Дем'яненко А.Г.
к.т.н., профессор

Дніпровський державний аграрно-економічний університет

Demyanenko A.

Dnipropetrovsk State Agrarian and Economic University

УДК 534.113

МЕХАНІЧНІ СИСТЕМИ З ДВОХВИЛЬОВИМ ХАРАКТЕРОМ КОЛИВАНЬ, ЇХ МОДЕЛЮВАННЯ, ОСОБЛИВОСТІ, ВЛАСТИВОСТІ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ

У статті розглянуто задачі динаміки пружних систем за дії рухомого інерційного навантаження та деякі особливості механічних і відповідних математичних моделей задач цього класу, які можна віднести до некласичних задач математичної фізики. Наведено короткий огляд задач, розв'язки яких отримані на основі узагальненого методу відокремлення змінних, що дозволяє у деяких випадках в рамках вихідних передумов побудувати точні розв'язки і на їх основі дослідити характер коливань і стійкості системи. Дослідження математичної моделі виконано на основі метода двохвильового подання руху у вигляді двох груп - власних та супровідних коливань. Роль супровідних коливань, які обумовлені рухомим інерційним навантаженням, суттєво змінюються в залежності від швидкості рухомого навантаження та співвідношення рухомої і нерухомої маси системи. Досліджено коливання та стійкість підсиленої прямокутної пластинки з урахуванням дискретності розташування ребер, вздовж яких рухаються потоки навантаження.

Ключові слова: *динаміка, інерція, рухоме навантаження, частота, критична швидкість.*

Постановка проблеми. Проблема визначення динамічної дії рухомого навантаження на пружні конструкції виникла у першій половині XIX сторіччя. Поштовхом до інтенсивних теоретичних та експериментальних досліджень стали катастрофи – руйнування мостів з довгими прогонами, зокрема Честерського мосту в Англії у 1847 р. Перед інженерами постало питання, чим відрізняються результати дії рухомого навантаження на пружні конструкції від такого ж статичного. Інтерес до цієї проблеми з часом перемістився з чисто прикладної у галузь її фізико-математичних обґрунтувань [7, 8] і викликав необхідність створення відповідної теорії, оскільки розмаїття постановок завдань і методів їх вирішення нерідко породжували суперечливі результати [2-5, 9-11]. Практика створення і експлуатації конструкцій і споруд у сучасних умовах продовжує ставити нові завдання, вимагає їх вирішення і тим самим викликає появу нових підходів в механічному та математичному моделюванні, нових і вдосконалення старих методів їх дослідження, що дозволяють більш повно виявити всі кількісні і якісні особливості руху.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. **Особливості математичних моделей та методи їх дослідження.** Визначення та аналіз якісних та кількісних характеристик руху пружних об'єктів за дії рухомого інерційного навантаження зводиться до дослідження математичної моделі, наведеної у роботі [5, 6], де розглянуті відомі варіанти механічних моделей та головні особливості відповідних математичних моделей задач динаміки пружних об'єктів у полі сил інерції рухомого інерційного навантаження.

Для дослідження математичних моделей цього класу задач використовуються, в основному, методи Шаленкампа, Інгліса-Болотіна, Філіппова і узагальнений метод відокремлення змінних – метод двохвильового подання коливань [6, 8]. У цьому розділі наведено короткий огляд задач динаміки пружних систем з рухомим інерційним навантаженням, розв'язки яких отримані на основі узагальненого методу відокремлення змінних, що дозволяє у деяких випадках в рамках вихідних передумов побудувати точні рішення і на їх основі дослідити характер коливань і стійкості системи. Вперше правильне і точне рішення задачі про поперечні коливання балки під дією рухомої сили (завдання Стокса) отримано Радаковичем у 1899 р. [10]. Відомо, що тільки в обмеженій кількості випадків можлива побудова явних розв'язків диференціальних рівнянь у змішаних похідних за класичною схемою відокремлення змінних, як суми часткових розв'язків у вигляді добутку розділених функцій. Це рівняння власних поперечних коливань струни, мембрани, балки. У задачах же динаміки пружних систем з рухомим інерційним навантаженням пряме застосування класичної схеми не дозволяє розділити змінні в дійсній області шуканих функцій. Природні в цьому плані спроби модифікації і узагальнення класичної схеми розділення змінних стосовно дослідження задач цього класу. Першими спробами були роботи Хузнера Г. [13] та Штойдинга Х. [14], які поклали початок нового підходу до дослідження задач динаміки пружних систем з рухомим інерційним навантаженням. Надалі до такого підходу зверталися Голоскоков Е.Г., Філіппов А.П. і Кохманюк С.С. [3, 9, 12]. Реальний і суттєвий розвиток такий підхід при дослідженні задач динаміки зазначеного класу задач зазнав у роботах О.О. Горошко [1, 2], де цей метод дозволив виявити нові якості руху та вдало його інтерпретувати. Суть інтерпретації полягає у тому, що коливання таких систем відбуваються у вигляді двох груп стоячих хвиль – власних і супровідних. Перша група стоячих хвиль являє собою класичну частину розв'язку, тобто власні коливання, а друга, або супровідні коливання (антисиметричні) обумовлені інерційністю рухомого навантаження і не виявляються при традиційному застосуванні прямих методів математичної фізики до таких задач динаміки. Показано, що як форми власних, так і супровідних коливань, змінюються істотно зі зміною параметрів системи – швидкості, співвідношення рухомих і нерухомих мас [6, 8]. Встановлено аналогію між задачами динаміки пружного об'єкту змінної довжини і задачами динаміки пружних об'єктів з рухомим інерційним навантаженням, яка в першу чергу полягає в аналогіях математичних моделей. Розглянуто важливі задачі динаміки об'єктів змінної довжини (шахтного підйому) [1, 2, 5]. Точний розв'язок задачі про поперечні коливання струни з рухомим інерційним навантаженням наведено в роботі [8]. Подальший розвиток такий підхід отримав в роботах [5, 8], де розглянуто поперечні коливання балок у полі сил інерції рухомих навантажень. Задачі про поперечні коливання одновимірного пружного об'єкта у потоці рідини, які виникають при буксируванні і дослідженні дна морів і океанів, розглянуто у роботі Киби С.П. [8]. Теоретичний і практичний інтерес має задача про коливання балки Тимошенко за дії рухомого навантаження, де математична модель містить змішану непарну за часом часткову похідну не тільки в основному операторі, а і в граничних умовах [6]. Добре відпрацьована узагальнена схема розділення змінних для узагальненого рівняння струни та одновимірних пружних об'єктів [5, 6, 9] застосовується до дослідження коливань прямокутних пластинок і циліндричних оболонок, що знаходяться у полі сил інерції рухомих навантажень. Поперечні коливання прямокутних пластинок з рухомим рівномірно розподіленим інерційним навантаженням на основі двохвильового подання коливань розглянуто у роботі [5]. Надалі значний розвиток цей напрямок одержав у роботах [5-8], де розглянуті прямокутні пластинки підсилені регулярним набором ребер жорсткості, по яких рухаються потоки рівномірно розподіленого інерційного навантаження. Істотний внесок у розвиток двохвильового методу подання руху та його застосування до дослідження цього класу задач вніс Серазутдінов М.Н., у роботах якого розглянута не тільки постійна, але і змінна швидкість руху навантаження [11]. Що ж стосується аналізу стійкості руху пружних систем у поле сил інерції рухомих навантажень, то цьому питанню присвячено роботи [8, 9]. У всіх розглянутих задачах передбачався двосторонній зв'язок між навантаженням і конструкцією. В перерахованих вище роботах розглянуті математичні моделі і методи їх дослідження є основою для розгляду і дослідження більш складних механічних моделей, де природа виникнення і характер впливу рухомого навантаження можуть бути найрізноманітнішими, що призводить природно і до більш складних математичних моделей [6].

Дослідження поперечних коливань прямокутних пластинок з рухомим інерційним навантаженням з урахуванням дискретності розташування ребер. Отримаємо диференціальне рівняння поперечних коливань пластинки, розглянутої за конструктивно-ортотропною схемою у роботі [5], врахувавши дискретність розташування підсилюючих ребер. Рівняння рівноваги елемента пластинки за дії деякого поперечного навантаження Z має вигляд [3, 5]:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + Z = 0 \qquad (1)$$

Вирази для внутрішніх зусиль з урахуванням дискретності розташування ребер мають вигляд:

$$M_x=-D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\mu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)-\sum_{i=1}^{k}\left(EI_{iy}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)_{y=y_i}\quad M_y=-D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\mu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\quad M_{xy}=-D(1-\mu)\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\,. \quad (2)$$

Після підстановки виразів (2) в рівняння (1) і з огляду на те, що зовнішнім навантаженням є сили інерції пластинки, ребер і рухомого навантаження, отримаємо рівняння, що описує поперечні коливання пластинки відносно функції прогину w (x, y, t) з урахуванням дискретності розташування ребер

$$D\nabla^4 w+\sum_{i=1}^{k}\left(EI_{iy}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}\right)_{y=y_i}+\frac{q_3}{g}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\sum_{i=1}^{k}\left[\left(\frac{q_{4i}}{g}+\frac{q_i}{g}\right)\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\frac{q_i}{g}\left(2v\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t}+v^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\right]_{y=y_i}=0\,, \quad (3)$$

де D – циліндрична жорсткість гладкої пластинки, EI_{iy} – згинна жорсткість i-го ребра, k – число ребер, h – товщина пластинки, E, м – модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона матеріалу пластинки і ребер, q_{4i} – погонна вага i-го ребра; $q_3=\gamma h$ – вага пластинки, що припадає на одиницю площі, а $q_i=\frac{1}{L}\left(\int_0^L q(x)dx+\sum_j m_j g\right)$ – погонна вага потоку рухомого навантаження після розмазування розподіленого навантаження q (x) з зосередженими включеннями і заміни його рівномірно розподіленим.

Розв'язок диференціального рівняння (3) необхідно відшукувати при відповідних граничних і початкових умовах. У разі, коли края пластинки шарнірно обіперті, граничні умови матимуть вигляд:

$$\begin{aligned}&w(0,y,t)=0,\quad w(L,y,t)=0,\quad w''(0,y,t)=0,\quad w''(L,y,t)=0,\\&w(x,0,t)=0,\quad w(x,b,t)=0,\quad w''(x,0,t)=0,\quad w''(x,b,t)=0.\end{aligned} \quad (4)$$

Початкові умови приймаємо у вигляді:

$$w(x,y,0)=f_1(x,y),\quad \frac{\partial w(x,y,0)}{\partial t}=f_2(x,y)\,. \quad (5)$$

Диференціальне рівняння у змішаних похідних (3) з граничними умовами (4) описує вільні коливання підсиленої шарнірно обіпертої пластинки відносно збуреного квазістатичного режиму. Практичне застосування такої механічної і математичної моделі знаходимо при дослідженні динаміки прогонових споруд мостів, естакад, по яких рухаються потоки транспорту в кілька рядів, охолоджувальних систем РРД з урахуванням інерційного впливу охолоджувальних сумішей і інших механічних систем, де природа виникнення і характер впливу рухомих навантажень можуть іншими. Часткові рішення диференціального рівняння (3) з урахуванням (4) відшукуємо у вигляді:

$$w(x,y,t)=[\varphi(x)\cos\omega t+\psi(x)\sin\omega t]\sum_n \sin\frac{n\pi y}{b}\,. \quad (6)$$

Застосовуючи у рівнянні (3) по координаті у метод Канторовича-Власова і обмежившись загальним членом ряду, одержимо звичайне диференціальне рівняння відносно комплексної функції F(x) дійсного аргументу

$$\begin{aligned}&\left[1+\frac{2EI_{iy}}{bD}S\right]F^{IV}(x)+2\left[\beta\frac{v^2L^2}{c^2}S-(n\pi)^2\left(\frac{L}{b}\right)^2\right]F^{II}(x)-4i\frac{\beta v\omega L^3}{c^2}SF^{I}(x)-\\&-\left[\frac{\omega^2L^4}{c^2}-(n\pi)^2\left(\frac{L}{b}\right)^4\right]F(x)=0,\end{aligned} \quad (7)$$

де комплексна функція дійсного аргументу $F(x)=\varphi(x)+i\psi(x)$

$$\beta=\frac{q_i}{b\left(q_3+\frac{2(q_i+q_{4i})}{b}S\right)};\ c^2=\frac{Dg}{q_3+\frac{2(q_i+q_{4i})}{b}S};\ S=\sum_{i=1}^{k}\sin^2\frac{n\pi y_i}{b}=\begin{cases}\frac{k+1}{2}, & n\neq n_1(k+1);\\ 0, & n=n_1(k+1).\end{cases} \quad (8)$$

Подальша схема побудови розв'язку задачі аналогічна схемі, наведеній у роботах [5, 6], а загальний розв'язок диференціального рівняння (3) з граничними умовами (4) остаточно набуває вигляду:

$$w(x,y,t)=\sum_{n,m} a_{n,m}\left[\mathrm{Re}\left(\Phi_{n,m}(x,y)\right)\cos\left(\omega_{n,m}t+\alpha_{n,m}\right)+\mathrm{Im}\left(\Phi_{n,m}(x,y)\right)\sin\left(\omega_{n,m}t+\alpha_{n,m}\right)\right], \quad (9)$$

де довільні сталі $a_{n,m}$ і $б_{n,m}$ визначаємо за початковими умовами (5).

Чисельна реалізація описаного алгоритму виконувалася на ПЕОМ з використанням процедур обчислення коренів алгебраїчних рівнянь з комплексними коефіцієнтами і визначника матриці з комплексними елементами. Для дослідження залежності частот і критичних швидкостей від вибору розрахункової схеми, жорсткісних і геометричних параметрів пластинки і ребер приймалися такі вихідні дані: b = 0.5 м, h = 0.0005 м, E = 1.1 • 10^5 МПа, м = 0.32. Ребра обрані у вигляді порожнистих трубок з внутрішнім діаметром d = 0.0195 м і зовнішнім D = 0.02 м. Питома вага матеріалу пластинки і ребер г = 45 кН/м^3, питома вага рухомого навантаження $г_1$ = 10 кН/м^3. Кількість ребер і відношення сторін пластинки змінювалося в межах k = 2-20 з кроком 1, L/b = 0.5 - 4 з кроком 0.5.

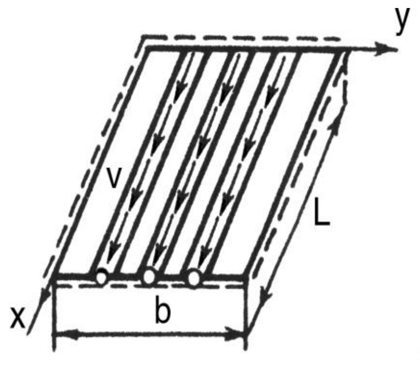

Рис. 1. Механічна модель задачі

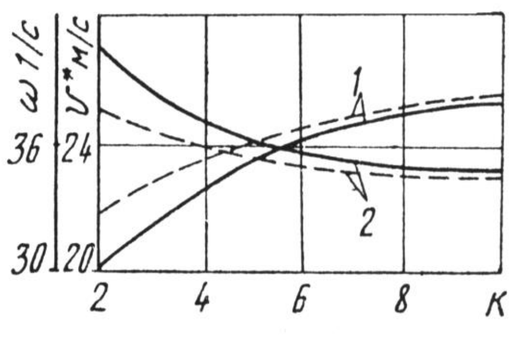

Рис. 2. Залежність основної частоти w_{11} і критичної швидкості v^*_{11} від числа ребер

Висновки. Результати чисельного аналізу основної частоти і відповідної критичної швидкості представлені на рисунку 2, де наведені графіки залежності частоти w_{11} (крива 1) і критичної швидкості v^*_{11} (крива 2) від кількості ребер за конструктивно ортотропною схемою (суцільна лінія) і з урахуванням дискретності розташування ребер (пунктирна) для пластинки з відношенням L/b = 3. Зі збільшенням числа ребер з потоками (при цьому зростає жорсткість конструкції) критична швидкість зменшується. Це обумовлено тим, що підвищення жорсткості конструкції за рахунок збільшення числа ребер не може компенсувати, в даному випадку, збільшення сил інерції потоків рухомого навантаження. При обліку дискретного розташування ребер отримуємо значення власної частоти коливань завантаженої пластинки вище, ніж при розрахунку за конструктивно ортотропною схемою, а значення критичної швидкості – нижче. На основі проведеного чисельного аналізу для підсиленої пластинки з наведеними вище геометрико-жорсткісними параметрами встановлено, що результати розрахунку по обом схемам практично збігаються, якщо $1 / k \leq 0{,}17$. У разі якщо $1 / k > 0{,}17$ – розрахунок необхідно виконувати за більш точною механічною моделлю з урахуванням дискретності розташування ребер.

Список використаних джерел

1. Горошко О.А. Собственные и сопровождающие колебания в системе с подвижными инерционными нагрузками / О.А. Горошко // Труды V Международной конференции по нелинейным колебаниям: 1970 г. Киев : – С. 215-219.

2. Горошко О.А. Введение в механику деформируемых одномерных тел переменной длины / О.А. Горошко, Г.Н. Савин. – К: Наукова думка, 1973. – 224 с.

3. Голоскоков Е.Г. Нестационарные колебания деформируемых систем / Е.Г. Голоскоков, А.П. Филиппов – К. Машиностроение – 1977, – 340 с.

4. Гольденблат И.И. Современные проблемы колебаний и устойчивости инженерных сооружений / И.И. Гольденблат – М. – 1947 – 136 с.

5. Дем'яненко А.Г. Дослідження динаміки підсилених прямокутних пластинок за дії рухомого інерційного навантаження / А.Г. Дем'яненко // Вібрації в техніці та технологіях. – 2016. – № 3(83). – С. 35-39.

6. Евстратенко Д.А. Исследование динамики одномерных упругих объектов с подвижной инерционной нагрузкой на основе уточненной модели / Д.А. Евстратенко, А.Г. Демьяненко // Theoretical Foundation of Civil Engineering. Warsaw – 2009. – V.17 – С. 63-68.

7. Каленюк П.І. Узагальнена схема відокремлення змінних. Диференціально-

символьний метод / П.І. Каленюк, З.М. Нитребич – Львів: Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2002. – 292с.

8. Киба С.П. Узагальнення методу розділення змінних та деякі його застосування в механіці / С.П. Киба, А.Г. Дем'яненко К. – 1991. – 120 с.

9. Кохманюк С.С. Колебания деформируемых систем при импульсных и подвижных нагрузках / С.С. Кохманюк, Е.Т. Янютин – К. Наукова думка – 1980 – 232 с.

10. Пановко Я.Г. Устойчивость и колебания упругих систем / Я.Г. Пановко, И.И. Губанова. – М.: Наука, 1987. – 352 с.

11. Серазутдинов М.Н. Приближенный метод решения задачи о воздействии подвижных нагрузок на пластину / М.Н. Серазутдинов. // Труды семинара по теории оболочек. Казань – 1976. – В. У11 – С. 112-120.

12. Филиппов А.П. Динамическое воздействие подвижных нагрузок на стержни / А.П. Филиппов, С.С. Кохманюк // К.: Наукова думка – 1967 – с. 132.

13. Housner G. W. Bending Vibrations of a Pipe Line Containing Flowing Fluid. Journal of Applied Mechanics. / G.W. Housner // Trans ASME – 1952. – Vol.19, №2. – P. 205-209.

14. Steuding H. Die Schwingung von Trager bei bewegten Lasten / H. Stending // Jng.Acch. – 1934. – P. 275-305.

Список джерел у транслітерації

1. Horoshko O.O. (1970). *Sobstvenie i soprovozhdayuschie kolebania v sisteme s podvizhimi inertsionimi naghruzkami [Own and accompanying oscillations in a system with moving inertial loads] Trudi V mezhdunarodnoi konferentsii po nelineynim kolebaniiam [Proceedings of the International Conference on Nonlinear Oscillations].(p. 215-219).* Kiyv: Наукова думка [in Ukrainian]

2. Horoshko O.O. & Savin H.N. (1973). *Vvedenie v mekhanichu deformiruemikh odnomernikh tel peremenoy dlini [Introduction to the mechanics of deformable one-dimensional bodies of variable length]*. Kiyv: Naukova dumka [in Ukrainian].

3. Goloskokov Ye.G. & Filippov A.P. (1977). *Nestatsionarnyye kolebaniya deformiruyemykh system. [Nonstationary oscillations of deformable systems].* Kiyv: . Mashinostroyeniye [in Ukrainian].

4. Gol'denblat I.I. (1947). *Sovremennyye problemy kolebaniy i ustoychivosti inzhenernykh sooruzheniy* [Sovremennyye problemy kolebaniy i ustoychivosti inzhenernykh sooruzheniy]. Moscow: Nauka [in Russian].

5. Demyanenko A.H. *Doslidzhennya dynamiky pidsylenykh pryamokutnykh plastynok za diyi rukhomoho inertsiynoho navantazhennya [Investigation of dynamics of reinforced rectangular plates under the action of moving inertial load]. Vibratsiyi v tekhnitsi ta tekhnolohiyakh.* Vinnitca. № 3(83). p. 35-39. [in Ukrainian].

6. Eyvstratenko D.A. & Demianenko A.H. (2009) *Issledovanie dinamiki odnomernikh upruhikh obiektov s podvizhnoy inertsionoy nagruzkoy na osnove utochnenoy modeli [Investigation of the dynamics of one-dimensional elastic objects with a moving inertial load on the basis of a refined model]. Theoretical Foundation of Civil Engineering.* Warsaw, V.17, p. 63-68. [in Poland].

7. Kalenyuk P.I. & Nytrebych Z.M. (2002). *Uzahalnena skhema vidokremlennya zminnykh. Dyferentsialno-symvolnyy metod [Generalized separation scheme of variables. Differential-symbol method].* Lviv: Vydavnytstvo Natsionalnoho universytetu «Lvivska politekhnika». [in Ukrainian].

8. Kyba S.P. & Demyanenko A.H. (1991). *Uzahalnennya metodu rozdilennya zminnykh ta deyaki yoho zastosuvannya v mekhanitsi [Generalization of the method of separation of variables and some of its application in mechanics]*. Kiyv; High school. [in Ukrainian].

9. Kokhmanyuk S.S. & Yanyutin Ye.T. (1980) *Kolebaniya deformiruyemykh sistem pri impul'snykh i pod-vizhnykh nagruzkakh [Oscillations of deformable systems under impulse and moving loads]* Kiyv. Naukova dumka. [in Ukrainian].

10. Panovko Ia.G. & Hubanova I.I. (1987) *Ustoychivost I kolebaniia uprugikh system [Stability and oscillations of elastic systems]*.Moscow.Nauka [in Russian].

11. Serazutdinov M.N. (1976) *Priblizhennyy metod resheniya zadachi o vozdeystvii podvizhnykh nagruzok na plastinu [Approximate method for solving the problem of the effect of moving loads on a plate] Trudy seminara po teorii obolochek [Proceedings of the Seminar on Shell Theory]*. Kazan, V.19, № 2, p. 112-120 [in Russian].

12. Filippov A.P. & Kokhmanyuk S.S. (1967) *Dinamicheskoye vozdeystviye podvizhnykh nagruzok na sterzhni [Dynamic impact of mobile loads on rods]*. Kiyv: Naukova dumka [in Ukrainian].

13. Housner G.W. (1952) Bending *Vibrations of a Pipe Line Containing Flowing Fluid. Journal of Applied Mechanics.* Trans ASME.Vol.19, №2 [in English].

14. Steuding H. (1934) *Die Schwingung von Trager bei bewegten Lasten.* Jng.Arch [in English].

МЕХАНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ С ДВУХВОЛНОВЫМ ХАРАКТЕРОМ КОЛЕБАНИЙ, ИХ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ОСОБЕННОСТИ, СВОЙСТВА И ИССЛЕДОВАНИЕ

В статье рассмотрены задачи динамики упругих систем под действием подвижной инерционной нагрузки и некоторые особенности механических и соответствующих математических моделей задач этого класса, которые можно отнести к неклассическим задачам математической физики. Приведен краткий обзор задач, решения которых получены на основе обобщенного метода разделения переменных, что позволяет в некоторых случаях в рамках исходных предпосылок построить точные решения и на их основе исследовать характер колебаний и устойчивости системы. Исследование математической модели выполнены на основе метода двухволнового представления движения в виде двух групп – собственных и сопровождающих колебаний. Роль сопровождающих колебаний, которые обусловлены подвижной инерционной нагрузкой, существенно меняются в зависимости от скорости подвижной нагрузки и соотношение подвижной и неподвижной массы системы. Исследованы колебания и устойчивость подкрепленной прямоугольной пластинки с учетом дискретности расположения ребер, вдоль которых движутся потоки массовой нагрузки.

Ключевые слова: *динамика, инерция, подвижная нагрузка, частота, критическая скорость.*

MECHANICAL SYSTEMS WITH TWO-WAVE CHARACTER OF VIBRATIONS, THEIR MODELING, FEATURES, PROPERTIES AND RESEARCH

The problems of the dynamics of elastic systems under the action of a mobile inertial load and certain features of mechanical and corresponding mathematical models of problems of this class that can be attributed to non classical problems of mathematical physics are considered. A brief overview of the problems whose solutions are obtained on the basis of the generalized method of separation of variables is given, which in some cases makes it possible, in the framework of the initial assumptions, to construct exact solutions and on their basis to study the nature of the oscillations and stability of the system. The study of the mathematical model is performed on the basis of the method of the two-wave representation of motion in the form of two groups – proper and accompanying oscillations. The role of the accompanying oscillations, which are caused by the mobile inertial load, vary significantly depending on the speed of the mobile load and the ratio of the fixed and fixed mass of the system. The oscillations and stability of a reinforced rectangular plate are investigated taking into account the discreteness of the location of the ribs along which the mass load flows.

Keywords: *dynamics, mobile inertia load, frequency, critical speed.*

Відомості про авторів

Дем'яненко Анатолій Григорович – кандидат технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної механіки, опору матеріалів та матеріалознавства Дніпропетровського державного аграрно-економічного університету (вул. Ворошилова,25, м. Дніпро, Україна, 49027, e-mail:anatdem@ukr.net).

Демьяненко Анатолий Григорьевич – кандидат технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической механики, сопротивления материалов и материаловедения Днепропетровского государственного аграрно-экономического университета (ул. Ворошилова, 25, г. Днипро, Украина, 49027, e-mail:anatdem@ukr.net).

Anatoliy Demyanenko – Candidate of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Theoretical Mechanics, Resistance of Materials and Materials Science of the Dnipropetrovsk State Agrarian and Economic University (25, Voroshilova str., Dnipro, Ukraine, 49027, e-mail:anatdem@ukr.net).