

**Калетнік Г.М.**д.е.н., професор,
академік НААН України**Вінницький національний
аграрний університет****Цуркан О.В.**

к.т.н., доцент

**Ладжинський коледж
Вінницького
національного аграрного
університету****Kaletnik G.****Vinnitsia National Agrarian
University****Tsurkan O.****Ladyzhyn college of
Vinnitsia National Agrarian
University****УДК 631.365: 631.53.01 (043)****DOI: 10.37128/2306-8744-2019-4-1****СТАТИЧНІ УМОВИ СИПКОГО
СЕРЕДОВИЩА ПРИ
РОЗВ'ЯЗАННІ ЗАДАЧ ЙОГО
ВІБРОПЕРЕМІЩЕННЯ**

Метод формалізації сипкого середовища у вигляді суцільного деформівного середовища передбачає, що сипке середовище є континуальним. При цьому використовуються методи механіки суцільних деформівних середовищ в Ейлерових або Лагранжевих координатах. Метод дозволяє враховувати взаємодію між частками у вигляді пружних, в'язких або пластичних складових внутрішнього опору. За такої формалізації найбільшого поширення набуло застосування рівняння Нав'є-Стокса. На жаль, точного коректного розв'язання такого рівняння в аналітичному вигляді не існує.

Слід відзначити, що найбільш поширеним методом є формалізація у вигляді сипкого дискретного середовища. Вона може бути використана за умови, коли розміри елемента, в якому визначаються зміни кінематичних та динамічних параметрів, не менше, як на порядок, перевищують максимальний розмір частки сипкого середовища. За такої формалізації можна також використовувати методи механіки сипких дискретних середовищ.

При розв'язанні задач динаміки руху сипкого дискретного середовища виникає необхідність складання рівнянь його статички, які необхідні для розв'язання задач динаміки. Це викликано тим, що рівняння статички дозволяють доповнити крайові умови й забезпечити ненульові розв'язки для задач коливань сипкого дискретного середовища, оскільки при коливаннях такого середовища можуть виникати нульові значення величин, що визначаються (густина та компоненти швидкостей переміщень), в точках, де їх функції перетинають нульову лінію, відносно якої відбувається коливний рух.

В статті наведені умови статичного стану сипкого середовища у робочій камері, що є доповненням граничних умов при розв'язанні задач коливань сипкого дискретного середовища, яке формалізоване як суцільне з суттєвим проявом сухого тертя

Ключові слова: робоча камера, вібраційні процеси, сипке середовище, граничні умови, формалізація, статичні умови сипкого середовища, нормальні напруження, густина.

Постановка проблеми. Теоретичні дослідження вібраційних процесів були розпочаті ще у минулому сторіччі, але ці процеси настільки складні, що до цього часу не створено єдиної математичної моделі, яка б адекватно описувала та характеризувала

поведінку матеріалу, що обробляється, за дії на нього механічних коливань. Аналіз існуючих моделей поведінки сипких матеріалів під впливом вібрації дозволяє об'єднати їх у дві великі групи. Моделі одиначної частки розглядають сипкий матеріал як дискретне



середовище, в якому кожна частка рухається сама по собі, не взаємодіючи при цьому з іншими частками, або ж ця взаємодія не має яскравого вираження. Моделі суцільного середовища розглядають сипкий матеріал як єдине ціле і неперервне середовище, що рухається особливим способом під впливом коливань [1]. При цьому слід відзначити, що моделі, в яких сипке середовище формалізується як окрема частка або матеріальна частка, не дозволяють адекватно описати можливі переміщення сипкого середовища внаслідок надзвичайно великої кількості обмежень, які накладаються на них з боку інших часток або стінок. При цьому не можна визначити можливі зміни пористості та об'ємної густини сипкого середовища.

Другий спосіб формалізації передбачає представлення сипкого середовища як суцільного деформівного. Така формалізація є адекватною для випадків, коли елементарний об'єм, в якому розглядаються напруження та деформації, хоча б на порядок перевищує максимальний розмір часток, що утворюють сипке середовище. При цьому використовуються моделі з сухим Кулоновським тертям, моделі з в'язким тертям, моделі з урахуванням пружних властивостей або їх комбінації та з урахуванням критерію початку пластичної течії або руйнування суцільності.

Моделювання сипкого середовища використовували багато дослідників. Відомо, що сипке середовище, яке знаходиться під дією вібраційного поля, може бути описане рівняннями гідродинаміки. Так, в роботі Х.І. Раскіна [2], сипке середовище розглядається як сукупність однорідних абсолютно твердих і абсолютно гладких сферичних часток однакового діаметра, причому зіткнення є не зовсім пружними. Такий підхід характерний для теорії газів, що вивчаються на молекулярному рівні. Тому в даній роботі використовується кінематичне рівняння Больцмана, з якого витікають, як рівняння першого наближення, а саме три рівняння: нерозривності, Нав'є-Стокса та теплопровідності.

В іншій моделі [3] добре описуються інтенсивні режими підкидання (віброкиплячий шар), тобто пояснюється лише хаотичний рух матеріалу, не розкриваючи механізму виникнення впорядкованих циркуляцій часток за одних режимів вібрації, чи ущільнення зернистого матеріалу практично без руху – за інших режимів.

Багато вчених вивчали й досліджували зміни в поведінці оброблюваного матеріалу за умов зміни параметрів механічних коливань [4-10].

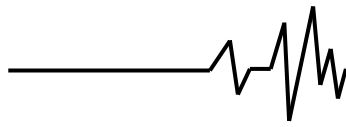
На жаль, така модель не відображає змінний характер густини та в'язкості середовища в просторі та часі.

Таким чином, із усіх розглянутих моделей шару найбільш перспективною є модель поведінки сипкого середовища під дією вібрації у вигляді в'язкого середовища з урахуванням початкового напруження зсуву. На основі цієї моделі можна моделювати всі стани сипкого середовища під дією вібрації: спокою, регулярного й нестійкого рухів, які досліджуються експериментально; а також використовувати рівняння динаміки руху суцільного середовища, рівняння нерозривності й рівняння зв'язку напружень із деформаціями для в'язкопластичного середовища. Це означає застосування добре розробленого математичного апарату гідрогазодинаміки, що має велике значення для отримання практичних результатів.

Метод формалізації сипкого середовища у вигляді суцільного деформівного середовища передбачає, що сипке середовище є континуальним. При цьому використовуються методи механіки суцільних деформівних середовищ в Ейлерових або Лагранжевих координатах. Метод дозволяє враховувати взаємодію між частками у вигляді пружних, в'язких або пластичних складових внутрішнього опору. За такої формалізації найбільшого поширення набуло застосування рівняння Нав'є-Стокса. На жаль, точного коректного розв'язання такого рівняння в аналітичному вигляді не існує.

Слід відзначити, що найбільш поширеним методом є формалізація у вигляді сипкого дискретного середовища. Вона може бути використана за умови, коли розміри елемента, в якому визначаються зміни кінематичних та динамічних параметрів, не менше, як на порядок, перевищують максимальний розмір частки сипкого середовища. За такої формалізації можна також використовувати методи механіки сипких дискретних середовищ.

При розв'язанні задач динаміки руху сипкого дискретного середовища виникає необхідність складання рівнянь його статички, які необхідні для розв'язання задач динаміки. Це викликано тим, що рівняння статички дозволяють доповнити крайові умови й забезпечити ненульові розв'язки для задач коливань сипкого дискретного середовища, оскільки при коливаннях такого середовища можуть виникати нульові значення величин, що визначаються (густина та компоненти швидкостей переміщень), в точках, де їх функції перетинають нульову лінію, відносно якої відбувається колильний рух.

**Формулювання мети досліджень.**

Метою досліджень є визначення статичних умов сипкого середовища в робочій камері, які є передумовами розв'язання задач руху самого середовища за умов прикладання до робочої камери коливного руху.

Викладення основного матеріалу дослідження. Для отримання співвідношень між компонентами напружень в статистиці, причому в стані до початку руху, зв'язки між компонентами тензора напружень можуть бути виражені через коефіцієнти рухливості. При цьому слід взяти до уваги, що зазвичай для статички сипких середовищ виводяться співвідношення між головними напруженнями, проте, враховуючи те, що у всіх випадках найбільшим головним напруженням буде вертикальна компонента, то можна прийняти, що:

$$\sigma_1 = \sigma_y, \sigma_2 = \sigma_z, \sigma_3 = \sigma_x, \quad (1)$$

де $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – компоненти найбільшого, середнього й найменшого нормальних напружень, відповідно;

$\sigma_y, \sigma_x, \sigma_z$ – компоненти нормальних напружень у відповідності з прийнятим розміщенням системи координат.

Для конкретного випадку, що аналізується, важливим є докритичний стан, тобто стан спокою сипкого дискретного середовища.

В цьому випадку він може характеризуватися для декартової системи координат трьома компонентами нормальних напружень та величиною максимального зсувного напруження.

Тобто, необхідно розглянути зв'язок трьох компонент нормальних напружень $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ та максимального дотичного напруження:

$$\tau_m = (\sigma_1 - \sigma_3)/2, \quad (2)$$

де σ_1, σ_3 – найбільше та найменше головні напруження.

Найбільше та найменше головні напруження, при точному підході, визначаються з розв'язання кубічного рівняння, що є визначником матриці повного тензора девіатора напружень. Але оскільки формування об'єму сипкого середовища утворене для конкретного випадку звичайним заповненням робочої камери, а напружений стан самого сипкого середовища утворений лише дією масових потенціальних сил, то можна прийняти, що максимальним головним напруженням буде величина σ_y , яка

спрямована вздовж вертикальної осі y , а найменшим головним напруженням буде складова нормальних напружень σ_x або σ_z ,

– одна з перпендикулярних до σ_y .

Величина найбільшого головного напруження визначиться залежністю [7, 11, 12]:

$$\sigma_y = \sigma_1 = y\rho_0 g, \quad (3)$$

де y – змінне значення глибини шару сипкого середовища;

ρ_0 – початкове значення густини (насипної);

g – прискорення вільного падіння.

Перпендикулярні до найбільшого головного напруження компоненти нормальних напружень визначаються з використанням коефіцієнтів бічного розпору або коефіцієнтів рухливості. При цьому ці два тотожних поняття мають різні значення в докритичних і закритичних умовах. Крім того, вони мають ще й різні значення для ідеально сипких та зв'язних сипких середовищ. Відомо, що для ідеально сипкого середовища існує критерій початку руху у вигляді:

$$\tau_k = \sigma f = \sigma tg\varphi, \quad (4)$$

де τ_k – граничне значення початку руху середовища;

σ – нормальне напруження на площадці ковзання;

f – коефіцієнт внутрішнього тертя; φ – кут внутрішнього тертя.

Для зв'язного сипкого середовища критерій початку руху має значення:

$$\tau_k = \tau_0 + \sigma f = \tau_0 + \sigma tg\varphi, \quad (5)$$

де τ_0 – початкове напруження зсуву (іноді використовують позначення C , яке називають коефіцієнтом когезії).

Виходячи з вищезазначеного, слід розрізнити два види коефіцієнтів бічного розпору або рухливості – для ідеально сипких та для зв'язних сипких середовищ. Крім того, коефіцієнти рухливості залежать від місця, в якому визначаються компоненти напружень, а саме – в «нестиснених» умовах та біля стінок робочої камери, в якій знаходиться сипке середовище. Відмінність полягає в тому, що нормальне напруження в «нестиснених» умовах визначається на площадці можливої площини ковзання, а біля стінок нормальне напруження відповідає напруженню, що спрямоване по нормалі до поверхні стінки. При



цьому, у пристінковому випадку враховуються не лише внутрішні властивості сипкого середовища, а ще й властивості, що характеризують умови взаємодії сипкого середовища зі стінкою (коефіцієнт зовнішнього тертя).

Не вдаючись у подробиці виведення залежностей коефіцієнтів рухливості сипкого

середовища, можна навести кінцеві залежності таких коефіцієнтів, які отримані Зенковим Р.Л. [7].

Так, для ідеально сипкого середовища в «нестиснених» умовах коефіцієнт рухливості у докритичному стані з урахуванням критерію початку руху (5) виражається залежністю:

$$m_i = \frac{\sqrt{1+f^2}-f}{f+\sqrt{1+f^2}}; m_i = \frac{\sqrt{1+(\operatorname{tg}\varphi)^2}-\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg}\varphi+\sqrt{1+(\operatorname{tg}\varphi)^2}}. \quad (6)$$

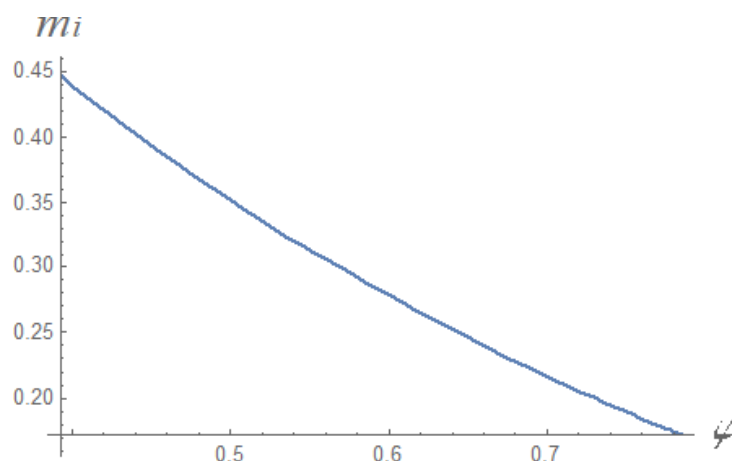


Рисунок 1 – Залежність коефіцієнта рухливості ідеально сипкого середовища від кута внутрішнього тертя

Для зв'язних сипких середовищ в «нестиснених» умовах коефіцієнт рухливості з урахуванням критерію початку руху (5) у докритичному стані має вигляд:

$$m = 1 - \frac{2(\tau_0 + \sigma_1 \operatorname{tg}\varphi)}{\sigma_1(\operatorname{tg}\varphi + \sqrt{1+(\operatorname{tg}\varphi)^2})}; m = 1 - \frac{2(\tau_0 + \sigma_1 f)}{\sigma_1(f + \sqrt{1+f^2})}. \quad (7)$$

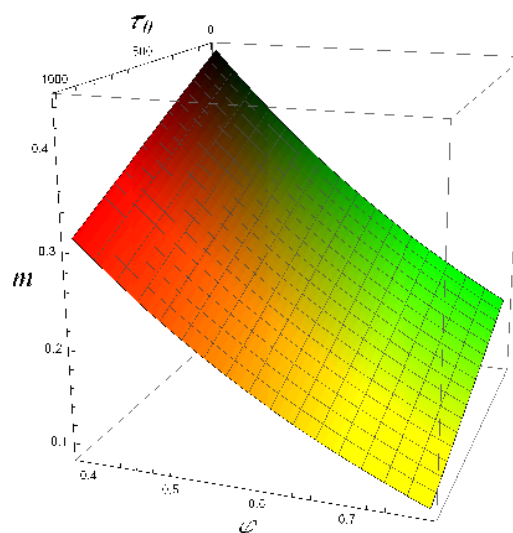




Рисунок 2 – Залежність коефіцієнта рухливості зв'язного сипкого середовища від кута внутрішнього тертя та початкового напруження зсуву

В умовах обмеження сипкого середовища стінками робочої камери до залежностей коефіцієнтів рухливості входять величини, що визначають кути зовнішнього тертя між самим середовищем та стінками. Так, для ідеально сипкого середовища коефіцієнт рухливості визначається залежністю:

$$m_{is} = \frac{1}{1 + 2 \operatorname{tg} \varphi + 2 \sqrt{((\operatorname{tg} \varphi)^2 + 1)((\operatorname{tg} \varphi)^2 - (\operatorname{tg} \varphi_1)^2)}}, \quad (8)$$

де φ_1 – кут зовнішнього тертя сипкого матеріалу по матеріалу стінки (рис. 3).

Для зв'язного сипкого середовища коефіцієнт рухливості біля стінок визначається залежністю:

$$m_s \rightarrow \frac{1}{2 \sqrt{((\operatorname{tg} \varphi)^2 + 1) \left(\operatorname{tg} \varphi \left(\frac{\tau_0}{\sigma_v} + \operatorname{tg} \varphi \right) - (\operatorname{tg} \varphi_1)^2 \right) + 2(\operatorname{tg} \varphi)^2 \left(\frac{\tau_0}{\sigma_v} + \operatorname{tg} \varphi \right) + 1}}, \quad (9)$$

де σ_v – проекція середнього нормального напруження на нормаль до поверхні стінки (рис. 4).

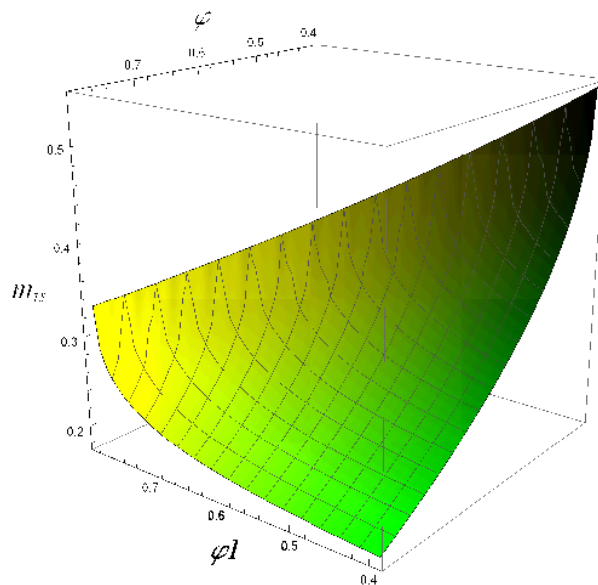


Рисунок 3 – Залежність коефіцієнта рухливості ідеально сипкого середовища біля стінки від кутів внутрішнього та зовнішнього тертя

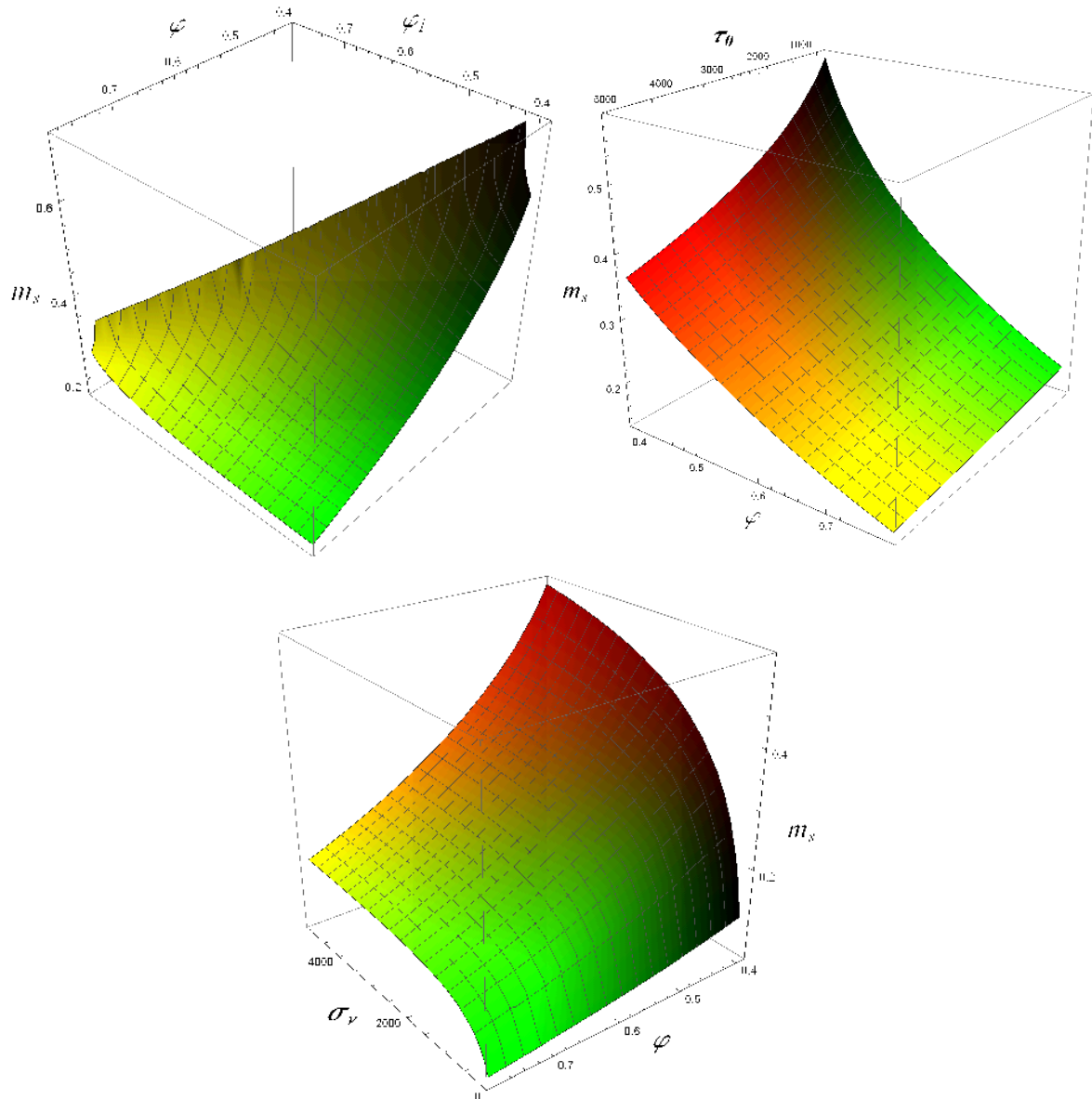
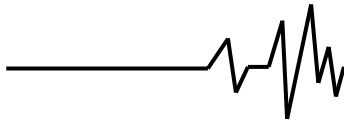


Рисунок 4 – Залежність коефіцієнта рухливості ідеально сипкого середовища біля стінки від кутів внутрішнього та зовнішнього тертя, а також початкового напруження зсуву та проєкції середнього нормального напруження на нормаль до поверхні стінки

Проекція середнього нормального напруження на нормаль до поверхні стінки визначається залежністю:

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_{xv}^2 + \sigma_{yv}^2 + \sigma_{zv}^2}, \quad (10)$$

де $\sigma_{xv}, \sigma_{yv}, \sigma_{zv}$ – компоненти проєкцій нормальних напружень на нормаль до поверхні стінки.

$$\sigma_{xv} = \sigma_x l_c, \sigma_{yv} = \sigma_y m_c, \sigma_{zv} = \sigma_z n_c \quad (11)$$

де l_c, m_c, n_c – косинуси кутів нахилу нормалі до відповідних осей:

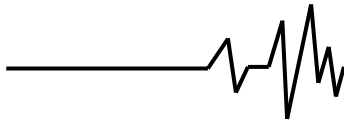
$$l_c = \cos(v x), m_c = \cos(v y), n_c = \cos(v z)$$

Для визначення компонент проєкцій нормальних напружень на нормаль до поверхні стінки необхідно спочатку визначити компоненти нормальних напружень σ_x та σ_z у нестисненому обмежувальними стінками сипкому середовищі. Ці компоненти в залежності від типу сипкого середовища матимуть такий вигляд:

– для ідеального сипкого середовища:

$$\sigma_{xi} = \gamma \rho_0 g m_i; \sigma_{zi} = g \gamma \rho_0 m_i;$$

– для зв'язного сипкого середовища:



$$\sigma_x = y\rho_0 g m; \sigma_z = g y\rho_0 m.$$

Для визначення компонент проєкцій нормальних напружень на нормаль до обмежувальної стінки необхідно визначити косинуси кутів поверхні обмежувальної стінки до відповідних осей координат системи. Якщо форма поверхні обмежувальної стінки задана рівнянням неявного вигляду

$f_c = f(x, y, z)$, то косинуси кутів нахилу нормалі визначаються за загальновідомими з курсів аналітичної та диференціальної геометрії залежностями:

$$l_c = \frac{\partial_x f_c}{\sqrt{(\partial_x f_c)^2 + (\partial_y f_c)^2 + (\partial_z f_c)^2}};$$

$$m_c = \frac{\partial_y f_c}{\sqrt{(\partial_x f_c)^2 + (\partial_y f_c)^2 + (\partial_z f_c)^2}}; (12)$$

$$n_c = \frac{\partial_z f_c}{\sqrt{(\partial_x f_c)^2 + (\partial_y f_c)^2 + (\partial_z f_c)^2}}.$$

Якщо для конкретного випадку в якості обмежувальних стінок виступає циліндрична поверхня з віссю симетрії Z , то рівняння цієї поверхні має вигляд:

$$f_c = R^2 - y^2 - x^2, \quad (13)$$

де R – радіус циліндра.

Косинуси кутів нахилу нормалі матимуть вигляд (при вираженні X через Y):

$$l_c = -\frac{2\sqrt{R^2 - y^2}}{\sqrt{4y^2 + 4(R^2 - y^2)}}; m_c = -\frac{2y}{\sqrt{4y^2 + 4(R^2 - y^2)}}; n_c = 0. \quad (14)$$

Зміна густини сипкого середовища може бути визначена шляхом використання

емпіричних залежностей зв'язку зміни густини в залежності від напружень [13, 14]:

$$\rho = \rho_0 + b\sqrt{\sigma_m(1 + \tau_m)}, \sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}, \tau_m \rightarrow \frac{1}{2} g y\rho_0(1 - m), \quad (15)$$

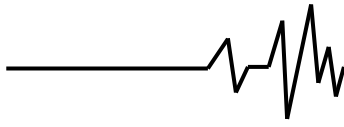
де σ_m , τ_m – гідростатичне напруження та максимальне дотичне напруження, відповідно;

b – емпіричний коефіцієнт.

властивостей сипкого матеріалу. Для зв'язного сипкого матеріалу на відстані від стінок робочої камери $((x, y) \neq R)$ ця залежність матиме вигляд:

На основі наведених вище залежностей можна записати кінцеві статичні рівняння зв'язку зміни густини від параметрів та

$$\rho = \rho_0 + \frac{b \sqrt{\left(\frac{g\rho_0 y \operatorname{tg}(\varphi) + \tau_0}{\sqrt{(\operatorname{tg}(\varphi))^2 + 1} + \operatorname{tg}(\varphi)} + 1 \right) \times \left(2g\rho_0 y \left(1 - \frac{2(g\rho_0 y \operatorname{tg}(\varphi) + \tau_0)}{g\rho_0 y (\sqrt{(\operatorname{tg}(\varphi))^2 + 1} + \operatorname{tg}(\varphi))} \right) + g\rho_0 y \right)}{\sqrt{3}}. \quad (16)$$



Нажаль, залежність зміни густини сипкого середовища в кінцевому вигляді навести складно, оскільки вона надзвичайно громіздка.

Графічно вплив властивостей сипкого середовища та глибини його шару, а також радіусу робочої камери наведено на рис. 5.

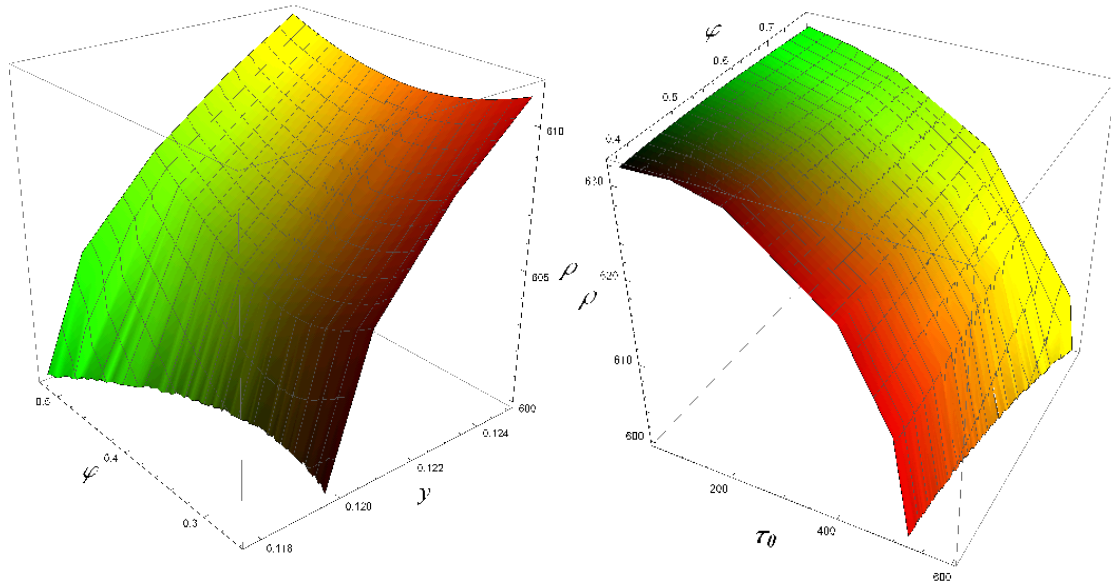
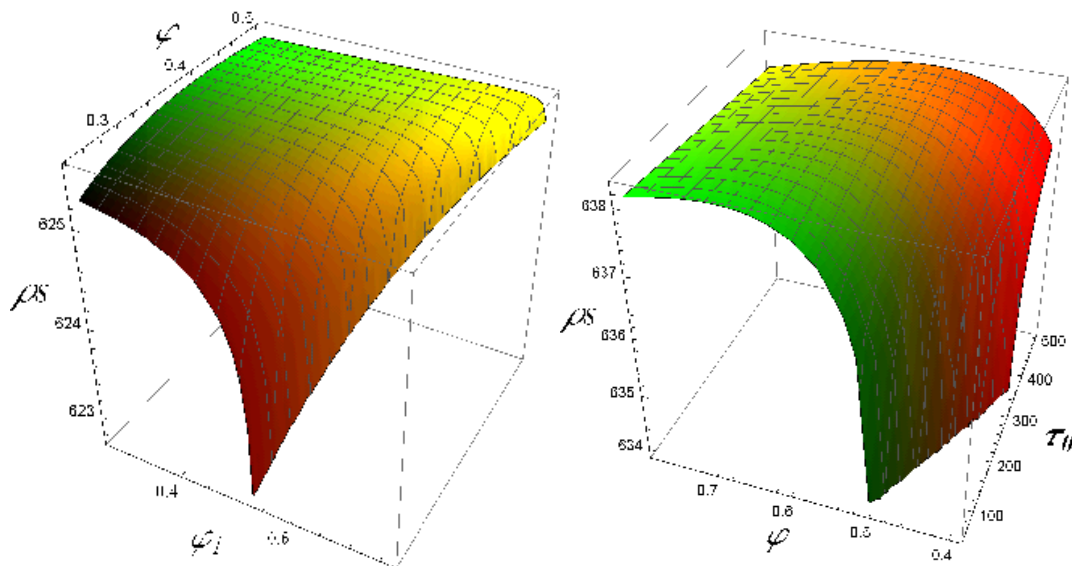


Рисунок 5 – Залежність зміни густини зв'язного сипкого середовища в робочій камері на відстані від стінок $(x, y) \neq R$ в залежності від кутів внутрішнього тертя та початкового напруження зсуву

Із урахуванням залежностей (15), (16) можна представити залежність зміни густини сипкого середовища як функції його механічних

властивостей та координати місця визначення густини:

$$\rho = \rho_0 + \frac{b \sqrt{\left(1 + \frac{\tau_0 + g y \rho_0 \operatorname{tg}[\varphi]}{\operatorname{tg}[\varphi] + \sqrt{1 + \operatorname{tg}[\varphi]^2}}\right) \left(g y \rho_0 + 2g y \rho_0 \left(1 - \frac{2(\tau_0 + g y \rho_0 \operatorname{tg}[\varphi])}{g y \rho_0 (\operatorname{tg}[\varphi] + \sqrt{1 + \operatorname{tg}[\varphi]^2})}\right)\right)}}{\sqrt{3}} \quad (17)$$



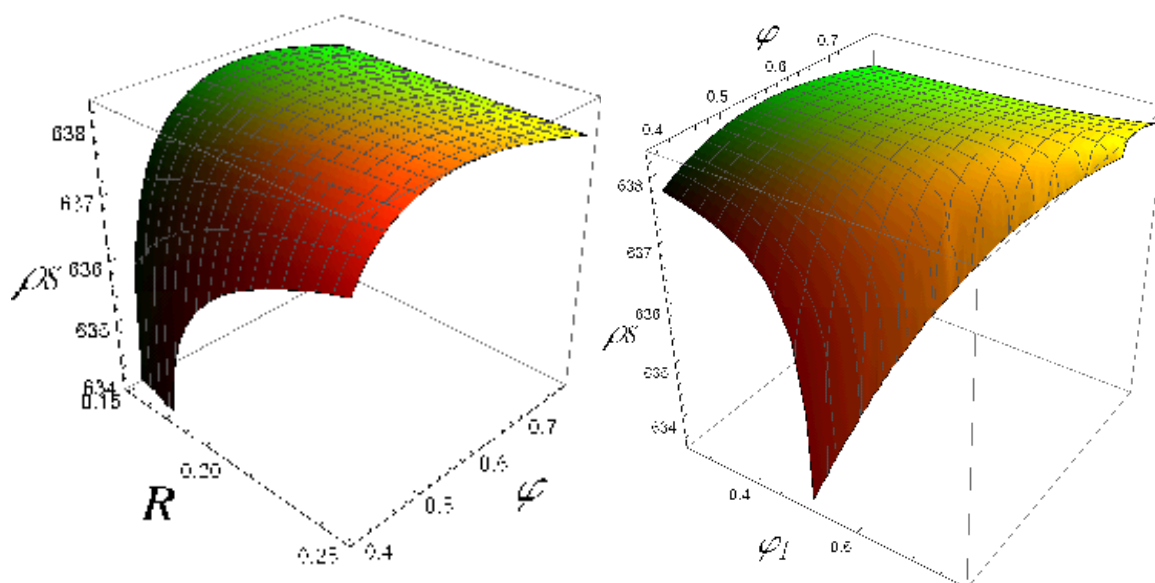


Рисунок 6 – Залежність зміни густини зв'язного сипкого середовища в робочій камері в зоні контакту зі стінками $(x, y) = R$ в залежності від кутів внутрішнього та зовнішнього тертя, а також початкового напруження зсуву та проекції середнього нормального напруження на нормаль до поверхні стінки

Статичний тиск сипкого середовища для даного аналізу визначиться наступним чином:

$$P = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \frac{\rho g y(1 + 2m)}{3}, \quad (18)$$

де ρ визначається залежністю (17).

Висновки. В результаті проведених досліджень визначені умови статичного стану сипкого середовища у робочій камері, що є доповненням граничних умов при розв'язанні задач коливань сипкого дискретного середовища, яке формалізоване як суцільне з суттєвим проявом сухого тертя.

Список використаних джерел

1. Федоренко І.Я., Пирожков Д.Н. Вибрируемый зернистый слой в сельскохозяйственной технологии: монография. Барнаул, 2006. 166 с.
2. Раскин Х.И. Применение методов физической кинетики к задачам вибрационного воздействия на сыпучие среды. Москва, 1975. № 1. С. 54-57.
3. Вибрации в технике: справочник: в 6 т. Москва, 1981. Т. 2. 352 с.
4. Гончаревич И.Ф. Вибрация – нестандартный путь. Москва, 1986. 209 с.
5. Гончаревич И.Ф., Фролов К.В. Теория вибрационной техники и технологии. Москва, 1981. 320 с.
6. Den Hartog J.P. Mechanical Vibrations. New York, 1956. 464 p.

7. Зенков Р.Л. Механика насыпных грузов. Москва, 1952. 217 с.
8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Москва, 1987. 840 с.
9. Magnus K. Schwingungen Eine Einführung in die physikalischen Grundlagen und die theoretische Behandlung von Schwingungsproblemen. Wiesbaden, 2008. 74 p.
10. Parkinson A.G., Bishop R.E.B. Vibration and balancing of rotating continuous shafts. Mechanical Engineering Science. 1961. № 3. P. 200-213.
11. Клейн Г.К. Строительная механика сыпучих тел. Москва, 1977. 256 с.
12. Соколовский В.В. Статика сыпучей среды. Москва, 1960. 244 с.
13. Кулен А., Куиперс Х. Современная земледельческая механика. Москва, 1986. 349 с.
14. Кушнарев А.С. Механико-технологические основы процесса воздействия рабочих органов почвообрабатывающих машин и орудий на почву: дис. ... д-ра техн. наук: 05.20.01. Мелитополь, 1980.

**Список джерел у транслітерації**

1. Fedorenko I.Ya., Pirozhkov D.N. *Vibriremiy zernistyiy sloy v selskohozyaystvennoy tehnologii: monografiya.* Barnaul, 2006. 166 s.
2. Raskin H.I. *Primenenie metodov fizicheskoy kinetiki k zadacham vibratsionnogo vozdeystviya na syipuchie sredy.* Moskva, 1975. № 1. S. 54-57.
3. *Vibratsii v tehnike: spravochnik: v 6 t.* Moskva, 1981. T. 2. 352 s.
4. Goncharevich I.F. *Vibratsiya – nestandartnyiy put.* Moskva, 1986. 209 s.
5. Goncharevich I.F., Frolov K.V. *Teoriya vibratsionnoy tehniki i tehnologii.* Moskva, 1981. 320 s.
6. Den Hartog J.P. *Mechanical Vibrations.* New York, 1956. 464 p.
7. Zenkov R.L. *Mehanika nasyipnyih gruzov.* Moskva, 1952. 217 s.
8. Loytsyanskiy L.G. *Mehanika zhidkosti i gaza.* Moskva, 1987. 840 s.
9. Magnus K. *Schwingungen Eine Einführung in die physikalischen Grundlagen und die theoretische Behandlung von Schwingungsproblemen.* Wiesbaden, 2008. 74 p.
10. Parkinson A.G., Bishop R.E.B. *Vibration and balancing of rotating continuous shafts.* *Mechanical Engineering Science.* 1961. № 3. P. 200-213.
11. Kleyn G.K. *Stroitel'naya mehanika syipuchih tel.* Moskva, 1977. 256 s.
12. Sokolovskiy V.V. *Statika syipuchey sredy.* Moskva, 1960. 244 s.
13. Kulen A., Kuipers H. *Sovremennaya zemledelcheskaya mehanika.* Moskva, 1986. 349 s.
14. Kushnarev A.S. *Mehaniko-tehnologicheskie osnovy protsessa vozdeystviya rabochih organov pochvoobrabatyivayuschih mashin i orudiy na pochvu: dis. ... d-ra tehn. nauk: 05.20.01. Melitopol, 1980.*

**СТАТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ
ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ЕЕ
ВИБРОПЕРЕМЕЩЕНИЯ**

Метод формализации сыпучей среды в виде сплошной деформируемой среды предусматривает, что сыпучая среда является континуальной. При этом используются методы механики сплошных деформируемых сред в эйлеровых или лагранжевых координатах. Метод позволяет учитывать взаимодействие между частицами в виде упругих, вязких или пластических составляющих внутреннего сопротивления. При такой формализации наибольшее распространение получило применение уравнения Навье-Стокса. К сожалению, точного корректного решения

такого уравнения в аналитическом виде не существует.

Следует отметить, что наиболее распространенным методом является формализация в виде сыпучей дискретной среды. Она может быть использована в условиях, когда размеры элемента, в котором определяются изменения кинематических и динамических параметров, не менее чем на порядок превышают максимальный размер доли сыпучей среды. При такой формализации можно использовать методы механики сыпучих дискретных сред.

При решении задач динамики движения сыпучей дискретной среды возникает необходимость составления уравнений ее статики, которые необходимы для решения задач динамики. Это вызвано тем, что уравнения статики позволяют дополнить краевые условия и обеспечить ненулевые решения для задач колебаний сыпучей дискретной среды, поскольку при колебаниях такой среды могут возникать нулевые значения величин, определяемых (плотность и компоненты скоростей перемещений) в точках, где их функции пересекают нулевую линию, относительно которой происходит колеблющееся движение.

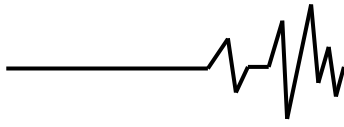
В статье приведены условия статического состояния сыпучей среды в рабочей камере, которые являются дополнением граничных условий при решении задач колебаний сыпучей дискретной среды, которая формализованная как сплошная с существенным проявлением сухого трения.

Ключевые слова: рабочая камера, вибрационные процессы, сыпучая среда, граничные условия, формализация, статические условия сыпучей среды, нормальные напряжения, плотность.

**STATIC CONDITIONS OF A LOOSE
ENVIRONMENT IN SOLVING THE TASKS OF
ITS VIBROMOVEMENT**

The method of formalizing a granular medium in the form of a continuous deformable medium provides that the granular medium is continuous. In this case, the methods of mechanics of continuous deformable media in Eulerian or Lagrangian coordinates are used. The method allows you to take into account the interaction between particles in the form of elastic, viscous or plastic components of internal resistance. With this formalization, the most widespread application of the Navier-Stokes equation. Unfortunately, the exact correct solution of such an equation in an analytical form does not exist.

It should be noted that the most common method is formalization in the form of a loose discrete medium. It can be used under conditions when the dimensions of the element, in which the



changes in the kinematic and dynamic parameters are determined, exceed by at least an order of magnitude the maximum size of a fraction of a granular medium. With this formalization, you can use the methods of mechanics of granular discrete media.

When solving the problems of dynamics of motion of a loose discrete medium, it becomes necessary to compose the equations of its statics, which are necessary to solve the problems of dynamics. This is because the static equations allow one to supplement the boundary conditions and provide nonzero solutions for the problems of oscillations of a loose discrete medium, since during oscillations of such a medium zero values of quantities determined (density and velocity components of displacements) can occur at points

where their functions intersect the zero line relative to which oscillating motion occurs.

The article describes the conditions of the static state of a granular medium in a working chamber, which are an addition to the boundary conditions when solving the problems of oscillations of a granular discrete medium, which is formalized as continuous with a significant manifestation of dry friction.

Keywords: working chamber, vibration processes, granular medium, boundary conditions, formalization, static conditions of granular medium, normal tension, density.

Відомості про авторів

Калетнік Григорій Миколайович – академік НААН України, доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри адміністративного менеджменту та альтернативних джерел енергії Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, Україна, 21008).

Калетник Григорий Николаевич – академик НААН Украины, доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой административного менеджмента и альтернативных источников энергии Винницкого национального аграрного университета (ул. Солнечная, 3, г. Винница, Украина, 21008).

Kaletnik Grigory Mikolayovich – academician of the NAAS of Ukraine, Doctor of Economics, Professor, Head of the Department of Administrative Management and Alternative Energy Sources of Vinnitsa National Agrarian University (Soniachna Str., 3, Vinnitsa, Ukraine, 21008).

Цуркан Олег Васильович – кандидат технічних наук, доцент, директор Ладижинського коледжу Вінницького національного аграрного університету (вул. Петра Кравчика, 5, м. Ладижин, Вінницька обл., Україна, 24321, e-mail: tsurkan_ov76@ukr.net).

Цуркан Олег Васильевич – кандидат технических наук, доцент, директор Ладыжинского колледжа Винницкого национального аграрного университета (ул. Петра Кравчика, 5, г. Ладыжин, Винницкая обл., Украина, 24321, e-mail: tsurkan_ov76@ukr.net).

Tsurkan Oleh Vasylovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Director of Ladyzhyn College of Vinnytsia National Agrarian University (Petro Kravchik St., 5, Ladyzhyn, Vinnytsia Region, Ukraine, 24321, e-mail: tsurkan_ov76@ukr.net).