

**Сивак Р. І.**

к.т.н., доцент

**Рекечинський В. І.**

аспірант

*Вінницький національний  
аграрний університет***Sivak R.****Rekechynsky V.***Vinnitsia National Agrarian  
University*

УДК 621.73.011.001.5

DOI: 10.37128/2306-8744-2019-2-8

## ОСОБЛИВОСТІ ПЛАСТИЧНОЇ ДЕФОРМАЦІЇ МЕТАЛІВ ПРИ НЕМОНОТОННОМУ ДЕФОРМУВАННІ

В роботі розглянуті дволанкові траєкторії в просторі вектора деформацій. Траєкторії отримані в досліді на розтяг з подальшим крученням і досліді на розтяг з подальшим спільним крученням і розтягом стандартних суцільних циліндричних зразків із сталі 10. Деформування здійснювали по програмам, які забезпечують лінійність траєкторій в просторі деформацій. Компоненти дивіатора напружень визначали з використанням моделі анізотропно зміцнюваного тіла. При цьому експериментально визначали функцію, що характеризує ефект Баушингера та функцію, що характеризує спадковий вплив історії навантаження на поточний стан металу при пластичній деформації. Показано, що при немонотонному навантаженні, для якого характерні траєкторії великої кривизни, необхідно використовувати теорію пластичності О. А. Ільюшина, а модель Г. Бакхауза дає задовільні результати тільки для траєкторій середньої і малої кривизн. В загальному випадку придатність тієї чи іншої теорії пластичності необхідно перевіряти експериментально.

**Ключові слова:** немонотонна пластична деформація, анізотропія властивостей, траєкторії навантаження, ефект Баушингера, кривизна траєкторій деформацій, ендохонна теорія пластичності.

**Постановка проблеми.** При оцінці граничного стану для опису процесів пластичного деформування матеріалу заготовки при немонотонному навантаженні найчастіше застосовують математичну теорію пластичності О. А. Ільюшина [1] або модель анізотропно зміцнюваного тіла запропоновану Г. Бакхаузом [2]. Однак для вибору відповідної теорії пластичності необхідно попередньо з'ясувати область її застосування з

урахуванням реального процесу навантаження. Границі цієї області можна визначити шляхом зіставлення результатів розрахунку і експерименту при складному навантаженні.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У роботах [5-6] отримані рівняння для розрахунку компонент дивіатора напружень при немонотонному навантаженні на основі моделі Г. Бакхауза.

$$S_{ij} = \frac{2}{3} \sigma_u(e_u) \frac{\dot{e}_{ij}}{\dot{e}_u} - \frac{1}{3} \int_0^{e_u} (1 - \beta(e_u^*)) \sigma_u(e_u^*) \varphi(e_u^* - e_u^0) \frac{d^2 e_{ij}}{de_u^2}(e_u^*) de_u^* \quad (1)$$

Для визначення компонент дивіатора напружень по (1) необхідно експериментально визначити три характеристики матеріалу  $\sigma_p(e_u)$ ,  $\beta(e_u)$  і  $\varphi(e_u - e_u^0)$ , а також мати інформацію про кінематику процесу пластичної деформації. Компоненти тензора напружень можна

визначити за відомою методикою [5, 7, 8].

При експериментальних дослідженнях вважали справедливою гіпотезу про те, що функції  $\sigma_p(e_u)$ ,  $\beta(e_u)$  і  $\varphi(e_u - e_u^0)$  не залежать від схеми напруженого стану та історії деформування. У зв'язку з цим, зазначені характеристики



немонотонного навантаження можна визначити в умовах лінійного напруженого стану [5, 6, 9].

Залежності  $\sigma_p(e_u)$ ,  $\beta(e_u)$  і  $\varphi(e_u - e_u^0)$  для сталі 10 визначали за методикою Д. В. Хвана [9]. Для цього використовували стандартні зразки, які на першому етапі розтягували до залишкових деформацій 0,02, 0,03, 0,062 і будували відповідні діаграми  $\sigma_p(e_u)$ . Потім з деформованих зразків вирізали короткі циліндричні зразки, які

**Формулювання мети досліджень.**

Метою даної роботи є оцінка точності розрахунків компонент девіатора напружень для траєкторії зі зломом по співвідношенням отриманим на основі моделі, запропонованої Г. Баххаузом [2-6].

**Виклад основного матеріалу дослідження.**

Результати експериментальних досліджень показують, що параметр  $\beta$  сильно залежить від накопиченої деформації  $e_u$  при  $e_u \leq 0,05$ , а при  $e_u > 0,05$ , цей параметр для більшості металів залишається практично постійним і приймає деяке значення  $\beta_m$  [9]. Для сталі 10 цей параметр дорівнює  $\beta_m = 0,34$ . Експериментальна залежність  $\beta$  від накопиченої деформації  $e_u$  приведена на рис. 1. У зв'язку з цим можна розглядати  $\beta_m$  як механічну характеристику металів для оцінки схильності останніх до прояву деформаційної анізотропії [9]. Необхідно відзначити, що деформація  $e_u \approx 0,05$  порівнянна з довжиною сліду запізнювання скалярних властивостей матеріалу [1].

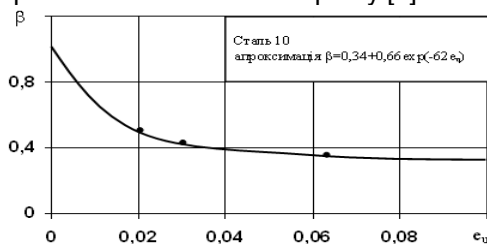


Рис. 1. Залежність параметра  $\beta$  від  $e_u$

Для апроксимації залежності  $\beta$  від  $e_u$  використовували формулу [9]

$$\beta = \beta_m + (1 - \beta_m) \exp(c \cdot e_u), \quad (3)$$

$$\varphi(e_u - e_u^0) = \varphi_0 + (1 - \varphi_0) \exp\left(c_1 (e_u - e_u^0)^{c_2}\right), \quad (5)$$

де  $\varphi_0$  – асимптотичне значення, яке визначали експериментально (для сталі 10 –  $\varphi_0 = 0,19$ ).

Коефіцієнти  $c_1$  і  $c_2$  визначали методом найменших квадратів і отримали для сталі 10 наступні значення:  $c_1 = -22,3$ ,  $c_2 = 0,806$ .

Отримана залежність функції  $\varphi$  від

$\Delta e_u = e_u - e_u^0$  наведена на рис. 2.

осаджували і будували відповідні діаграми  $\sigma_c(e_u)$ . Параметр  $\beta$ , який характеризує ефект Баушінгера, визначали за формулою

$$\beta = \frac{\sigma_{0,2}}{\sigma_u(e_u^0)}, \quad (2)$$

$\sigma_{0,2}$  - умовна границя текучості при стиску зразка після його розтягу до деформації  $e_u^0$ , якій відповідає напруга  $\sigma_u(e_u^0)$ .

Використовуючи метод найменших квадратів, для постійної  $c$  (сталь 10) отримали таке значення:  $c = -62$ .

Спадкову функцію  $\varphi(e_u - e_u^0)$ , яка дозволяє враховувати вплив історії деформування на поточний стан матеріалу при пластичній деформації, визначали також за результатами досліджень суцільних циліндричних зразків на розтяг і подальший стиск. При цьому її значення визначали за формулою [5, 9]

$$\varphi(e_u - e_u^0) = \frac{\sigma_p(e_u) - |\sigma_c(e_u)|}{\sigma_p(e_u^0) (1 - \beta(e_u^0))}, \quad (4)$$

де  $e_u^0$  - накопичена деформація, при досягненні якої має місце розвантаження або злам траєкторії деформування,

$\sigma_p(e_u)$  - напруження при монотонному розтягу,

$\sigma_c(e_u)$  – напруження при стиску зразка до деформації  $e_u$ , попередньо розтягнутого до  $e_u^0$  напруженням  $e_u^0$

$\beta(e_u^0)$  - значення параметра Баушінгера при  $e_u = e_u^0$ .

Експериментальні значення спадкової функції  $\varphi(e_u - e_u^0)$ , визначені за формулою (4), апроксимували відповідно до рекомендацій Д. В. Хвана [9] залежністю

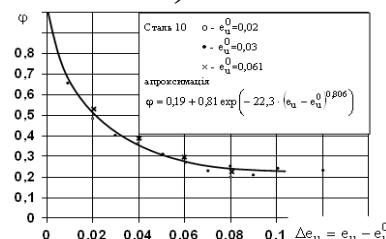
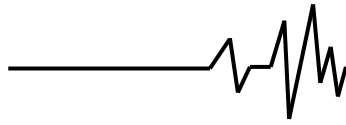


Рис. 2. Залежність функції  $\varphi$  от  $\Delta e_u = e_u - e_u^0$



Як приклад в даній роботі розглянуті дволанкові траєкторії в просторі вектора деформацій (рис. 3). Траєкторії отримані в досліді на розтяг з подальшим крученням ( $\beta_1=90^\circ$ ) і досліді на розтяг з подальшим спільним крученням і розтягом ( $\beta_2=30^\circ$  і  $\beta_3=60^\circ$ ). При цьому використовували стандартні суцільні циліндричні зразки зі сталі 10. Щоб уникнути локалізації пластичної деформації як при розтягу так і при крученні ступінь деформації  $\epsilon_u$  не перевищувала значень  $\epsilon_u \leq 0,3$  при  $\epsilon_z \leq 0,16$ . Повна осьова деформація

$$\epsilon_z^\Sigma = \epsilon_{z0} + \epsilon_z, \text{ де } \epsilon_{z0} = \ln \frac{l_1}{l_0} \text{ і } \epsilon_z = \ln \frac{l_2}{l_1},$$

$l_0$  - початкова довжина робочої частини зразка,

$l_1$  - довжина робочої частини зразка перед зломом,

$l_2$  - довжина робочої частини зразка після зламу.

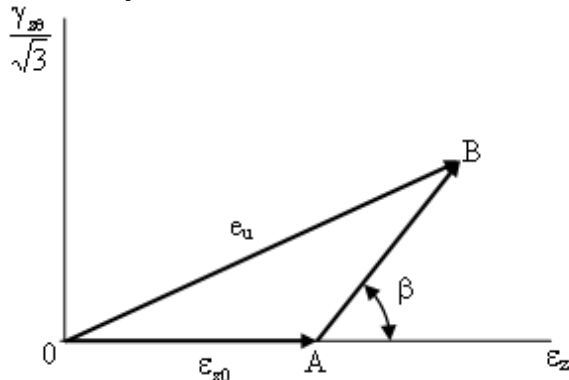


Рис. 3. Дволанкова траєкторія в просторі вектора деформацій

Для забезпечення лінійності траєкторії деформації після зламу витримували постійним відношення

$$\frac{\gamma_{z\theta}}{\epsilon_z} = \sqrt{3} \operatorname{tg} \beta, \quad (6)$$

де  $\beta$  - кут зламу траєкторії деформації.

Ступінь деформації  $\epsilon_u$  визначали за формулою

$$\epsilon_u^2 = OA^2 + AB^2 + 2OA \cdot AB \cos \beta, \quad (7)$$

або

$$\epsilon_u^2 = \epsilon_{z0}^2 + \frac{\gamma_{z\theta}^2}{3 \sin^2 \beta} + \frac{2}{\sqrt{3}} \epsilon_{z0} \frac{\gamma_{z\theta}}{\sqrt{3}} \operatorname{ctg} \beta. \quad (8)$$

Деформований стан елемента поверхні зразка (рис. 4) характеризували кутом зсуву  $\alpha$  і безрозмірною координатою

$$z = \frac{l_2}{l_1}, \quad (9)$$

Кутову деформацію знаходили за формулою

$$\gamma_{z\theta} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{r\varphi}{l_2}, \quad (10)$$

де  $r$  - поточні значення радіуса робочої частини зразка після зламу,

$l_2$  - поточні значення довжини робочої частини зразка після зламу,

$\varphi$  - кут закручування

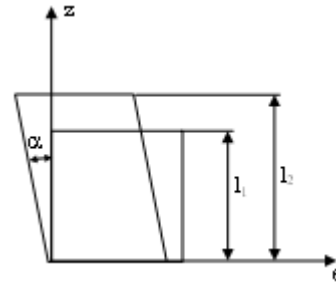


Рис. 4. Викривлення елемента поверхні зразка

З (6) і (10) знаходимо

$$\varphi = \frac{\sqrt{3}}{r_0} l_2 \epsilon_z \operatorname{tg} \beta \sqrt{\frac{l_2}{l_0}}. \quad (11)$$

Формулу (11) використовували для реалізації лінійної ділянки деформації після зламу траєкторії деформації при значеннях  $\beta_2=30^\circ$  і  $\beta_3=60^\circ$ . Формула (11) дозволяє знайти залежність між довжиною робочої частини зразка  $l_2$  і кутом закручування  $\varphi$ .

Експериментальні значення осьового напруження  $\sigma_z$  і дотичного напруження на поверхні зразка  $\tau_{z\theta}$  розраховували за формулами

$$\sigma_z = \frac{4P}{\pi d^2}, \quad (12)$$

$$\tau_{z\theta} = \frac{12M}{\pi d^3}, \quad (13)$$

де  $P$  - сила розтягування,

$M$  - крутний момент,

$d$  - діаметр зразка.

Величину компонента девіатора напружень  $S_z$  знаходили за формулою

$$S_z = \frac{2}{3} \sigma_z. \quad (14)$$

У розглянутих досліді інтенсивність напружень буде дорівнювати

$$\sigma_u = \sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau_{z\theta}^2}. \quad (15)$$

Для реалізації необхідних траєкторій деформації зразки розтягували до значень  $\epsilon_z=0,04-0,10$ , а потім, не змінюючи осьової сили, зразки закручували. При цьому одночасно вимірювали величини осьового  $P$  і кутового  $M$  навантажень.

Розбіжності між значеннями  $S_z$ , розрахованими за формулою (1) після зламу траєкторії деформації на кут  $\beta_3=60^\circ$  і

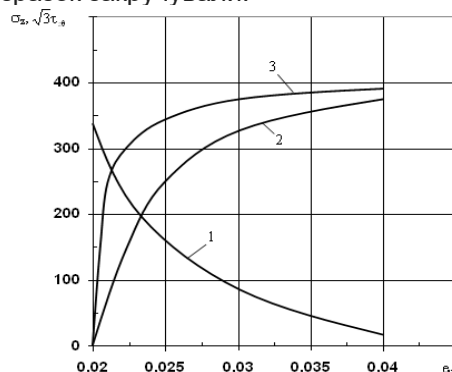


експериментальними, розрахованими за формулами (12), (13) і (14) не перевищували 20%, а при  $\beta_2=30^\circ$  - розбіжності не перевищували 14%. Тобто можна вважати, що при  $\beta_2 \leq 30^\circ$  формула (1) задовільно описує ефекти запізнювання, які мають місце після зламу траєкторії деформації.

Однак при куті зламу  $\beta_1=90^\circ$  розбіжність між експериментальними і розрахованими за формулою (1) значеннями складають 50% і більше. Це впливає з наведених на рис. 5 експериментальних залежностей  $\sigma_z(e_u)$  і  $\tau_{z\theta}(e_u)$  (криві 1 і 2) і залежності  $\tau_{z\theta}(e_u)$  (крива 3), отриманої після розрахунків по формулі (1). Ступінь деформації після зламу знаходили за формулою (8), а відповідне значення інтенсивності напружень  $e_u$  знаходили по кривій течії сталі 10, яку апроксимували залежністю

$$\sigma_u = 796e_u^{0,22}. \quad (16)$$

Характер залежності осьового  $\sigma_z(e_u)$  і дотичного  $\tau_{z\theta}(e_u)$  напружень від ступеня деформації  $e_u$  практично не залежить як від величини деформації перед зломом (в межах досліджуваного інтервалу значень попереднього ступеня деформації  $e_u=0,04-0,10$ ) так і від того, в якій послідовності злам реалізується. Тобто, на першому етапі проводиться деформація розтягу, а потім кручення або навпаки. На рис. 5 наведені результати експерименту і розрахунку для випадку коли на першому етапі проводили розтяг до  $e_u=0,02$ , а потім не знімаючи осьової сили зразок закручували.



**Рис. 5. Експериментальні залежності  $\sigma_z(e_u)$  і  $\tau_{z\theta}(e_u)$  (крива 1 і 2) і розрахункова залежність  $\tau_{z\theta}(e_u)$  (крива 3) після зламу траєкторії ( $\beta=90^\circ$ )**

Зі співвідношення (1) впливає, що при зламі траєкторії деформації на кут  $\beta_1=90^\circ$  компонента девіатора напружень  $S_z$  повинна дорівнювати нулю і напруження  $\sigma_z$  також має дорівнювати нулю. Однак цього при пластичній деформації не відбувається. Як впливає з експериментальних даних, що наведені вище, напруження  $\sigma_z$  повільно спадає зі збільшенням дотичного напруження  $\tau_{z\theta}$ . Необхідно відзначити, що при деформації в пружній області,  $\sigma_z$  після зламу траєкторії деформації

при постійній осьовій силі залишалася б також постійною.

**Висновки.** З отриманих результатів випливає, що при дослідженні процесів немонотонного навантаження для яких характерні траєкторії великої кривизни (наприклад, мають місце злами) необхідно використовувати теорію пластичності А. А. Ільюшина. Модель Г. Бакхауза можна використовувати для траєкторій середньої і малої кривизни. У загальному випадку складного навантаження придатність тієї чи іншої теорії пластичності необхідно визначати шляхом зіставлення результатів розрахунку з експериментальними результатами.

#### Список використаних джерел

1. Ильюшин А. А. Пластичность / А. А. Ильюшин. - М.: Издательство АН СССР. Отделение технических наук, 1963. - 272 с.
2. Backhaus G. Zur analytischen Darstellung des Materialverhaltens im plastischen Bereich / G. Backhaus // ZAMM. - 1971. - №51. - P. 471 - 477.
3. Сивак Р. И. Влияние немонотонности пластической деформации на напряженное состояние / Р. И. Сивак, О. В. Сердюк, И. О. Сивак // Обработка материалов давлением. - 2010. - №2(23). - С. 3-7.
4. Сивак Р. И. Оценка предельных деформаций при немонотонном нагружении / Р. И. Сивак, И. Г. Савчинский, И. О. Сивак // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». - 2011. - №62. - С. 247-250.
5. Дель Г. Д. Технологическая механика / Г. Д. Дель. - М.: Машиностроение, 1978. - 174 с.
6. Хван Д. В. Исследование деформационной анизотропии металлов при немонотонном пластическом деформировании в условиях линейного напряжённого состояния / Д. В. Хван, О. А. Розенберг, Ю. А. Цеханов // Проблемы прочности. - 1990. - №12. - С. 53-56.
7. Огородников В. А. Оценка деформируемости металлов при обработке давлением / В. А. Огородников. - Киев: Выща школа, 1983. - 175 с.
8. Алиев И. С. Повышение качества процессов холодного поперечного выдавливания / И. С. Алиев, Л. И. Девиченко, К. Д. Махмудов // Повышение точности в холоднштамповочном производстве. - Л.: ЛДНТП, 1981. - С. 50-55.
9. Хван Д. В. Экспериментальная механика конечных деформаций / Д. В. Хван, Ф. Х. Томилов, В. И. Корольков. - Воронеж: Изд-во «ЭЛИСТ», 1996. - 248 с.



### References

1. Ilyushin A. A. Plasticity / A. A. Ilyushin. - M : Publishing House of the Academy of Sciences of the USSR. Department of Technical Sciences, 1963. - 272 p.
2. Backhaus G. Zur analytischen Darstellung des Materialverhaltens im plastischen Bereich / G. Backhaus // ZAMM. - 1971. - №51. - P. 471 - 477.
3. Sivak R.I. Influence of non-monotony of plastic deformation on the stress state / R.I. Sivak, O.V. Serdyuk, I.O. Sivak // Processing of materials by pressure. - 2010. - №2 (23). - p. 3-7.
4. Sivak R.I. Estimation of limiting deformations under non-monotonic loading / R.I. Sivak, I.G. Savchinsky, I.O. Sivak // Herald of the National Technical University of Ukraine "Kiev Polytechnical Institute". - 2011. - №62. - p. 247-250.
5. Del G. D. Technological mechanics / G. D. Del. - M. : Mashinostroenie, 1978.- 174 p.
6. Khvan D.V. Investigation of the deformation anisotropy of metals with non-monotonic plastic deformation under conditions of a linear stress state / D.V. Khvan, O.A. Rozenberg, Yu.A. Tsekhanov // Problems of Strength. - 1990. - №12. - pp. 53-56.
7. Ogorodnikov V. A. Evaluation of metal deformability during pressure treatment / V. A. Ogorodnikov. - K. : High School, 1983.-175 p.
8. Aliev I. S. Improving the quality of cold transverse extrusion processes / I. S. Aliev, L. I. Devichenko, K. D. Makhmudov // Improving accuracy in cold-forging production. - L. : LDTP, 1981. - p. 50-55.
9. Khvan D.V. Experimental mechanics of finite deformations / D.V. Khvan, F. Kh. Tomilov, V.I. Korolkov. - V. : ELIST publishing house, 1996. - 248 p.

### ОСОБЕННОСТИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ МЕТАЛЛОВ ПРИ НЕМОНОТОННОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ

В работе рассмотрены двухзвенные траектории в пространстве вектора деформаций. Траектории, полученные в опытах на растяжение с последующим кручением и опытах на растяжение с последующим совместным кручением и растяжением стандартных сплошных цилиндрических образцов из стали 10. Деформацию осуществляли по программам, которые обеспечивают линейность траекторий в пространстве деформаций. Компоненты девиатора напряжений определяли с

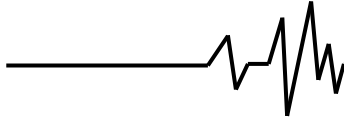
использованием модели анизотропно упрочняемого тела. При этом экспериментально определяли функцию, характеризующую эффект Баушингера и функцию, характеризующую наследственное влияние истории нагрузки на текущее состояние металла при пластической деформации. Показано, что при немонотонной нагрузке, для которой характерны траектории большой кривизны, необходимо использовать теорию пластичности А. А. Ильюшина, а модель Г. Бакхауза дает удовлетворительные результаты только для траекторий средней и малой кривизны. В общем случае пригодность той или иной теории пластичности необходимо проверять экспериментально.

**Ключевые слова:** немонотонная пластическая деформация, анизотропия свойств, траектории нагружения, эффект Баушингера, кривизна траекторий деформаций, эндохронная теория пластичности.

### FEATURES OF PLASTIC DEFORMATION OF METALS IN NON-MONOTONIC DEFORMATION

In this paper we consider two-legged trajectories in the space of the deformation vector. Trajectories were obtained in tensile experiments with subsequent torsion and tensile experiments with subsequent joint tension and stretching of standard solid cylindrical samples from steel 10. Deformation was carried out according to programs that ensure the linearity of trajectories in the deformation space. The components of the stress deviator were determined using an anisotropically strengthened body model. In this experiment, a function characterizing the Bauschinger effect and a function characterizing the hereditary influence of the load history on the current state of the metal during plastic deformation was experimentally determined. It is shown that in the case of nonmonotonic loading, which is characterized by trajectories of large curvature, it is necessary to use O. A. Ilyushin's theory of plasticity, and the model G. Bachhaus yields satisfactory results only for trajectories of medium and low curvature. In general, the suitability of a particular plasticity theory needs to be verified experimentally.

**Key words:** non-monotonic plastic deformation, anisotropy of properties, loading trajectories, Bauschinger effect, curvature of deformation trajectories, endochronic theory of plasticity.



***Відомості про авторів***

**Сивак Роман Іванович** - кандидат технічних наук, доцент, Вінницький національний аграрний університет (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, Україна, 21008, e-mail: sivak\_r\_i@ukr.net).

**Рекечинський Володимир Іванович** - аспірант Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, Україна, 21008, e-mail: volodimir\_rekecinskiy@ukr.net).

**Сивак Роман Іванович** - кандидат технических наук, доцент, Винницкий национальный аграрный университет (ул. Солнечная, 3, г. Винница, Украина, 21008, e-mail: sivak\_r\_i@ukr.net).

**Рекечинський Владимир Іванович** - аспирант Винницкого национального аграрного университета (ул. Солнечная, 3, г. Винница, Украина, 21008, e-mail: volodimir\_rekecinskiy@ukr.net).

**Sivak Roman Ivanovich** - Candidate Of Technical Sciences, Associate Professor, Vinnytsia National Agrarian University (3, Solnychna St., Vinnytsia, Ukraine, 21008, e-mail: sivak\_r\_i@ukr.net).

**Rekechynsky Volodymyr Ivanovych** - Postgraduate Student of Vinnytsia National Agrarian University (3, Solnyshchaya St., Vinnytsia, Ukraine, 21008, e-mail: volodimir\_rekecinskiy@ukr.net).