

**I. ТЕОРІЯ ПРОЦЕСІВ ТА МАШИН****Алієв Е.Б.**

к.т.н., завідувач відділу техніко-технологічного забезпечення насінництва

*Інститут олійних культур
Національної академії
аграрних наук України***Яропуд В.М.**

к.т.н., доцент

*Вінницький національний
аграрний університет***Гаврильченко О.С.**

к.т.н., доцент

Кунда В.Г.

інженер

*Дніпропетровський
державний аграрно-
економічний університет***Aliyev Ye.***Institute of oilseeds of Ukraine***Yaropud V.***Vinnitsia National
Agrarian
University***Gavrilchenko O.****Kunda V.***Dnipropetrovsk State Agrarian
and Economic University***УДК631.362****ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИЙ
АПАРАТ ВЗАЄМОДІЇ
СИПКОГО МАТЕРІАЛУ ІЗ
ВІБРУЮЧИМ РЕШЕТОМ**

У зв'язку з тим, що технологічний процес сепарації сипкого (або гранульованого) матеріалу за допомогою вібруючих решіт застосовується в різноманітних областях сільськогосподарського виробництва, то з'являється необхідність в його математичному описі. Явища контактної взаємодії є одними з найбільш цікавих проблем досліджень молекулярної динаміки гранульованого газу. Мета досліджень полягає у проведенні фізико-математичного аналізу контактної взаємодії вібруючого решета з частинками сипкого матеріалу. У результаті досліджень встановлено рівняння загальної контактної сили між частинкою та решетою при різному її положенні відносно отвору решета. Розроблено модель для визначення приведенного отвору решета.

Ключові слова: фізико-математичний апарат, сипкий матеріал, частинки, вібруюче решето, сепарація, контактна сила.

Постановка проблеми. У зв'язку з тим, що технологічний процес сепарації сипкого (або гранульованого) матеріалу за допомогою вібруючих решіт застосовується у різноманітних областях сільськогосподарського виробництва, то з'являється необхідність в його математичному описі. Останні десятиліття стали свідченням величезного розвитку досліджень сипкого матеріалу та симуляції часток [1]. Однак сипкі матеріали становлять предмет величезної кількості досліджень як у фізиці, так і в інженерних напрямках. Поліпшення ефективності таких досліджень дає розуміння поведінки руху частинок сипкого матеріалу під дією різноманітних сил, які виникають у певних умовах [2].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Згідно досліджень Бандури В.М. [3]

і Цуркана О.В. [4] явища контактної взаємодії є однією з найбільш цікавих проблем досліджень молекулярної динаміки гранульованого газу. Як зазначає Ргодес М. [1], П. де Геннес П. [2] і Солоня О.В. [5] складність проблеми з контактами обумовлена принаймні трьома аспектами. Перший аспект полягає у нелінійному граничному стані в області контакту, обумовленого обмеженням проникності. Параметри області контакту, що включають режим ковзання, розподіл напруги, форму і розмір області та інші невідомі до аналізу. Другий аспект – це опис фрикційних явищ, які звичайно не мають простих рішень. Як було встановлено третім аспектом є матеріальна та геометрична нелінійність [6]. Г. Геррман і М. Мюллер [7] визнають, що зазначені аспекти створюють потребу у



визначенні фізико-математичного апарату взаємодії в рамках переміщення частинок сипкого матеріалу по віброуючому решето. Дослідженню пружно-демпферної взаємодії частинок сипкого матеріалу присвячено роботи В. Шчихлен, П. Ебергард [8] і А. Шабана [9], в яких розглядаються взаємодії лише із суцільною віброуючою поверхнею. У зв'язку з цим виникає необхідність у доповненні моделі пружно-демпферної взаємодії поправками, які характеризують решето.

Формулювання мети досліджень.

Провести фізико-математичний аналіз контактної взаємодії віброуючого решета з частинками сипкого матеріалу.

Методи досліджень. Перехід частинок сипкого матеріалу через решето безпосередньо залежить від положення зазначеної частинки по відношенню до кордонів отворів [10]. Насправді, решето побудовано з комбінації пересічних стін, з якими частинки сипкого матеріалу матимуть контакт. Буває, що контакти частинок сипкого матеріалу з решето знаходять своє відображення у різних напрямках навколо отвору. Це буде залежати від точної точки на решеті, куди потрапляє частинка. Беручи до уваги всі ці точні контакти із сіткою решета, з'являється багато розрахунків і неприпустимих обчислювальних зусиль. Для того щоб зменшити ці обчислення, одночасно досягаючи фізичних результатів, ще менше обчислювальних витрат, пропонується наступний підхід. Цей підхід залежить від визначення приведенного отвору решета, яке використовується тільки при моделюванні, а розгляд всіх можливих контактів і регулювання кількості пройдених та відбитих частинок визначається евристичним способом. Цей метод передбачає, що невеликі частинки (розмір яких менше розміру отвору) проходить через решето, якщо воно досить мале, і його центр знаходяться в приведенному отворі, в іншому випадку вони відбиваються. Товщина решета приймається рівною нулю.

Виклад основного матеріалу дослідження. Існує дві різні моделі для визначення приведенного отвору решета [11-12]:

Модель 1. У цій моделі беруться до уваги радіуси невеликих частинок r . Невеликі частинки не будуть проходити крізь решето, якщо їх центри розміщені по периметру приведенного отвору $ghij$ (рисунк 1, а). У випадку, коли частинки відстають від периметру приведенного отвору принаймні на відстань r всередині периферії, тобто центри частинок повинні перебувати всередині квадратної області $klmn$, вони будуть проходити крізь решето (рисунк 1, а). Регульований параметр отвору b є параметром, визначеним для використання в якості параметра моделювання, щоб відрегулювати розмір отворів решета і може бути записаний у вигляді:

$$b = \zeta(w - r), \quad 0 \leq \zeta \leq 1. \quad (1)$$

де ζ – являє собою фактор безрозмірного масштабування, який зберігає значення параметра b в певних межах, тобто $0 \leq b \leq (w - r)$.

Модель 2. Ця модель являє собою окремий випадок попередньої моделі, де $r = 0$. Вона бере до уваги положення невеликих частинок по відношенню до кордонів приведенного отвору (рисунк 1, б). Невелика частинка сипкого матеріалу буде проходити тільки якщо її центр знаходиться на або всередині периметра приведенного квадратного отвору $ghij$, в іншому випадку – вона відбивається. Значення b можна записати у вигляді:

$$b = \zeta w, \quad 0 \leq \zeta \leq 1. \quad (2)$$

Значення b знаходиться в межах $0 \leq b \leq w$. Для $\zeta = 0$ отвір максимально відкритий, як в отвір $cdef$ і, отже, всі частинки над ним будуть проходити. У випадку $\zeta = 1$ отвір буде повністю закритий, і, отже, не буде відбуватися просіювання.

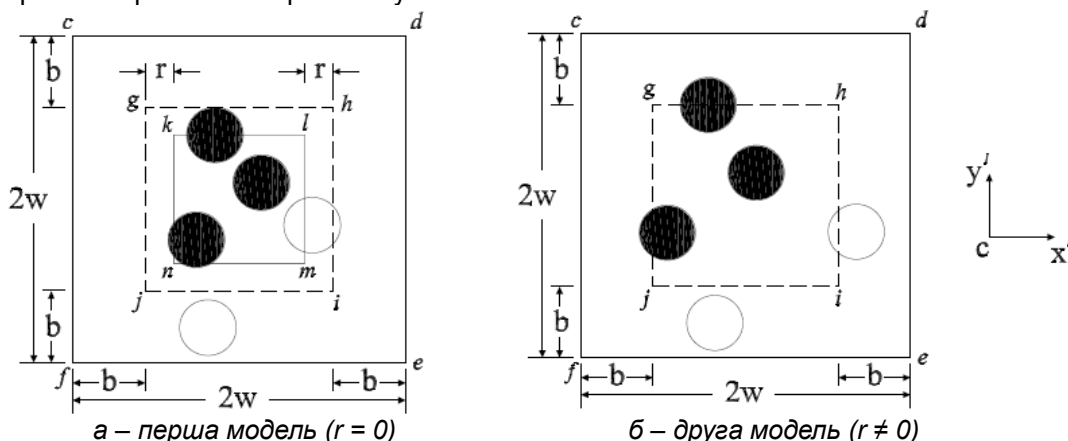


Рис.1. Різні моделі конструкції приведенного отвору: чорні частинки проходять, а білі відбиваються від сітчастої поверхні



Незважаючи на те, що використання першої моделі більш точне, ніж другої, не можна вважати, що друга модель буде далеко від правильності. Було встановлено, що величина $b = 0,6w$, наприклад, у другій моделі може бути в основному еквівалентна або майже близькою до значення $b = 0,8(w - r)$ в першій моделі. Тому деякі результати базуються на першій моделі, тоді як інші розглядають другу модель для імітації операції скринінгу.

Напрямок вектора швидкості частинки сипкого матеріалу безсумнівно має великий вплив на відбиті частинки, а потім – на кількість частинок, які пройдуть через решітні отвори. Напрямок вектора швидкості визначатиме точну точку, де частинка торкнеться площини решета.

Для практичних цілей решета можуть бути спроектовані у багатьох формах відповідно до бажаних отворів, наприклад, кругові, квадратні або багатокутні форми. Розглянемо решета із квадратними візерунками. Кількість отворів решета k у квадратній сітці залежить безпосередньо від розмірів сітки R_k , ширини отворів $2w$ та відстані між ними g (рисунок 2):

$$m_k = \frac{R_k}{2w_k + g_k} + 1. \quad (3)$$

де m_k – кількість отворів по ширині решета.

Оскільки число отворів завжди ціле, m_k слід округлити до найближчого цілого n_k .

$$x'_a = w + j(2w + g), \quad x'_b = x'_a + g, \quad j = -(n_k - 1), \dots, j = (n_k - 2), \dots, \quad (4)$$

де j – ціле число лічильників над номером проміжку, що проходить по решету вздовж напрямку x' .

Щоб перевірити положення частинки по відношенню до решета у напрямку x' , коефіцієнт c_x визначається як:

$$c_x = \begin{cases} 0, & (x'_a - b) \leq r'_x \leq (x'_b + b), \\ 1, & \forall \text{ } \delta \text{ } \end{cases} \quad (5)$$

де r'_x – x -координата положення частинки в напрямку x' .

Приведені отвори з регульованим зазором b допоможуть контролювати частинки, що проходять через решето під час процесу моделювання. Параметр b , що регулюється, вибирається для коригування результатів моделювання для більш точного узгодженості з експериментальними спостереженнями, які дозволяють прогнозувати подальші обчислення.

Аналогічним чином досліджується y' -напрямок, що дає c_y . Для того, щоб визначити контактні сили з поверхнею решета, перевіряється, чи частика знаходиться в безпосередньому контакті зі стінкою решета

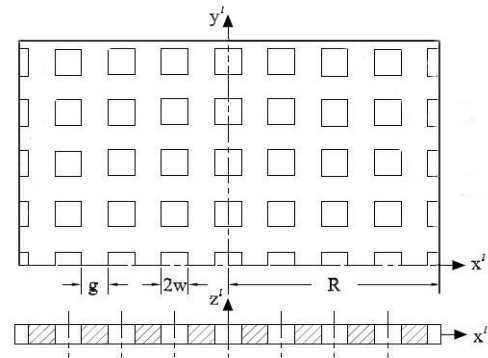


Рис. 2. Геометричний опис квадратної сітки

Решето складається з $(2n_k - 1)$ проходів квадратних отворів у напрямку x і такої ж кількості прохідних отворів в напрямку y . Воно також складається з $(2n_k - 2)$ зазорів і однакової кількості проходів в обох напрямках x' та y' , відповідно.

Зв'язок частинка-решето необхідно виявити в обох напрямках x' та y' . Частинка буде вважатись відбитою, якщо вона знаходиться в контакті з решетом, а її центр знаходиться поза межами приведенного отвору, інакше вона пройде через решето, якщо вона буде досить мала. На будь-якому рівні k розглянемо точки a та b на кордонах двох послідовних отворів на поверхні решета (рисунок 3).

або вона знаходиться над отвором.

$$c_x c_y = \begin{cases} 0, & \text{if } \text{center is outside the hole}, \\ 1, & \text{if } \text{center is inside the hole}. \end{cases} \quad (6)$$

Всі великі частинки, безсумнівно, відбиваються від сітчастої поверхні. Деякі з невеликих частинок також будуть відбиватися, коли вони потраплять в стінку решета, а не в отвір, інакше вони проходять крізь нього.

Сила тертя впливає на частинку і намагається зменшити їх швидкість. Тут сила тертя між частинкою та поверхнею решета звичайно направлена в напрямку їх відносної швидкості. Тангенціальний компонент відносної швидкості частинки j у площині решета можна записати як:

$$v_{t_j} = \sqrt{v_{x_j}^2 + v_{y_j}^2}. \quad (7)$$

Одиниця вектора тангенціальної швидкості може бути виражена для $v_{t_j} \neq 0$ як:

$$\bar{t}_j = \begin{bmatrix} t_{x_j} \\ t_{y_j} \\ 0 \end{bmatrix}_j = \frac{1}{v_{t_j}} \begin{bmatrix} v_{x_j} \\ v_{y_j} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

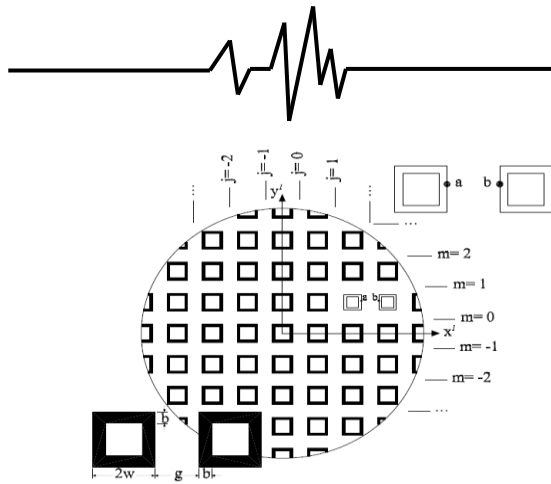


Рис. 3. Виявлення контакту з решетом

Сила між частинкою j та поверхнею решета в нормальному напрямку до сітчастої площини може бути записана як

$$\bar{N}_j^l = N_j \bar{n}_j = \left| f_{z_j}^l \right| \bar{n}_j, \quad (9)$$

де \bar{N}_j^l та \bar{n}_j – нормальна контактна сила та нормальний одиничний вектор до площини решета в системі координат K_1 , відповідно.

Використовуючи закон Кулона, тангенціальна сила тертя \bar{T}_j^l є:

$$\bar{T}_j^l = -\mu_d N_j \bar{t}_j = -\frac{\mu_d \left| f_{z_j}^l \right|}{v_{t_j}^l} \begin{bmatrix} v_{x_i}^l \\ v_y^l \\ 0 \end{bmatrix}_j = -\frac{\mu_d}{v_{t_j}^l} \left| k_w \delta_{m_j} - c_w v_{z_j}^l \right| \begin{bmatrix} v_{x_i}^l \\ v_y^l \\ 0 \end{bmatrix}_j, \quad (10)$$

де μ_d – динамічний коефіцієнт тертя між частинкою та поверхнею решета;

δ_m – перекриття частинка-решето, м.

Використовуючи рівняння (9) та (10), загальна

контактна сила \bar{F}_j^l між частинкою j та решетом, виміряна в системі координат K_1 , є:

$$\bar{F}_j^l = \bar{N}_j^l + \bar{T}_j^l = \left| k_w \delta_{m_j} - c_w v_{z_j}^l \right| \begin{bmatrix} -\frac{\mu_d}{v_{t_j}^l} v_{x_i}^l \\ -\frac{\mu_d}{v_{t_j}^l} v_y^l \\ \text{SIGN} \left(k_w \delta_{m_j} - c_w v_{z_j}^l \right) \end{bmatrix}_j, \quad (11)$$

де функція $\text{SIGN}(q)$ дорівнює 1 при $q > 0$, а в іншому випадку дорівнює -1 .

Ця сила також може бути виражена в глобальній системі координат K_g як:

$$\bar{F}_j^g = A_{gl} \bar{F}_j^l = A_{lg}^T \bar{F}_j^l, \quad (12)$$

де $A_{gl} = A_{lg}^{-1} = A_{lg}^T$ відбувається за рахунок ортогональності матриці.

Висновки. У результаті фізико-математичного аналізу контактної взаємодії віброуючого решета з частинками сипкого матеріалу встановлено рівняння загальної контактної сили \bar{F}_j^l між частинкою та решетом при різному її положенні відносно отвору решета. Розроблено модель для визначення приведенного отвору решета.

Список використаних джерел

1. Rhodes M. Introduction to Particle Technology / M. Rhodes – Chichester: Wiley-Interscience, – 2005. – 441 p.
2. P.G. de Gennes. Granular Matter / P.G. de Gennes – A Tentative View, Reviews of Modern Physics, – Vol. 71, – 1999, – P. 374-382.

3. Бандура В.М. Моделювання процесу вібраційного сушіння соняшнику при використанні теорії подібності / В.М. Бандура, І.А. Зозуляк, О.В. Зозуляк // Наукові праці ОНАХТ. – 2015. – Том 1 (47). – С.94-99.

4. Цуркан О.В. Застосування вібраційного обладнання в процесі сушіння насіння гарбуза / О. Цуркан, О. Герасимов // Техніка АПК. – 2008. – №3-4. – С. 21-22.

5. Солоня О.В. Вібраційні млини з просторово-циркуляційним рухом завантаження для тонкого помолу сипучих матеріалів. Монографія. – Вінниця: РВВВДАУ, 2008 – 133 с.

6. Алієв Е.Б. Фізико-математичний апарат пружно-демпферної взаємодії насінин під дією віброуючого решета / Е.Б. Алієв // Загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний збірник. Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин, вип. 47, ч. I. – Кропивницький: ЦНТУ, 2017. – С. 31-39.

7. Herrmann H. Simulations of granular media / H. Herrmann, M. Muller – Conference Proceedings from the Workshop 'Molecular Dynamics on Parallel Computers', World Scientific, – 1999, – P. 1-10.



8. Schiehlen W. Technische Dynamik / W. Schiehlen, P. Eberhard – Stuttgart: Teubner, – 2004.

9. Shabana A. Dynamics of Multibody Systems / A. Shabana – New York: Wiley-Interscience, – 1989.

10. Alkhalidi H. Particle screening phenomena in an oblique multi-level tumbling reservoir: a numerical study using discrete element simulation / H. Alkhalidi, P. Eberhard – Granular Matter. – 2007.

11. Wilkinson D.R. Spontaneous interparticle percolation / D.R. Wilkinson, S.F. Edwards – Proc. R. Soc. Lond. A. – 1982. – Vol. 381. – P. 33-51.

12. Aliev E.B. Modeling of mechanical and technological processes of the agricultural industry / E.B. Aliev, V.M. Bandura, V.M. Pryshliak, V.M. Yaropud, O.O. Trukhanska // INMATEH – CUPRINS – Vol. 54, Nr. 1 – 2018. – P. 95-104 – ISSN 2068 – 4215.

Список джерел у транслітерації

1. Rhodes M. (2005). *Introduction to Particle Technology [Introduction to Particle Technology]*. Chichester: Wiley-Interscience [in English].

2. P.G. de Gennes (1999). Granular Matter [Granular Matter]. *A Tentative View, Reviews of Modern Physics*, Vol. 71, P. 374-382 [in English].

3. Bandura V.M., Zozulyak I.A. & Zozulyak O.V. (2015). *Modelyuvannya protsesu vibratsiynoho sushynnya sonyashnyku pry vykorystanni teoriiy podibnosti [Modeling of the process of vibration drying of sunflower using the similarity theory]*. Scientific works ONAFT [in Ukrainian].

4. Tsurkan O.V. (2008). *Zastosuvannya vibratsiynoho obladnannya v protsesi sushynnya nasynnya harbuza [Application of vibration equipment during drying of pumpkin seeds]*. TekhnikaAPK. [in Ukrainian].

5. Solona O.V. (2008). *Vibratsiyni mlyny z prostoro-vo-tsyrukulyatsiynym rukhom zavantazhennya dlya tonkoho pomolu sypuchykh materialiv [Vibrating mills with spatial circulation for fine grinding of loose materials]*. Vinnytsia: RVBVDU. [in Ukrainian].

6. Aliyev E.B. (2017). *Fizyko-matematychnyy aparat pruzhno-dempfernoyi vzayemodiyi nasynyn pid diyeyu vibruyuchoho resheta [Physics and mathematical device of elastic-damping interaction of seeds under the influence of a vibrating sieve]*. *Zahalnodержавnyy mizhvidomchy nauko-vo-tekhnichnyy zbirnyk. Konstruyuvannya, vyrobnytstvo ta ekspluatatsiya silskohospodarskykh mashyn - National interdepartmental scientific and technical collection. Design, manufacture and operation of agricultural machines*. Kropivnitsky: CUNTU [in Ukrainian].

7. Herrmann H. & Muller M. (1999). Simulations of granular media [Simulations of granular media]. *Conference Proceedings from the Workshop 'Molecular Dynamics on Parallel Computers', World Scientific* [in English].

8. Schiehlen W. & Eberhard P. (2004). *Technische Dynamik [Technische Dynamik]*. Stuttgart: Teubner [in German].

9. Shabana A. (1989). *Dynamics of Multibody Systems [Dynamics of Multibody Systems]*. New York: Wiley-Interscience [in English].

10. Alkhalidi H. & Eberhard P. (2007). *Particle screening phenomena in an oblique multi-level tumbling reservoir: a numerical study using discrete element simulation [Particle screening phenomena in an oblique multi-level tumbling reservoir: a numerical study using discrete element simulation]*. Granular Matter [in English].

11. Wilkinson D.R. & Edwards S.F. (1982). Spontaneous interparticle percolation [Spontaneous interparticle percolation]. *Proc. R. Soc. Lond. A*. [in English].

12. Aliev E.B., Bandura V.M., Pryshliak V.M., Yaropud V.M. & Trukhanska O.O. (2018). Modeling of mechanical and technological processes of the agricultural industry [Modeling of mechanical and technological processes of the agricultural industry]. *INMATEH – CUPRINS* [in English].

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ С ВИБРИРУЮЩИМ РЕШЕТОМ

В связи с тем, что технологический процесс сепарации сыпучего (или гранулированного) материала с помощью вибрирующих решет применяется в различных областях сельскохозяйственного производства, появляется необходимость в его математическом описании. Явления контактного взаимодействия являются одними из наиболее интересных проблем исследований молекулярной динамики гранулированного газа. Цель исследований заключается в проведении физико-математического анализа контактного взаимодействия вибрирующего решета с частицами сыпучего материала. В результате исследований установлены уравнения общей контактной силы между частицей и решето при различном ее положении относительно отверстия решета. Разработана модель для определения приведенного отверстия решета.

Ключевые слова: физико-математический аппарат, сыпучий материал, частицы, вибрирующее решето, сепарация, контактная сила.

**PHYSICO-MATHEMATICAL APPARATUS FOR INTERACTION OF LOOSE MATERIALS WITH A VIBRATION SOLUTION**

Due to the fact that the technological process of separation of loose (or granular) material with the help of vibrating sieves is used in various fields of agricultural production, there is a need for its mathematical description. The phenomena of contact interaction are one of the most interesting problems of molecular dynamics studies of granular gas. The aim of the research is

to conduct a physical and mathematical analysis of the contact interaction of the vibrating sieve with particles of bulk material. As a result of the studies, equations of the total contact force between the particle and the sieve are established at different positions relative to the sieve opening. A model is developed for determining the reduced sieve opening.

Keywords: *physical and mathematical apparatus, bulk material, particles, vibrating sieve, separation, contact force.*

Відомості про авторів

Алієв Ельчин Бахтияр огли – кандидат технічних наук, завідувач відділу техніко-технологічного забезпечення насінництва Інституту олійних культур НААН України (вул. Інститутська 1, с. Сонячне, Запорізький р-н, Запорізька обл., Україна, 70417, e-mail: aliev@meta.ua).

Яропуд Віталій Миколайович – кандидат технічних наук, доцент кафедри сільськогосподарських машин Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, Україна, 21008, e-mail: yaropud77@gmail.com).

Гаврильченко Олександр Степанович – кандидат технічних наук, доцент кафедри механізації виробничих процесів у тваринництві Дніпропетровського державного аграрно-економічного університету (вул. Сергія Єфремова, 25, м. Дніпро, Україна, 49000).

Кунда Віктор Геннадійович – інженер кафедри механізації виробничих процесів у тваринництві Дніпропетровського державного аграрно-економічного університету (вул. Сергія Єфремова, 25, м. Дніпро, Україна, 49000).

Алиев Эльчин Бахтияр оглы – кандидат технических наук, заведующий отделом технико-технологического обеспечения семеноводства Института масличных культур НААН Украины (ул. Институтская 1, с. Солнечное, Запорожский р-н, Запорожская обл., Украина, 70417, e-mail: aliev@meta.ua).

Яропуд Виталий Николаевич – кандидат технических наук, доцент кафедры сельскохозяйственных машин Винницкого национального аграрного университета (ул. Солнечная, 3, г. Винница, Украина, 21008, e-mail: yaropud77@gmail.com).

Гаврильченко Александр Степанович - кандидат технических наук, доцент кафедры механизации производственных процессов в животноводстве Днепропетровского государственного аграрно-экономического университета (ул. Сергея Ефремова, 25, г. Днепр, Украина, 49000).

Кунда Виктор Геннадьевич - инженер кафедры механизации производственных процессов в животноводстве Днепропетровского государственного аграрно-экономического университета (ул. Сергея Ефремова, 25, г. Днепр, Украина, 49000).

Aliyev Yelchin Bakhtiyar Ogly – Ph.D., head of the department of technological and technological support of seedling of the Institute of oilseeds of Ukraine, (Institutskaya St. 1, Sonyachne village, Zaporozhye district, Zaporozhye region, Ukraine, 70417, e-mail: aliev@meta.ua).

Yaropud Vitaliy – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Agricultural Machines of Vinnytsia National Agrarian University (St. Soniachna, 3, Vinnytsia, Ukraine, 21008, e-mail: yaropud77@gmail.com).

Gavrilchenko Oleksandr Stepanovich – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Mechanization of Production Processes in Animal Husbandry of Dnipropetrovsk State Agrarian and Economic University (St. S.Efremova, 25, Dnipro, Ukraine, 49000).

Kunda Viktor Gennadievich – engineer of the Department of Mechanization of Production Processes in Animal Husbandry Dnipropetrovsk State Agrarian and Economic University (St. S.Efremova, 25, Dnipro, Ukraine, 49000).