 21008, Ukraine, e-mail: ipserhiy@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-4079-4867>).

Volynets Yevhenii – Doctor of Philosophy in Industrial Engineering, Senior Lecturer at the Department of Occupational Safety and Biotechnical Systems in Animal Husbandry at Vinnytsia National Agrarian University (3 Sonyachna St., Vinnytsia, 21008, Ukraine, e-mail: evgen110596@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-3298-6316>).

Boretska Tetiana – Head of the Scientific and Organizational Department of the Research Division at Vinnytsia National Agrarian University (3 Sonyachna St., Vinnytsia, Ukraine, 21008, e-mail: ipserhiy@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-7966-228X>).

Nishchakov Igor – Assistant of the Department of Agroengineering and Technical Service, Vinnytsia National Agrarian University (21008, Vinnytsia, Sonyachna Str.3, e-mail: ihor956@gmail.com).

Стаття надійшла 22.10.2025

Стаття прийнята 03.11.2025

Опубліковано 25.12.2025