**Серілко Л.С.**

К.Т.Н., доцент

Сасюк З.К.

К.С.-Г.Н., доцент

Щурик В.О.

К.Т.Н., доцент

Серілко Д.Л.

К.Т.Н., старший викладач

**Національний
університет водного
господарства та
природокористування****Serilko L.****Sasiuk Z.****Shchuryk V.****Serilko D.****National University of Water
and Environmental
Engineering****УДК 621.867.5****ВИЗНАЧЕННЯ СЕРЕДНЬОЇ
ШВИДКОСТІ СИПКОГО
МАТЕРІАЛУ В ЖОЛОБІ
ПРЯМОКУТНОЇ ФОРМИ, ЯКИЙ
ЗДІЙСНЮЄ ПОПЕРЕЧНІ
КОЛИВАННЯ**

Для інтенсифікації різноманітних технологічних процесів широко використовуються високочастотні коливання. Проведений аналіз відомих методів дослідження руху сипкого матеріалу по похилій поверхні, яка здійснює повздовжні або поперечні коливання. Розроблена математична модель руху сипкого середовища в жолобі прямокутної форми, який здійснює поперечні коливання високої інтенсивності в площині найбільшого нахилу. Експериментальним шляхом встановлено, що при наявності таких коливань матеріал зберігає форму жолоба і тому можна розглядати його рух як рух твердого тіла по похилій поверхні. Методом усереднення отримано наближений розв'язок рівнянь цього руху, який задовільно узгоджується з результатами експериментальних досліджень.

Отримані залежності середньої швидкості руху сипкого матеріалу по поверхні жолоба від кута його нахилу до горизонту та коефіцієнта тертя ковзання матеріалу по цій поверхні можна застосовувати в інженерних розрахунках при розв'язуванні конкретних практичних задач.

Ключові слова: сипкий матеріал, жолоб, коливання, метод усереднення, середня швидкість.

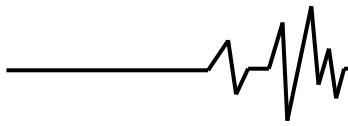
Постановка проблеми. При реалізації різноманітних технологічних процесів широко використовуються високочастотні коливання робочих органів, які забезпечують інтенсифікацію цих процесів. В більшості випадків рух сипкого матеріалу по робочих поверхнях зводиться до руху окремої частини (матеріальної точки), що не завжди адекватно відображає закономірності цього руху. Тому отримання простих залежностей для визначення середньої швидкості руху сипкого матеріалу в кожусі прямокутної форми є актуальною задачею.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Рух матеріальної точки по похилій площині, яка здійснює поперечні коливання, розглядається в роботах Андропова В.В., Журавльова Ф.В. [1], Заїки П.М. [2]. В працях Ольшанського В.П., Кучеренка С.І., Ольшанського С.В., Тищенко Л.М. наведені теоретичні дослідження зернових сумішей на плоских похилих віброрешетах при їх поздовжніх [3] та поперечних [4] гармонічних

коливаннях. При цьому розв'язувались крайові задачі рівнянь Нав'є-Стокса, що описують рух зернової маси, яка знаходиться у псевдозрідженому стані, у плоскому діючому жолобі, ширина якого набагато більша висоти шару матеріалу. У роботі Чубика Р.В., Ярошенка Л.В., Омелянова О.М. [5] запропонований метод стабілізації швидкості руху сипкого матеріалу в жолобі вібротранспортера.

Формулювання мети дослідження. Метою роботи є отримання простих залежностей для визначення середньої швидкості руху сипкого матеріалу в прямокутному жолобі, який здійснює поперечні коливання у площині дна жолоба, перпендикулярно до лінії найбільшого нахилу.

Виклад основного матеріалу дослідження. Будемо вважати, що шар сипкого матеріалу висотою h знаходиться в жолобі прямокутної форми, який розміщений під кутом α до горизонту (рис.1) при цьому $\alpha < \varphi$, де φ – кут тертя ковзання сипкого



матеріалу по поверхні жолоба.

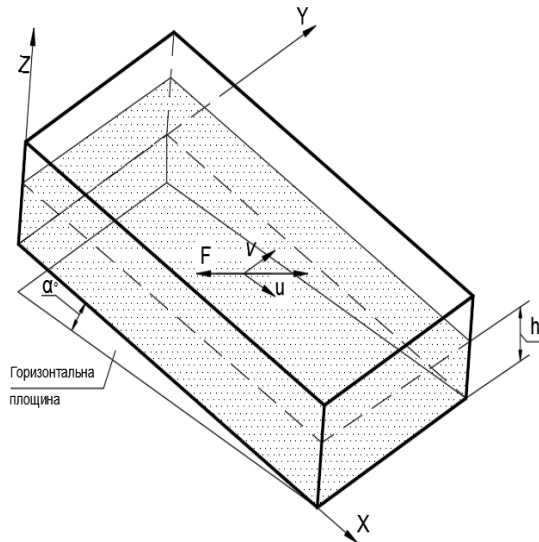


Рис. 1 Розрахункова схема жолоба з шаром сипкого середовища

У загальному випадку для визначення розподілу швидкостей частинок сипкого матеріалу в жолобі необхідно записати диференціальні рівняння руху суцільного середовища, неперервності, баротропності та граничного стану.

Розв'язання отриманих диференціальних рівнянь з частинними похідними, при певних граничних умовах, пов'язано із значними математичними труднощами і можливе тільки при певних допущеннях.

Розглянемо поперечні гармонічні коливання жолоба з високою інтенсивністю

$$A\omega^2 \gg g \cdot \sin \alpha,$$

де A – амплітуда коливань, м;
 ω – частота коливань, с^{-1} .

При проведенні експериментальних досліджень ($A=0,001$ м, $\omega = 140$ с^{-1}) встановлено, що сипкий матеріал не змінює прямокутної форми (рис.2), тобто за період

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,045 \text{ с}$$

частинки матеріалу не встигають обсіпатись.

$$m\ddot{x} = mg \sin \alpha - fmg \cos \alpha \cdot \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + (A\omega \cos \omega t)^2}}. \quad (2)$$

Отримане рівняння не інтегрується в квадратурах і його розв'язок не можна знайти в загальному вигляді, але можливо отримати наближений розв'язок [1].

Перейдемо до безрозмірних величин:

$$\tau = \omega t; \xi = \frac{x}{A}; \dot{\xi} = \frac{dx}{dt} = \frac{d(\xi A) \cdot \omega}{d\tau} = A\omega \xi',$$

де ξ' похідна від ξ по безрозмірному часу τ :



Рис. 2 Загальний вигляд руху сипкого матеріалу в жолобі

У цьому випадку рух сипкого середовища в жолобі можна розглядати як рух твердого тіла, яке має форму паралелепіпеда (рис.1).

Оскільки сила тертя між тілом і дном завжди напрямлена у протилежний бік від руху, то її проекції (F_x та F_y) на осі координат матимуть вигляд:

$$F_x = fN_z \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}},$$

$$F_y = fN_z \cdot \frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2}},$$

де $u = \dot{x}$ – швидкість тіла, м/с, v – швидкість жолоба в поперечному напрямку, м/с.

Оскільки $N_z = mg \cos \alpha$, то:

$$F_x = fmg \cos \alpha \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}}.$$

Запишемо диференціальне рівняння руху цього тіла в проекції на вісь x :

$$m\ddot{x} = mgsin\alpha - fmg \cos \alpha \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}}. \quad (1)$$

У нашому випадку жолоб здійснює поперечні коливання за законом:

$$y = A \sin \omega t.$$

Проекція швидкості жолоба на вісь y буде рівна:

$$v = \dot{y} = A\omega \cos \omega t.$$

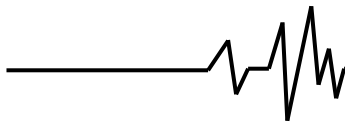
Тоді диференціальне рівняння руху матеріалу по поверхні жолоба матиме вигляд:

$$\ddot{\xi} = \frac{d(\dot{\xi})}{d\tau} = \frac{d(A\omega \xi') \cdot \omega}{d\tau} = A\omega^2 \frac{d\xi'}{d\tau}.$$

Рівняння (2) матиме вигляд:

$$A\omega^2 \frac{d\xi'}{d\tau} = g \sin \alpha - f g \cos \alpha \frac{A\omega \xi'}{\sqrt{(A\omega \xi')^2 + A^2 \omega^2 \cos^2 \tau}}. \quad (3)$$

Введемо позначення:



$$\mu = \frac{fg \cos \alpha}{A\omega^2}; \gamma = \frac{g \sin \alpha}{f \cos \alpha} = \frac{\tan \alpha}{f}.$$

Остаточно (1) в безрозмірній формі:

$$\frac{d\xi'}{d\tau} = \mu \left(\gamma - \frac{\xi'}{\sqrt{\xi'^2 + \cos^2 \tau}} \right). \quad (4)$$

Оскільки в нашому випадку

$$A\omega^2 \gg \frac{gt}{\cos \alpha},$$

$$\sqrt{\xi'^2 + \cos^2 \tau} = \sqrt{\xi'^2 + (1 - \sin^2 \tau)} = \sqrt{v^2 + 1 - \sin^2 \tau} = \frac{1}{k} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \tau}$$

де $k = k(v) = \frac{1}{v^2 + 1}$, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \cos^2 \tau}} \cdot d\tau = K(v)$ – повний еліптичний інтеграл першого роду, модуль якого дорівнює k .

Остаточно будемо мати:

$$\frac{dv}{d\tau} = \mu \left(\gamma - \frac{2v}{\pi} \cdot k(v) \cdot K(k) \right); \quad (6)$$

$$\varphi(v) = \frac{2v}{\pi} \cdot k(v) \cdot K(k). \quad (7)$$

то величина μ в цьому рівнянні є малим параметром і для розв'язку рівняння можна використати метод усереднення, тобто будемо вважати, що за період колювання швидкість сталаю величиною v [1].

$$v = \langle \xi' \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \xi'(\tau) d\tau. \quad (5)$$

Перетворимо вираз, який знаходиться під знаком радикала з рівняння (4):

За допомогою таблиць для знаходження еліптичних інтегралів [6] можна визначити значення функції $\varphi(v)$ (7), які наведені в таблиці 1 та на рис. 3:

Таблиця 1

Значення залежності функції $\varphi(v)$ від безрозмірної швидкості v

v	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$k(v)$	1	0,995	0,981	0,958	0,928	0,894	0,857	0,819	0,781	0,743	0,707
$K(k)$	∞	3,7	3,04	2,67	2,43	2,26	2,13	2,035	1,96	1,9	1,85
$\varphi(v)$	0	0,234	0,379	0,488	0,575	0,643	0,698	0,743	0,780	0,809	0,834
v	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
$k(v)$	0,707	0,673	0,640	0,610	0,581	0,554	0,530	0,507	0,486	0,466	0,447
$K(k)$	1,85	1,82	1,78	1,76	1,74	1,72	1,70	1,69	1,68	1,67	1,66
$\varphi(v)$	0,834	0,855	0,870	0,888	0,901	0,911	0,918	0,927	0,934	0,940	0,945
v	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0
$k(v)$	0,447	0,430	0,414	0,399	0,385	0,371	0,359	0,347	0,336	0,326	0,316
$K(k)$	1,66	1,65	1,645	1,64	1,63	1,63	1,625	1,62	1,62	1,615	1,61
$\varphi(v)$	0,945	0,950	0,953	0,958	0,960	0,964	0,966	0,968	0,970	0,972	0,974

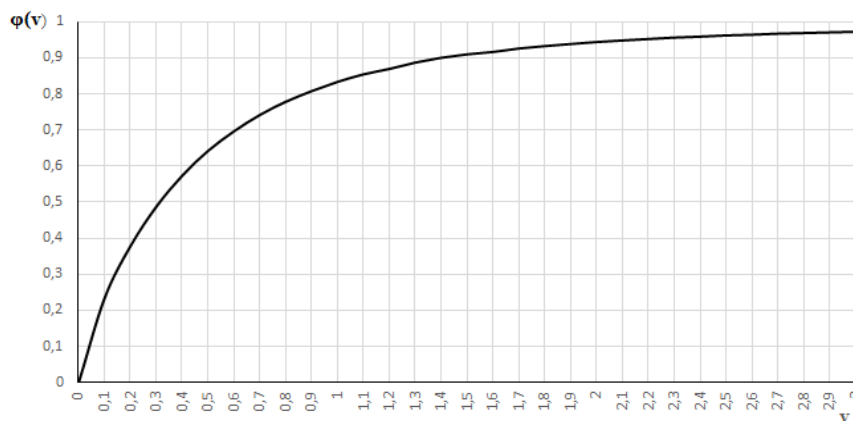
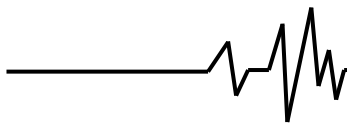


Рис. 3. Графік залежності функції $\varphi(v)$ від безрозмірної швидкості v



З виду рівняння (7) і таблиці 1 видно, що при $\gamma < 1$ в системі існує стаціонарний режим, оскільки при

$$\gamma = \frac{\tan \alpha}{\tan \varphi} > 1, \alpha > \varphi,$$

рух відбуватиметься при відсутності поперечних коливань і буде рівноприскореним, бо проекція сили тяжіння на вісь x буде більшою від сили тертя.

Стаціонарні значення середньої швидкості v знаходять з рівняння:

$$\frac{2v}{\pi} \cdot k(v) \cdot K(k) = \gamma \quad (8)$$

Задаючись значенням $\gamma = \varphi(\gamma)$ з таблиці 1 визначаємо значення безрозмірної середньої швидкості сипкого матеріалу при усталеному русі.

У таблиці 2 наведено значення безрозмірної середньої швидкості v руху сипкого матеріалу по поверхні жолоба, який здійснює поперечні коливання, від кута нахилу жолоба α до поверхні та коефіцієнта тертя f , а на рис 4. зображено поверхню відгуку

Таблиця 2

Значення залежності середньої швидкості руху сипкого матеріалу по поверхні жолоба, від кута нахилу жолоба α до поверхні та коефіцієнта тертя f

$f \backslash \alpha^\circ$	10	12	14	16	18
0,35	0,318	0,447	0,631	0,94	1,7
0,4	0,257	0,348	0,471	0,642	0,912
0,45	0,212	0,285	0,376	0,491	0,653
0,5	0,168	0,242	0,313	0,4	0,505

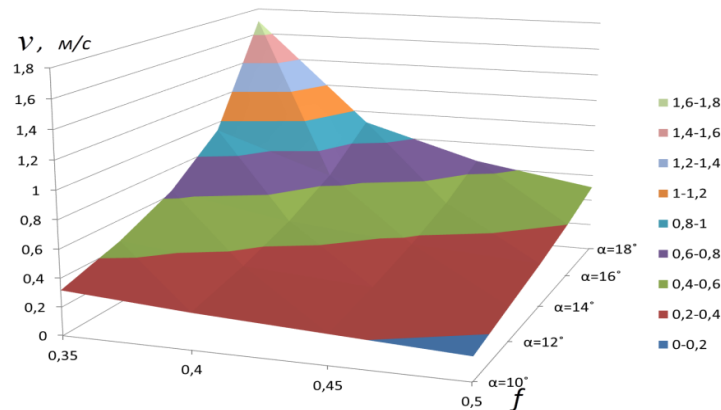


Рис. 4. Поверхня відгуку залежності середньої швидкості руху сипкого матеріалу по поверхні жолоба, який здійснює поперечні коливання, від кута нахилу жолоба α до поверхні та коефіцієнта тертя f

Розмірна середня швидкість U руху сипкого матеріалу по поверхні жолоба визначається з рівняння:

$$U = A\omega v. \quad (9)$$

У таблиці 3 наведені результати теоретичних та експериментальних досліджень

руху сипкого матеріалу по поверхні жолоба (матеріал – ячмінь, коефіцієнт тертя $f=0,5$ амплітуда коливань $A=0,001m$, частота коливань $\omega=140 c^{-1}$).

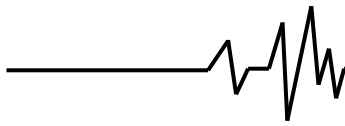
Таблиця 3

Результати теоретичних та експериментальних досліджень руху сипкого матеріалу по поверхні жолоба

α°	10	12	14	16
$U_T, m/s$	0,023	0,034	0,044	0,056
$U_E, m/s$	0,02	0,029	0,035	0,054
$\delta, \%$	15	17,2	12,8	7

Порівняльний аналіз теоретичних результатів підтвердив їх задовільне узгодження з експериментальними даними, на

відміну від [2], де середні значення швидкості руху окремої частинки значно відрізняються від експериментальних даних.



Висновки. В результаті проведених досліджень руху сипкого матеріалу в прямокутному жолобі, який здійснює поперечні коливання з високою інтенсивністю, отримано залежності середньої швидкості матеріалу від кута нахилу жолоба до горизонту, коефіцієнта тертя ковзання та параметрів коливань.

Ці залежності можна застосовувати в інженерних розрахунках руху потоків сипкого середовища при розв'язуванні конкретних практичних задач.

Список використаних джерел

1. Андронов В.В., Журавлев Ф.В. Сухоотрение в задачах механики. – М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», институт компьютерных исследований, 2010. – 184 с.
2. Заика П.М. Вибрационное перемещение твердых и сыпучих тел в сельскохозяйственных машинах: Практик. пособие. – Киев: изд-во УСХА, 1980. – 199 с.
3. Ольшанский В.П. Колебания сепарируемой зерновой смеси вследствие поперечных вибраций решета / В.П. Ольшанский, С.И. Кучеренко, С.В. Ольшанский, О.Н. Малец // Вісн. ХНТУСГ: Механізація с.-г. виробництва. – Х.: ХНТУСГ, 2011. — Вип. 107. – С. 153-161.
4. Тищенко Л.Н., Ольшанский В.П. Колебания неоднородного зернового потока на виброрешетах // Вібрації в техніці та технологіях. 2010. № 4(60). – С. 138-143.
5. Чубик Р.В. Идентификация критериев для стабилизации скорости горизонтального вибротранспортирования / Р.В. Чубик, Л.В. Ярошенко, О.М. Омелянов // Вібрації в техніці та технологіях. – 2012. – № 2(66). – С. 68-71.
6. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. М.: Наука, 1968. – 344 с.

Список джерел у транслітерації

1. Andronov, V.V., & Zhuravlev, F.V. (2010). *Sukhoie trenie v zadachakh mekhaniki [Dry friction in problems of mechanics]*. Moscow: NITs «Regulyarnaya i haoticheskaya dinamika» [in Russian].
2. Zaika, P.M. (1980). *Vibratsionnoe peremeshchenie tverdykh i sypuchikh tel v selskokhoziaystvennykh mashinakh [Vibration movement of solid and loose bodies in agricultural machines]*. Kyiv: izd-vo USKhA [in Ukrainian].
3. Olshanskiy, V.P., & Kucherenko, S.I., & Olshanskiy, S.V., & Malets, O.N. (2011). *Kolebaniya separiruemyy zernovoy smesi vsledstviye poperechnykh vibratsiy resheta [Fluctuations of the separated grain mixture due to transverse sieves vibrations]*. *Mekhanizatsiya*

silskogospodarckogo vyrobnytstva – Mechanization of agricultural production, 107, 153–161 [in Ukrainian].

4. Tishchenko, L.N., & Olshanskiy, V.P. (2010). *Kolebaniya neodnorodnogo zernovogo potoka na vibroreshetakh [Variations in the non-uniform grain flow on vibro-gratings]*. *Vibratsiyi v tekhnitsi ta tekhnologiyakh – Vibration in technology and technology*, 4(60), 138-143 [in Ukrainian].

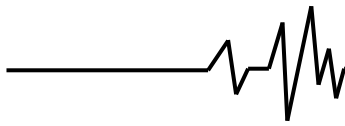
5. Chubyk, R.V., & Yaroshenko, L.V., & Omelianov, O.M. (2012). *Identyfikatsiya kryteriiv dlia stabilizatsii shvydkosti horyzontalnoho vibrotransportuvannya [Identification of criteria for stabilizing the speed of horizontal vibration transport]*. *Vibratsiyi v tekhnitsi ta tekhnologiyakh – Vibration in technology and technology*, 2(66), 68-71 [in Ukrainian].

6. Yanke, E., & Emde, F., & Liosh, F. (1968). *Spetsialnyye funktsii [Special functions]*. Moscow: Nauka [in Russian].

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ СКОРОСТИ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА В ЖЕЛОБЕ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ФОРМЫ, КОТОРЫЙ ОСУЩЕСТВЛЯЕТ ПОПЕРЕЧНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Для интенсификации различных технологических процессов широко используются высокочастотные колебания. Проведен анализ известных методов исследования движения сыпучего материала по наклонной поверхности, которая осуществляет продольные или поперечные колебания. Разработана математическая модель движения сыпучей среды в желобе прямоугольной формы, который осуществляет поперечные колебания высокой интенсивности в плоскости наибольшего наклона. Экспериментальным путем установлено, что при наличии таких колебаний материал сохраняет форму желоба и поэтому можно рассматривать его движение как движение твердого тела по наклонной поверхности. Методом усреднения получено приближенное решение уравнений этого движения, которое удовлетворительно согласуется с результатами экспериментальных исследований. Полученные зависимости средней скорости движения сыпучего материала по поверхности желоба от угла его наклона к горизонту и коэффициента трения скольжения материала по этой поверхности можно применять в инженерных расчетах при решении конкретных практических задач.

Ключевые слова: сыпучий материал, желоб, вибрация, метод усреднения, средняя скорость, амплитуда, частота колебаний.



DETERMINATION OF THE AVERAGE VELOCITY OF BULK MATERIAL IN A RECTANGULAR GUTTER PERFORMING LATERAL OSCILLATIONS

High-frequency oscillations are widely used to intensify various technological processes. An analysis of known methods was carried out to study the motion of bulk material on a sloping surface, which performs lineal or lateral oscillations. Thus, we prepared a mathematical model of bulk material motion in a rectangular gutter transmitting high-intensity fluctuations in plane surface with largest inclination. By experiment we found out that such under such

oscillations the material saves the gutter shape and therefore its movement can be considered as the motion of a solid body on a sloping surface. With the averaging-out method we obtained an approximate equation solution of this motion, which moderately corresponds to the results of experimental studies. Received relations of the average velocity of bulk material on gutter surface from the its inclination angle to the horizon and the material slip friction coefficient on this surface can be used in engineering calculations to solve specific practical problems.

Keywords: bulk material, gutter, vibration, averaging-out method, average velocity, amplitude, frequency of oscillations.

Відомості про авторів

Серілко Леонід Степанович – кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства Національного університету водного господарства та природокористування (вул. Соборна, 11, м. Рівне, Україна, 33028, e-mail: l.s.serilko@nuwm.edu.ua).

Сасюк Зоя Костянтинівна – кандидат сільськогосподарських наук, доцент кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства Національного університету водного господарства та природокористування (вул. Соборна, 11, м. Рівне, Україна, 33028, e-mail: z.k.sasiuk@nuwm.edu.ua).

Щурик Володимир Олександрович – кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства Національного університету водного господарства та природокористування (вул. Соборна, 11, м. Рівне, Україна, 33028, e-mail: v.o.shchuryk@nuwm.edu.ua).

Серілко Дмитро Леонідович – кандидат технічних наук, старший викладач кафедри будівельних, дорожніх, меліоративних, сільськогосподарських машин і обладнання Національного університету водного господарства та природокористування (вул. Соборна, 11, м. Рівне, Україна, 33028, e-mail: d.l.serilko@nuwm.edu.ua).

Серилко Леонид Степанович – кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической механики, инженерной графики и машиноведения Национального университета водного хозяйства и природопользования (ул. Соборная, 11, г. Ровно, Украина, 33028, e-mail: l.s.serilko@nuwm.edu.ua).

Сасюк Зоя Константиновна – кандидат сельскохозяйственных наук, доцент кафедры теоретической механики, инженерной графики и машиноведения Национального университета водного хозяйства и природопользования (ул. Соборная, 11, г. Ровно, Украина, 33028, e-mail: z.k.sasiuk@nuwm.edu.ua).

Щурык Владимир Александрович – кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической механики, инженерной графики и машиноведения Национального университета водного хозяйства и природопользования (ул. Соборная, 11, г. Ровно, Украина, 33028, e-mail: v.o.shchuryk@nuwm.edu.ua).

Серилко Дмитрий Леонидович – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры строительных, дорожных, мелиоративных, сельскохозяйственных машин и оборудования Национального университета водного хозяйства и природопользования (ул. Соборная, 11, г. Ровно, Украина, 33028, e-mail: d.l.serilko@nuwm.edu.ua).

Serilko Leonid – Ph.D., Associate Professor of the Department of Theoretical Mechanics, Engineering Graphics and Machine Science of the National University of Water and Environmental Engineering (Soborna St., 11, Rivne, Ukraine, 33028, e-mail: lsserilko@nuwm.edu.ua).

Sasiuk Zoia – Ph.D., Associate Professor of the Department of Theoretical Mechanics, Engineering Graphics and Machine Science of the National University of Water and Environmental Engineering (Soborna St., 11, Rivne, Ukraine, 33028, e-mail: z.k.sasiuk@nuwm.edu.ua).

Shchuryk Volodymyr – Ph.D., Associate Professor of the Department of Theoretical Mechanics, Engineering Graphics and Machine Science of the National University of Water and Environmental Engineering (Soborna St., 11, Rivne, Ukraine, 33028, e-mail: v.o.shchuryk@nuwm.edu.ua).

Serilko Dmitry – Ph.D., Senior Lecturer of the Department of Construction, Road, Reclamation, Agricultural Machinery and Equipment of the National University of Water and Environmental Engineering (Soborna St., 11, Rivne, Ukraine, 33028, e-mail: dl_serilko@nuwm.edu.ua).