**Степаненко С. П.**

Д.Т.Н., С.Н.С.

**Волик Д. А.**

М.Н.С., аспірант

*Інститут механіки та  
автоматики  
агропромислового  
виробництва  
Національної академії  
аграрних наук України*

**Котов Б. І.**

Д.Т.Н., професор

*Подільський державний  
аграрно-технічний  
університет*

**Замрій М.А.**

аспірант

*Вінницький національний  
аграрний університет*

**Stepanenko S.**

Dr.Tech. Sc.

**Volyk D.**

junior researcher, graduate student

*Institute of Mechanics and  
Automation of  
Agricultural Production.  
National Academy of  
Agrarian Sciences of  
Ukraine*

**Kotov B.**Doctor of Technical Sciences,  
Professor

*Podolsk State Agrarian  
Technical University*

**Zamrrii M.**

graduate student

*Vinnitsia National Agrarian  
University*

**УДК 631.362.3****DOI: 10.37128/2306-8744-2023-3-3**

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПЕРЕМІЩЕННЯ ЗЕРНОВОГО МАТЕРІАЛУ НА ПОВЕРХНІ БЕЗПРОВАЛЬНОГО РЕШЕТА ВІБРОПНЕВМОІМПУЛЬСНОГО СЕПАРАТОРА**

Наведено результати теоретичного дослідження руху зернового матеріалу на поверхні безпровального решета вібропневмоімпульсного сепаратора. Представлені силова та кінематична модель, геометричні характеристики поверхні безпровального решета вібропневмоімпульсного сепаратора в статичній, кінематичній показники обробки. Розрахунки за запропонованою моделлю дозволяють визначати сили переміщення, швидкості та прискорення насінин зернового середовища при сукупній дії на них вібрацій та пневмоімпульсного потоку.

В результаті проведених досліджень та аналізу створених сил за розробленою математичною моделлю зроблено такі висновки: найбільший вплив на процес переміщення зернового матеріалу, як в горизонтальному так і у вертикальному напрямку надає сила імпульсу (пульсацій) повітряного потоку, сила тиску вище лежачих шарів зернового матеріалу (для насінин у середній частині та на поверхні безпровального решета), сили тертя, ваги насінини та архімедова сила; з метою інтенсифікації процесу фракціонування зернового середовища, збільшення продуктивності вібропневмоімпульсного сепаратора необхідно підвищити силу пульсуючого повітряного потоку, сили інерції коливального руху, тертя та бічний тиск на насінини в зерновому середовищі.

Для вирішення поставленого завдання необхідно оптимізувати амплітуди та частоти коливань безпровального решета вібропневмоімпульсного сепаратора. Аналіз математичної моделі показав, доцільність використання віброуючої безпровальної поверхні решета з одночасною взаємодією нагнітаючого пульсуючого потоку повітря під решето для поділу зернового матеріалу за густиною насінин. Встановлено, що з метою інтенсифікації поділу зернового матеріалу на фракції, з одночасним збільшення продуктивності технічного засобу необхідно підвищити силу пульсуючого повітряного потоку, сили тертя та бічний тиск.

Науково обґрунтовано динамічну модель руху переміщення і рекомбінації зернового матеріалу та розроблено технологічні рекомендації щодо поділу зернового матеріалу на фракції за густиною насінин на запропонованому технічному засобі вібропневмоімпульсного сепаратора з використанням запатентованого способу його поділу.

**Ключові слова:** вібрація; сепаратор; фракціонування; імпульсний потік повітря; модель переміщення; насінина.



**Постановка проблеми.** Рух зернового середовища на опорних провальних та безпровальних поверхнях (живильники, лопаті в барабанах і змішувачів, віброрешета, оберткові розкидачі) має місце майже в усіх технічних засобах в галузі післязбиральної обробки зерна [1-3].

В основі теорії руху частинки по шорстких поверхнях лежать диференціальні рівняння переміщення частинок під дією сил тяжіння, сухого тертя та опору повітряного середовища [3-5]. Тому під час проектування нових конструкцій машин та обладнання для поліпшення показників їх призначення потрібно мати математичні моделі (залежності), які адекватно описують процес переміщення зерна з урахуванням кількісних характеристик усіх активних сил [6].

Якись технологічних процесів, що реалізуються з використанням опорних поверхонь, транспортуючих зерно, залежить від конструкційних параметрів і режимів функціонування робочих органів, які визначаються швидкістю переміщення матеріалу, часом перебування його на поверхнях, швидкістю сходження та іншими показниками.

Невизначеність із вибором формули, яка враховує сукупність зовнішніх та внутрішньощарових сил та визначає коефіцієнт опору не дає можливості використовувати наявні математичні залежності для розрахунку швидкості та шляху переміщення насінини [7]. Використання в якості коефіцієнта опору коефіцієнта вітрильності ніяк неаргументовано. Тому для кожної математичної моделі руху частинки по поверхні коефіцієнти в диференціальних рівняннях треба визначати за даними експерименту й оцінювати адекватність моделі реальному процесу.

**Аналіз останніх досліджень.** Однією із широко застосовуваних машин для попередньої очистки є решітно-повітряні сепаратори, які призначені для очищення зерна основної культури від домішок, основою їх використання є відмінність за фізико-механічними властивостями зерна, розмірами та аеродинамічними властивостями. Очищення зерна і насіння на таких машинах зв'язана із значним потраплянням зерна у відходи, його травмування. Машини відрізняються складністю, високою матеріало- та енергоємністю. Треба зазначити, що такі машини функціонують набагато ефективніше після попереднього очищення зернового матеріалу, які виготовлені на базі використання математичних залежностей без врахування опору середовища [8].

Використання повітряних потоків для очищення зерна базується на різниці

аеродинамічних властивостей матеріалу основної культури і домішок, даний принцип розділення зернового матеріалу використано в комбінованих сепараторах, які більш прості, як за конструкцією так і за експлуатацією [9-11].

Існуючі конструкції зерносепаруючих машин (установок) з пневмосистемами, які використовують горизонтальні, вертикальні та похилі сепараційні канали [12-13] мають низьку продуктивність, як самостійні пневмосепаратори так і в складі комбінованих зерносепараторів.

Недоліками існуючих конструкцій, які суттєво ускладнюють функціонування сепараторів [14-15] є: нерівномірне поле швидкостей у поперечному перетині каналу, введення (подачі) зерна – густим (щільним) потоком в канали, схожість аеродинамічних характеристик (близька швидкість витання) зернівок основної культури та домішок [16].

Існуючі способи підвищення ефективності функціонування сепараторів [17-18] спрямовані на конструкційне удосконалення повітряно-розділяючих систем, шляхом застосування багатоструменевого, багаторівневого введення матеріалу, попереднього (перед введенням) розшарування матеріалу повітрям або вібраціями, застосуванням електричного поля, використання багатоканального пристрою [19]. Однак, такі прийоми, значно ускладнюють конструкції машин для сепарування зернових матеріалів та не вирішують проблеми суттєвого збільшення продуктивності зерносепаруючого обладнання, а тільки збільшують енергетичні затрати [20]. Розпушування зернового матеріалу в псевдозрідженому шарі [21] використовується для поліпшення введення зернового матеріалу на віброрешето діючих установок але самостійне його використання, як пневмосепаруючої установки обмежено шириною вертикального каналу [22].

Перспективним способом підвищення продуктивності і якості процесу очищення зернового матеріалу в сепараторах є введення матеріалу тонким шаром шляхом застосування відцентрового формування колового шару зерна при введенні його в кільцевий повітряний канал, тобто відцентрово-пневматичне сепарування [23]. Технологія цього процесу реалізується наступним перебігом операцій: подача зерна струменем на дисковий або тарілчастий ротаційний розкидач, рух зернового потоку по диску шаром, товщина якого зменшується в напрямку руху і введення матеріалу в повітряний потік кільцевого каналу [24].

Обґрунтування конструкційних і режимних параметрів зазначеного процесу очищення матеріалу потребує побудови відповідних математичних моделей та їх дослідження.



Як показав аналіз літературних публікацій [20-25], багато теорій і методів розрахунку координатних положень зернівок на поверхнях та в каналах присвячено вивченню переміщення зернівок в різних конструкціях розділюючих установок.

У [24] розроблено і проаналізовано математичні моделі переміщення частинки (матеріальної точки) по поверхні решета, вздовж лопатки похилого сектору та повітряному потоці кільцевого каналу. Запропоновані моделі не враховують дії сил опору повітряного середовища, як в радіальному так і в тангенціальному напрямках; кут сходження зернівки з розкидача. Модель руху зернівки, як матеріальної частинки в каналі не враховує розподіл швидкості повітря в перетині каналу. Дослідження [25] також спрямовано на створення математичної моделі руху часток домішок вздовж поверхні, але сила опору визначається за законом Стокса, яка характерна для ламінарного режиму руху повітряного середовища. Реальні швидкості переміщення зернівок відповідають квадратичному закону Ньютона. В рівняннях руху зернової суміші опір повітряному середовищу не враховується.

**Метою досліджень** є побудова силової та кінематичної моделі переміщення зернового матеріалу при вібропневмоімпульсній обробці для поділу насіння за густиною.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Ряд математичних виразів процесу переміщення зернового матеріалу на поверхні безпровального решета, яке піддається впливу вібрацій та пульсуючого повітряного потоку передбачається отримати при відтворенні способу фракціонування з псевдозрідженим шаром [18], який полягає в тому, що вхідний зерновий матеріал, що наповнює бункер потрапляє на передню частину безпровального решета. Вентилятор по трубопроводу через пульсатор повітря та вхідний канал нагнітає повітря під безпровальне решето. Розподільчі елементи забезпечують рівномірний розподіл повітря по всій довжині безпровального решета. Решето маючи шарнірні підвіски за допомогою вібраційного пристрою забезпечує вібраційний рух. Зерновий матеріал, потрапивши на непробивне решето, під дією вібрації та пульсуючого повітряного потоку розпушується, і легкі насінини, що мають низьку густину та високий коефіцієнт аеродинамічного опору, захоплюються повітряним потоком, і переміщується у верхні шари зернового матеріалу, що рухається по безпровальному решету. В кінці безпровального решета за допомогою каналів проходить процес розділення (поділу) верхніх та нижніх шарів

зернового матеріалу на зерно I та II фракції за їх густиною.

В якості проміжних завдань слід виділити наступні:

1) Визначення параметрів руху матеріальної частинки в центральній та пристінковій зоні безпровального решета (швидкостей, прискорень, переміщень), у верхній частині зернового шару та безпосередньо на поверхні решета.

2) Визначення сил, які діють частинку (насініну).

3) Визначення середньої швидкості циркуляційного руху частинок (насінин) зернового середовища.

Для вирішення проміжних завдань введемо такі параметри: амплітуда коливань поверхні безпровального решета –  $A_i$ ; кількість лопатей пульсатора –  $N_i$ ; висота завантаження в бункер –  $H_z$ ; ширина безпровального решета в поперечному перерізі –  $R_z$ ; довжина ділянки безпровального решета, яке здійснює гармонійні коливання і на якій відбувається рекомбінація зернівок за висотою шару зернового середовища в поздовжньому напрямку –  $L_z$ ; діаметр робочого аспіраційного каналу по якому подається пульсуючий потік повітря –  $D_p$ ; відстань від осі приводного валу до осі симетрії безпровального решета –  $R_p$ ; маса зернівки –  $m_z$ ; емпіричні коефіцієнти, що залежать від: елементарного об'єму зернового середовища –  $k_v$  та маси зернівок –  $k_z$ .

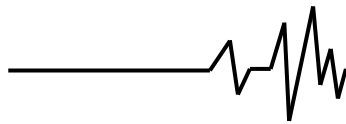
Вирішення поставлених завдань дозволить науково обґрунтовано побудувати динамічну модель руху завантаження, переміщення і рекомбінації зернового матеріалу та розробити технологічні рекомендації щодо поділу зернового матеріалу на фракції на запропонованому технічному засобі вібропневмоімпульсного сепаратора з використанням запатентованого способу його поділу.

Обмеження та припущення, які застосовані в запропонованій моделі:

1) Зернівки в процесі завантаження є «великими» та «малими» твердими тілами. Під «великими» розуміються насінини, геометричні розміри яких можна виміряти в 4-10 міліметрів, під «малими» - насінини, розміри яких вимірюються в межах 1-3 мікрометри. Це насінини, які мають меншу густину та більший коефіцієнт вітрильності.

2) Зіткнення насінин в процесі їх поділу приймаємо абсолютно непружним.

3) Для спрощення розрахунків введемо кут  $\alpha$  між поверхнею безпровального решета і горизонтальною лінією. Він змінюється від  $0^\circ$  до  $90^\circ$  і залежить від амплітуди коливань поверхні решета (рис.2, а).



Перед побудовою динамічної моделі визначимо геометричні характеристики поверхні безпровального решета в статичі.

Геометричні характеристики поверхні безпровального решета у статичі.

Розглянемо геометрію поверхні безпровального решета, яку показано на (рис. 1). Помістимо його в циліндричні координати  $\rho, \varphi, Z$ . Направимо вісь  $OZ$  системи координат вертикально вгору і сумісний з віссю симетрії решета. Нуль системи координат розташований у точці перетину  $OZ$  та площини, що проходить через крайню нижню точку решета. Введемо додаткову систему координат –  $Z_1 O_1 \rho$ . Тоді геометричне місце точок, що належать внутрішній поверхні безпровального решета, визначається системою виразів [14, 17-20]:

$$\begin{cases} \rho = R_1 - \text{ділянка } A - B \\ (\rho - R_s)^2 + (R_z - Z)^2 = R_z^2 - \text{ділянка } B - C \\ \rho = R_2 - \text{ділянка } C - D \\ Z \in [0; H_z]; \rho \in [R_1; R_2]; \end{cases} \quad (1)$$

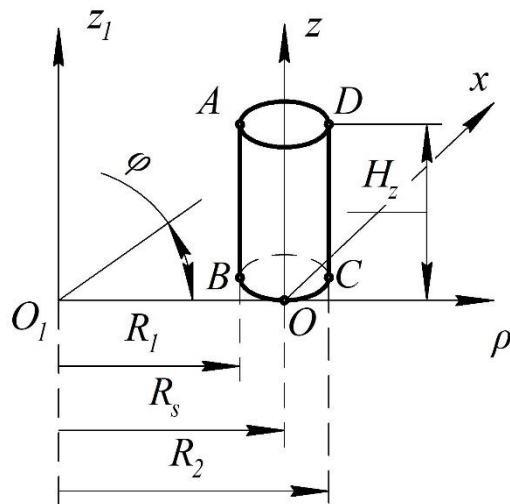
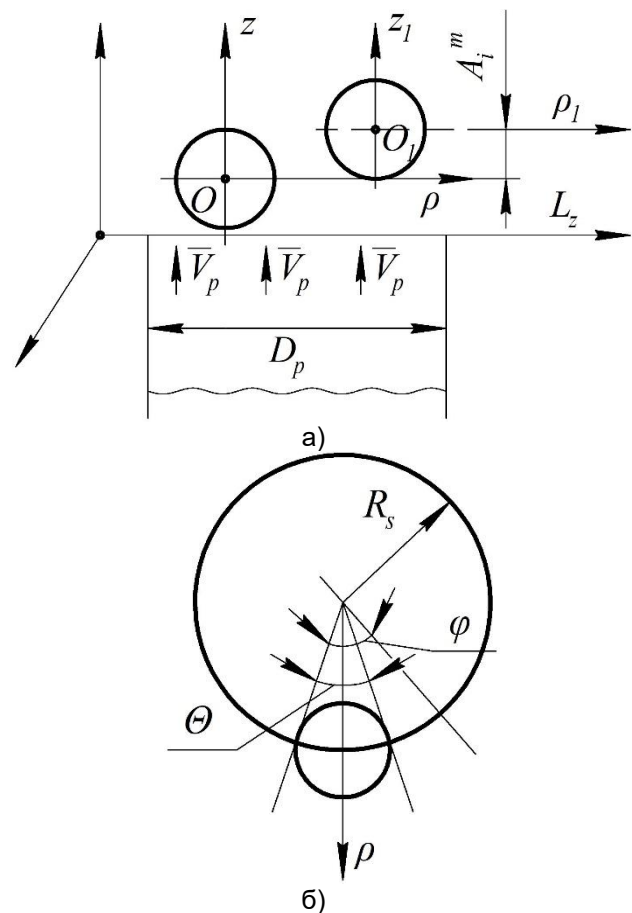


Рис. 1. Модель насінини на поверхні безпровального решета в циліндричних координатах

Розглянемо переріз насінини на поверхні безпровального решета, яка змодельована у вигляді циліндра радіусом  $r$  (рис.2).



а – вид збоку; б – вид зверху

Рис. 2. Взаємодія насінини з безпровальною поверхнею решета

З рис. 2 видно, що насінина зміщена на величину  $A_i^m$ . За рахунок рекомбінації зернове середовище деформувалося на ділянці  $L_{zi}$ :  $L_{zi} = \left[-\frac{\theta}{2}; \frac{\theta}{2}\right]$ . Зв'яжемо величину  $L_{zi}$  з  $A_i^m$ , емпіричною формулою  $L_{zi} = c \cdot A_i^m$ , де  $c$  - емпіричний коефіцієнт, що залежить від фізико-механічних властивостей матеріалу насіння, поверхні безпровального решета і його конструкційних розмірів. Його значення наведено у таблиці 1.

Коефіцієнт  $c$  розраховували за такою формулою  $c = \frac{L_{zi}}{A_i^m}$ .

Таблиця 1

Лабораторні дослідження довжини перфорованого безпровального решета від амплітуди його коливань і відповідного значення  $c$

$A_i^m$	0	1	2	3	4	5	6
$L_{zi}$	0	7	11,5	17	22,5	28	31
$c$	0	7	5,75	5,66	5,625	5,6	5,16

Рівняння лінії перетину насінини з поверхнею (рис. 3) має такий вигляд:

$$Z = \begin{cases} (R_s - \rho_i)^2 + (A_i + \Delta Z)^2 = R_z^2 \\ 0 \end{cases} \quad (2)$$

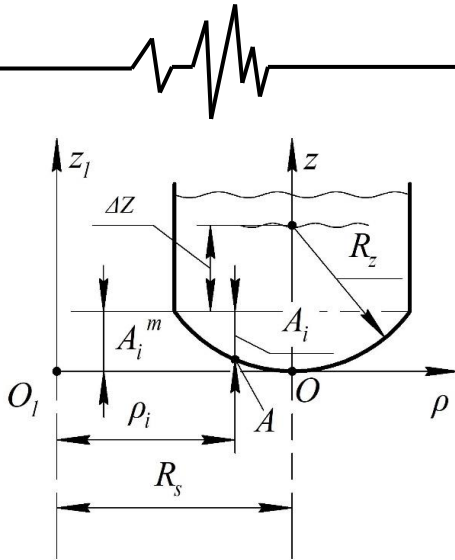


Рис. 3. Схема до визначення контакту насінини з поверхнею віброуючого безпробального решета

Розглянемо кінематичні характеристики віброуючої поверхні безпробального решета, відповідно до рис. 3.

Швидкість обертання ексцентрикового валу з поверхнею безпробального решета записується відомими залежностями:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}; \vartheta = \frac{d\varphi}{dt} \cdot R_s; \vartheta_r = \frac{dz}{dt}; \quad (3)$$

де  $\omega$  – кутова швидкість обертання ексцентрикового валу решета;  $\vartheta$  – швидкість руху валу;  $\vartheta_r$  – швидкість безпробального решета;  $R_s$  – середня відстань до моделі розглядуваної насінини (рис. 3);  $\varphi$  – кут повороту валу;  $z$  – вертикальна координата переміщення насінини;  $t$  – час за який відбувається рекомбінація насінин на відстань  $A_i^m$ .

Прирівнюючи вирази швидкостей ексцентрикового валу та безпробального решета через час, знайдемо їх взаємозалежність  $\vartheta_r = f(\vartheta)$ :

$$\vartheta_r = \frac{\vartheta \cdot dz}{R_s \cdot d\varphi} = \frac{\omega \cdot dz}{d\varphi} \quad (4)$$

$$\vartheta = \omega \cdot R_s = \frac{\pi \cdot n \cdot R_s}{30} \quad (5)$$

де  $\pi$  – число Пі;  $n$  – частота обертання валу (об/хв).

Для безпробального решета маємо:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu = \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad (6)$$

де  $\nu$  – частота коливань безпробального решета (Гц);  $T$  – період коливань безпробального решета (с).

Визначимо прискорення коливань безпробального решета:

$$a_r = \frac{\vartheta_r}{t} = \frac{\omega \cdot dz}{t \cdot d\varphi}; \quad (7)$$

де  $t$  – час;  $dz = A_i$ .

Тоді формула визначення прискорення запишеться у такому вигляді:

$$a_r = \frac{\vartheta_r}{t} = \frac{\omega \cdot A_i}{t \cdot d\varphi}; \quad (8)$$

де  $A_i$  – визначається за рис. 3.

Проаналізувавши характер руху безпробального решета, можна дійти невтішного

висновку у тому, що вертикальне переміщення точок поверхні решета надає основний вплив на рух насінин. Поперечними складовими від хвиль деформації зернового середовища при побудові динамічної моделі можна знехтувати. Стан зернівок, тобто їх рекомбінація, які знаходяться на поверхні, що вібрає, змінюється при збільшенні інтенсивності вібрації. До якихось значень зерновий матеріал перебуває практично у безвідривному русі з поверхнею решета. Потім настає режим з безперервним та інтенсивним підкиданням. Безвідривний режим нас не цікавить, оскільки він не продуктивний та і досліджений в багатьох наукових працях. Однак необхідно чітко усвідомлювати умову переходу матеріалу з одного режиму в інший.

Проаналізуємо рівняння сил, що діють на насінину у вібропневмоімпульсному сепараторі. Сили, як наведено на рис. 5, що діють на  $i$  – ту зернівку під час її руху, визначимо з векторного рівняння сил. В загальному вигляді воно має наступний вираз:

$$\bar{F}_i + \bar{F}_T + 2 \cdot \bar{F}_t + \bar{F}_{IM} + \bar{F}_A + \bar{F}_q + \bar{F}_N + \bar{F}_P + \bar{N}_i = 0 \quad (9)$$

де  $\bar{F}_i$  – сила інерції решета,  $F_i = \frac{m \cdot \omega \cdot A_i \cdot \cos \beta}{t \cdot d\varphi} \cdot \sin[\omega \cdot t]$ ,  $\beta$  – кут спрямованості вібрації;  $\bar{F}_T$  – сила тяжіння насінини,  $F_T = m \cdot g$ ;  $\bar{F}_t$  – сила тертя, що діє на насінину з одного боку (внутрішнє міжзернове тертя);  $\bar{F}_{IM}$  – змінна сила імпульсу, що діє на насінину з боку пульсуючого повітряного потоку;  $\bar{F}_A$  – підйомна архімедова сила (виштовхуюча сила),  $F_A = \rho_z \cdot g \cdot V_z$  ( $\rho_z$  – щільність зернового середовища;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $V_z$  – об'єм  $z$  – ої насінини в зерновому середовищі);  $\bar{F}_q$  – сила гідростатичного тиску з боку  $z$  – ої насінини, що діє на зернівку,  $F_q = \rho_z \cdot g \cdot h_z \cdot S_z$ ;  $\bar{F}_N$  – сила поверхневого натягу зернового середовища,  $F_N = \sigma \cdot L_{zi}$ , де  $\sigma$  – коефіцієнт поверхневого натягу зернового середовища;  $\bar{F}_P$  – сила підйому насінини від турбулентних вихорів, які виникають в зерновому середовищі за умов дії пульсуючого повітряного потоку;  $\bar{N}_i$  – сила реакції поверхні безпробального решета, що діє на насінину.

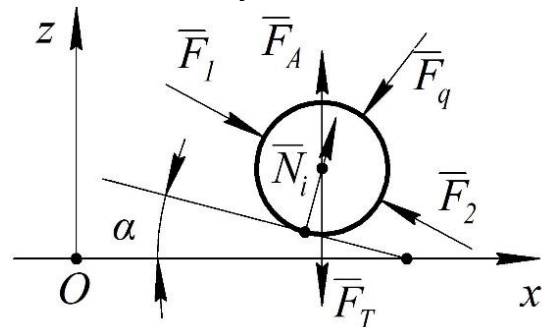


Рис. 4. Схема сил, діючих на насінину, яка знаходиться на похилій поверхні в стиснених умовах зернового середовища



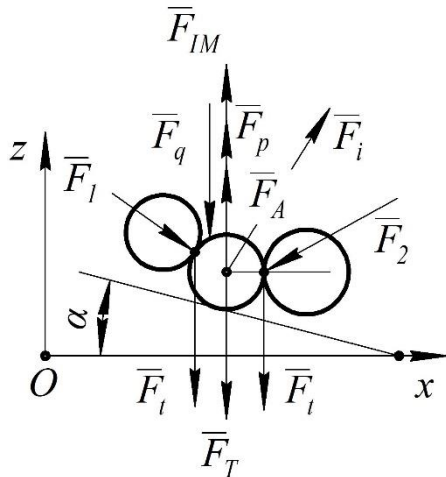
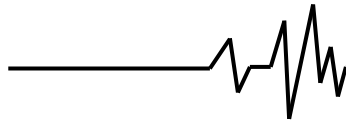


Рис. 5. Схема сил, діючих на насініну, яка знаходиться на вібруючій похилій поверхні безпровального решета та під дією пульсуючого повітряного потоку

Виразимо сили  $F_1, F_2$ , які діють з боку зернового середовища через  $F_q$ , для цього складемо рівняння рівноваги насініни, що знаходиться на похилій площині, як наведено на рис. 4:

$$\bar{F}_q + \bar{F}_T + \bar{N}_i + \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_A = 0 \quad (10)$$

Після проектування рівняння рівноваги на осі координат  $x$  і  $z$  маємо:

$$x: F_1 = F_2;$$

$$F_1 = F_2 = \frac{F_q - F_{qi}}{2} = \frac{S_z - S_{zi}}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot h; \quad (11)$$

$$S_z - S_{zi} = S_{zj}; \quad F_1 = \frac{S_{zj}}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot h; \quad (12)$$

де  $\rho$  – щільність матеріалу зернового середовища;  $h$  – глибина занурення зернівки в шарі зернового матеріалу;  $S_{zj}$  – площа  $j$  - тої частини поверхні  $z$  - тої насініни;  $S_{zi}$  – площа  $i$  -

тої частини поверхні  $z$  - тої насініни;  $S_z$  – площа поверхні  $z$  - тої насініни.

Сили в статичі, що діють на нерухому  $z$  - ту насініну, які знаходяться на поверхні безпровального решета:

$$\bar{F}_A + \bar{F}_T + \bar{N}_i + \bar{F}_q = 0 \quad (13)$$

У динаміці маємо:

- на «велику» насініну діють усі сили, проте силами підйому від турбулентних вихорів і поверхневого натягу можна знехтувати через їх малий вплив на важку насініну. Тому диференціальне рівняння буде мати такий вигляд:

$$m \cdot \ddot{Z} = N_i - F_q - F_T - 2 \cdot F_f + F_i + F_{IM} + F_A; \quad (14)$$

- диференціальне рівняння сил, які діють на «малу» частинку:

$$m \cdot \ddot{Z} = N_i - F_q - F_T - 2 \cdot F_f + F_i + F_{IM} + F_A + F_P + F_N \quad (15)$$

При  $N_i = 0$  насініна робить вертикальне переміщення, тобто рекомбінацію з іншою насініною. Якщо  $N_i > 0$ , насініна лежить на поверхні.

Знаючи прискорення повітряного потоку та його масу, можна визначити силу пульсуючого повітряного потоку:

$$F_{IM} = a \cdot m = \frac{m \cdot \omega_1 \cdot A_i}{t \cdot d\varphi} \cdot \sin[\omega_1 \cdot t] \quad (16)$$

де  $\omega_1$  – кутова швидкість обертання валу пульсуючої заслінки.

Для визначення умови, згідно з якою насініна знаходиться на поверхні вібруючого безпровального решета і не відривається від нього, потрібно щоб  $m \cdot \ddot{Z} = 0$ . Для «великих» насінін з диференціального рівняння сил отримаємо після підстановки відповідних значень величин:

$$\begin{aligned} & \frac{m \cdot \omega_1 \cdot A_i}{t \cdot d\varphi} \cdot \sin[\omega_1 \cdot t] + \frac{m \cdot \omega \cdot A_i}{t \cdot d\varphi} \cdot \sin[\omega \cdot t] = \\ & = S_z \cdot \rho_1 \cdot g \cdot h_{z1} + S_z \cdot \rho_2 \cdot g \cdot h_{z2} + S_z \cdot \rho_3 \cdot g \cdot h_{z3} + m \cdot g + 2 \cdot F \cdot f - \rho \cdot g \cdot V_z; \end{aligned} \quad (17)$$

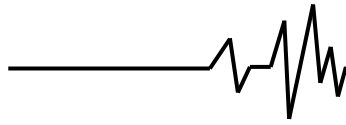
Згідно з «гідростатичною» гіпотезою до зернового середовища можна застосувати закон Паскаля, згідно з яким елементарний об'єм зернового середовища передає створюваний на нього тиск у всі сторони однаково, тобто:  $P_z = \rho_z \cdot g \cdot h_z$ . Зернове середовище впливає, як на бічні стінки

безпровального решета так і вертикально вгору однаковий тиск. Відповідно, з боку стінок безпровального решета на зернове середовище діє сила реакції  $F = \rho_z \cdot g \cdot h_z \cdot S_R$  ( $S_R$  – площа бічної поверхні стінок безпровального решета).

$$\begin{aligned} & \frac{m \cdot \omega_1 \cdot A_i}{t \cdot d\varphi} \cdot \sin[\omega_1 \cdot t] + \frac{m \cdot \omega \cdot A_i}{t \cdot d\varphi} \cdot \sin[\omega \cdot t] = S_z \cdot \rho_1 \cdot g \cdot h_{z1} + S_z \cdot \rho_2 \cdot g \cdot h_{z2} + \\ & + S_z \cdot \rho_3 \cdot g \cdot h_{z3} + m \cdot g + \frac{2 \cdot \sum \rho_i \cdot z_i \cdot h_{zi}}{i} \cdot S_i \cdot g \cdot f - \rho \cdot g \cdot V_z; \end{aligned} \quad (18)$$

де  $i$  – кількість різних за густиною насінін в зерновому середовищі;  $\rho_i$  – густина  $i$  – ї насініни зернового матеріалу;  $\rho$  – щільність зернового середовища;  $z_i$  – ваговий коефіцієнт  $i$

– го компонента зернового середовища;  $f$  – коефіцієнт тертя;  $V_z$  – об'єм  $z$  – ї насініни матеріалу;  $\rho_z$  – густина  $z$  – ї насініни матеріалу;  $h_{z1}, h_{z2}, h_{z3}, h_{zi}$  – висота шару певної фази



зернового середовища (розрідження, ущільнення) над  $z$  – ою насінниною.

Для «великих» і «важких» частинок архімедовою силою можна знехтувати. Позначимо

$$F_q = S_z \cdot g \cdot [\rho_1 \cdot h_{z1} + \rho_2 \cdot h_{z2} + \rho_3 \cdot h_{z3} + \dots + \rho_i \cdot h_{zi}]$$

Силу тертя між насінинами, що знаходяться на відносно одному горизонтальному рівні, визначимо через силу тиску вище лежачих шарів зернового середовища  $F_q$  з коефіцієнтом тертя  $f$ :

$$\frac{m \cdot \omega_1 \cdot A_i}{t \cdot d\varphi} \cdot \sin[\omega_1 \cdot t] + \frac{m \cdot \omega \cdot A_i}{t \cdot d\varphi} \cdot \sin[\omega \cdot t] = F_q + m \cdot g + [F_q - F_{qi}] \cdot f \quad (19)$$

Введемо коефіцієнти перетворення

$$q_z = \frac{F_q}{m}; \quad q_{zi} = \frac{F_{qi}}{m}.$$

Після найпростіших перетворень отримаємо:

$$\frac{\omega_1 \cdot A_i}{t \cdot d\varphi} \cdot \sin[\omega_1 \cdot t] + \frac{\omega \cdot A_i}{t \cdot d\varphi} \cdot \sin[\omega \cdot t] = q_z + g + [q_z - q_{zi}] \cdot f \quad (20)$$

$$\frac{A_i \cdot (\omega_1 \cdot \sin[\omega_1 \cdot t] + \omega \cdot \sin[\omega \cdot t])}{(q_z \cdot (1-f) + g - q_{zi} \cdot f) \cdot t \cdot d\varphi} = \pm 1 \quad (21)$$

Тоді мінімальне критичне прискорення, при якому відбудеться відрив насінини від поверхні безпровального решета, буде за умови  $(\omega_1 \cdot \sin[\omega_1 \cdot t] + \omega \cdot \sin[\omega \cdot t]) = \pm 1$ , тобто у фазових кутах  $90^\circ$  і  $270^\circ$ .

Розглянемо силову та кінематичну модель руху «великих» частинок (насінин) на вібруючій поверхні безпровального решета. Для режиму безперервного та інтенсивного підкидання маємо наступні умови:  $N_i = 0$ ;  $m \cdot \ddot{Z} \neq 0$ . Попередні дослідження були проведені для насінин, які знаходилися в умовному центрі вібруючого безпровального решета, на які діяли лише вертикальна складова сили пульсуючого повітряного потоку та сила інерції. Тепер розглянемо рух насінин, які розташовані з лівого боку (зона завантаження зернового матеріалу та початковий рух по поверхні решета). Рух насінин після завантаження симетрично щодо вертикальної осі  $Z$ , як наведено на рис. 5. Визначимо «підйом» (рекомбінацію) насінин, рух від центру до периферії, тобто до кінця решета, моменту безпосереднього його поділу на фракції, а також опускання (занурення) та переміщення від верхніх шарів зернового середовища до умовного центру.

1) Підйом «великих» частинок.

Диференціальні рівняння проекцій сил:

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{Z} = \frac{m \cdot A_i \cdot \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_Z}{d\varphi} \cdot \frac{\omega_1 \cdot \sin[\omega_1 \cdot t] + \omega \cdot \sin[\omega \cdot t]}{t} - \\ - F_q \cdot \left( \cos \alpha + 2 \cdot f \cdot \frac{(\cos \alpha)^2}{\sin \alpha} \right) - m \cdot g + \rho \cdot g \cdot V_z; \\ m \cdot \ddot{x} = \frac{m \cdot A_i \cdot \sin \alpha \cdot k_V \cdot k_Z}{d\varphi} \cdot \frac{\omega_1 \cdot \sin[\omega_1 \cdot t] + \omega \cdot \sin[\omega \cdot t]}{t} - \\ - F_q \cdot (\sin \alpha + 2 \cdot f \cdot \cos \alpha); \end{cases} \quad (22)$$

Проекції сили тертя на осі координат:

$$F_{t_z} = -F \cdot f \cdot \cos \alpha = -\frac{F_q \cdot f \cdot (\cos \alpha)^2}{\sin \alpha}; \quad (23)$$

$$F_{t_x} = -F \cdot f \cdot \sin \alpha = -F_q \cdot f \cdot \cos \alpha; \quad (24)$$

Розділимо обидві частини рівнянь на масу  $m$ . Отримаємо систему, що визначає прискорення частки:

$$\begin{cases} \ddot{Z} = \frac{A_i \cdot \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_Z}{d\varphi} \cdot \frac{\omega_1 \cdot \sin[\omega_1 \cdot t] + \omega \cdot \sin[\omega \cdot t]}{t} - \\ - \frac{F_q}{m} \cdot \left( \cos \alpha + 2 \cdot f \cdot \frac{(\cos \alpha)^2}{\sin \alpha} \right) - g + \frac{\rho \cdot g \cdot V_z}{m}; \\ \ddot{x} = \frac{A_i \cdot \sin \alpha \cdot k_V \cdot k_Z}{d\varphi} \cdot \frac{\omega_1 \cdot \sin[\omega_1 \cdot t] + \omega \cdot \sin[\omega \cdot t]}{t} - \\ - \frac{F_q}{m} \cdot (\sin \alpha + 2 \cdot f \cdot \cos \alpha); \end{cases} \quad (25)$$

або

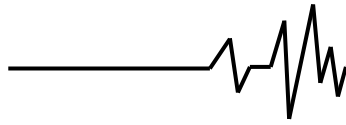
$$\begin{cases} \ddot{Z} = \frac{A_i \cdot \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_Z}{d\varphi} \cdot \frac{\omega_1 \cdot \sin[\omega_1 \cdot t] + \omega \cdot \sin[\omega \cdot t]}{t} - \\ - q_z \cdot \left( \cos \alpha + 2 \cdot f \cdot \frac{(\cos \alpha)^2}{\sin \alpha} \right) - g + \frac{\rho \cdot g}{\rho_z}; \\ \ddot{x} = \frac{A_i \cdot \sin \alpha \cdot k_V \cdot k_Z}{d\varphi} \cdot \frac{\omega_1 \cdot \sin[\omega_1 \cdot t] + \omega \cdot \sin[\omega \cdot t]}{t} - \\ - q_z \cdot (\sin \alpha + 2 \cdot f \cdot \cos \alpha); \end{cases} \quad (26)$$

Зробивши послідовно подвійне інтегрування системи в часі, отримаємо закон зміни швидкості та переміщення насінини. Оскільки  $\int \frac{1}{t} \cdot \sin[\omega \cdot t] dt = \frac{\pi}{2}$ , то невизначені інтеграли будуть такими:

$$\begin{cases} \dot{Z} = \frac{A_i \cdot \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cdot \pi \cdot [\omega_1 + \omega]}{2 \cdot d\varphi} - \\ - q_z \cdot t \cdot \left( \cos \alpha + 2 \cdot f \cdot \frac{(\cos \alpha)^2}{\sin \alpha} \right) - g \cdot t + \frac{\rho \cdot g \cdot t}{\rho_z} + C_1; \\ \dot{x} = \frac{A_i \cdot \sin \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cdot \pi \cdot [\omega_1 + \omega]}{2 \cdot d\varphi} - \\ - q_z \cdot t \cdot (\sin \alpha + 2 \cdot f \cdot \cos \alpha) + C_2; \\ Z = \frac{A_i \cdot \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cdot \pi \cdot [\omega_1 + \omega] \cdot t \cdot \cos \beta}{2 \cdot d\varphi} - \\ - \frac{q_z \cdot t^2}{2} \cdot \left( \cos \alpha + 2 \cdot f \cdot \frac{(\cos \alpha)^2}{\sin \alpha} \right) - \frac{g \cdot t^2}{2} + \frac{\rho \cdot g \cdot t^2}{2 \cdot \rho_z} + C_1 \cdot t + C_3; \\ x = \frac{A_i \cdot \sin \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cdot \pi \cdot [\omega_1 + \omega] \cdot t \cdot \cos \beta}{2 \cdot d\varphi} - \\ - \frac{q_z \cdot t^2}{2} \cdot (\sin \alpha + 2 \cdot f \cdot \cos \alpha) + C_2 \cdot t + C_4; \end{cases} \quad (27)$$

Емпіричні коефіцієнти  $k_V = 0,183$ ;  $k_Z = 0,139$ . Визначимо вільні члени рівнянь  $C_1, C_2, C_3, C_4$ , виходячи з граничних умов ( $\dot{Z} = 3,8$  мм/с,  $Z = 3,2$  мм,  $t = 10$  с [18]).

Якщо густина насінини менша за щільність елементарного об'єму, то необхідно враховувати архімедову силу. Опускання



(занурення) насінин уздовж стінок безпровального решета також відбувається під дією сили тяжіння та сил тиску вищележачих шарів матеріалу. Зробимо ті самі методичні визначення, що й у попередньому випадку:

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{Z} = \frac{m \cdot A_1 \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta}{d\varphi} \cdot \frac{\omega_1 \sin[\omega_1 t] + \omega \sin[\omega t]}{t} + \\ + F_q \cdot (1 - 2 \cdot f \cdot \tan \alpha) + m \cdot g - \rho \cdot g \cdot V_z; \\ m \cdot \ddot{x} = 0; \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{cases} \ddot{Z} = \frac{A_1 \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta}{d\varphi} \cdot \frac{\omega_1 \sin[\omega_1 t] + \omega \sin[\omega t]}{t} + \\ + \frac{F_q}{m} \cdot (1 - 2 \cdot f \cdot \tan \alpha) + g - \frac{\rho \cdot g}{\rho_z}; \\ \ddot{x} = 0; \end{cases} \quad (30)$$

$$\begin{cases} \ddot{Z} = \frac{A_1 \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta \pi}{2 \cdot d\varphi} \cdot (\omega_1 + \omega) + \\ + q_z \cdot t \cdot (1 - 2 \cdot f \cdot \tan \alpha) + g \cdot t - \frac{\rho \cdot g \cdot t}{\rho_z} + C_1; \\ \ddot{x} = 0; \end{cases} \quad (31)$$

$$\begin{cases} \ddot{Z} = \frac{A_1 \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta \pi \cdot t}{2 \cdot d\varphi} \cdot (\omega_1 + \omega) + \\ + \frac{q_z \cdot t^2}{2} \cdot (1 - 2 \cdot f \cdot \tan \alpha) + \frac{g \cdot t^2}{2} - \frac{\rho \cdot g \cdot t^2}{\rho_z} + C_1 \cdot t + C_2; \\ x = 0; \end{cases} \quad (32)$$

Рух насінин від периферії до умовного центру безпровального решета відбувається під впливом відповідних супутніх сил, які розглянуті вище, тому систему диференціальних рівнянь набуде наступного значення:

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{Z} = \frac{m \cdot A_1 \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta}{d\varphi} \cdot \frac{\omega_1 \sin[\omega_1 t] + \omega \sin[\omega t]}{t} + \\ + F_q \cdot (\cos \alpha) - f \cdot \sin(\alpha) \cdot (2 \cdot F_q + m \cdot g) - \rho \cdot g \cdot V_z; \\ m \cdot \ddot{x} = \frac{m \cdot A_1 \sin \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta}{d\varphi} \cdot \frac{\omega_1 \sin[\omega_1 t] + \omega \sin[\omega t]}{t} - \\ - F_q \cdot (\sin \alpha) - f \cdot \cos \alpha \cdot (2 \cdot F_q + m \cdot g); \end{cases} \quad (33)$$

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{Z} = \frac{m \cdot A_1 \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta}{d\varphi} \cdot \frac{\omega_1 \sin[\omega_1 t] + \omega \sin[\omega t]}{t} - m \cdot g + \rho \cdot g \cdot V_z; \\ m \cdot \ddot{x} = \frac{m \cdot A_1 \sin \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta}{d\varphi} \cdot \frac{\omega_1 \sin[\omega_1 t] + \omega \sin[\omega t]}{t} - m \cdot g \cdot f; \end{cases} \quad (37)$$

$$\begin{cases} \ddot{Z} = \frac{A_1 \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta}{2 \cdot d\varphi} \cdot (\omega_1 + \omega) - g \cdot t + \frac{\rho \cdot g \cdot t}{\rho_z} + C_1 \\ \ddot{x} = \frac{A_1 \sin \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta}{2 \cdot d\varphi} \cdot (\omega_1 + \omega) - g \cdot f \cdot t + C_2; \end{cases} \quad (38)$$

$$\begin{cases} \ddot{Z} = \frac{A_1 \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta}{2 \cdot d\varphi} \cdot t \cdot (\omega_1 + \omega) - \frac{g \cdot t^2}{2} + \frac{\rho \cdot g \cdot t^2}{2 \cdot \rho_z} + C_1 \cdot t + C_3; \\ \ddot{x} = \frac{A_1 \sin \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta}{2 \cdot d\varphi} \cdot t \cdot (\omega_1 + \omega) - \frac{g \cdot f \cdot t^2}{2} + C_2 \cdot t + C_4; \end{cases} \quad (39)$$

Для другого «б» випадку будемо мати:

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{Z} = \frac{m \cdot A_1 \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta}{d\varphi} \cdot \frac{\omega_1 \sin[\omega_1 t] + \omega \sin[\omega t]}{t} - \\ - F_q - 2 \cdot F_q \cdot f \cdot \cos \alpha - m \cdot g + \rho \cdot g \cdot V_z; \\ m \cdot \ddot{x} = \frac{m \cdot A_1 \sin \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta}{d\varphi} \cdot \frac{\omega_1 \sin[\omega_1 t] + \omega \sin[\omega t]}{t} - \\ - 2 \cdot F_q \cdot f - m \cdot g \cdot f; \end{cases} \quad (40)$$

Проекції сил тертя на координатні вісі:

$$\begin{aligned} F_{t_x} &= -F \cdot f \cdot \cos \alpha; \\ 2 \cdot F_{t_x} &= -2 \cdot F \cdot f - m \cdot g \cdot f; \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \ddot{Z} = \frac{A_1 \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta}{d\varphi} \cdot \frac{\omega_1 \sin[\omega_1 t] + \omega \sin[\omega t]}{t} + \\ + \frac{F_q}{m} \cdot (\cos \alpha) - f \cdot \sin(\alpha) \cdot (2 \cdot \frac{F_q}{m} + g) - \frac{\rho \cdot g}{\rho_z}; \\ \ddot{x} = \frac{A_1 \sin \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta}{d\varphi} \cdot \frac{\omega_1 \sin[\omega_1 t] + \omega \sin[\omega t]}{t} - \\ - \frac{F_q}{m} \cdot (\sin \alpha) - f \cdot \cos \alpha \cdot (2 \cdot \frac{F_q}{m} + g); \end{cases} \quad (34)$$

$$\begin{cases} \ddot{Z} = \frac{A_1 \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta}{2 \cdot d\varphi} \cdot (\omega_1 + \omega) + \\ + q_z \cdot t \cdot (\cos \alpha) - f \cdot \sin(\alpha) \cdot (2 \cdot q_z \cdot t + g \cdot t) - \frac{\rho \cdot g \cdot t}{\rho_z} + C_1; \\ \ddot{x} = \frac{A_1 \sin \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta}{2 \cdot d\varphi} \cdot (\omega_1 + \omega) - \\ - q_z \cdot t \cdot (\sin \alpha) - f \cdot \cos \alpha \cdot (2 \cdot q_z \cdot t + g \cdot t) + C_2; \end{cases} \quad (35)$$

$$\begin{cases} \ddot{Z} = \frac{A_1 \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta}{2 \cdot d\varphi} \cdot t \cdot (\omega_1 + \omega) + \\ + \frac{q_z \cdot t^2}{2} \cdot (\cos \alpha) - f \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{t^2}{2} \cdot (2 \cdot q_z + g) - \frac{\rho \cdot g \cdot t^2}{2 \cdot \rho_z} + C_1 \cdot t + C_3; \\ \ddot{x} = \frac{A_1 \sin \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta}{2 \cdot d\varphi} \cdot t \cdot (\omega_1 + \omega) - \\ - \frac{q_z \cdot t^2}{2} \cdot (\sin \alpha) - f \cdot \cos \alpha \cdot \frac{t^2}{2} \cdot (2 \cdot q_z + g \cdot t) + C_2 \cdot t + C_4; \end{cases} \quad (36)$$

Рух насінин у верхніх шарах зернового матеріалу, тобто ефект «спливання» частинок зернового середовища, можна описати двома випадками, що відрізняються виразом сили тертя:

а) на зерновий шар з верхніх частинок діє сила тертя з одного боку;

б) на частинки, над якими ще є шари, діє сила тертя з двох сторін.

Тому запишемо рівняння сил, прискорень, швидкостей та переміщень.

Для першого «а» випадку будемо мати:

$$\begin{cases} \ddot{Z} = \frac{A_1 \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta}{d\varphi} \cdot \frac{\omega_1 \sin[\omega_1 t] + \omega \sin[\omega t]}{t} - \\ - q_z - 2 \cdot q_z \cdot f \cdot \cos \alpha - g + \frac{\rho \cdot g}{\rho_z}; \\ \ddot{x} = \frac{A_1 \sin \alpha \cdot k_V \cdot k_Z \cos \beta}{d\varphi} \cdot \frac{\omega_1 \sin[\omega_1 t] + \omega \sin[\omega t]}{t} - \\ - 2 \cdot q_z \cdot f - g \cdot f; \end{cases} \quad (41)$$





$$\begin{cases} \ddot{z} = \frac{A_1 \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_z \cdot \pi \cos \beta}{2 \cdot d \varphi} \cdot (\omega_1 + \omega) - \\ - q_z \cdot t - 2 \cdot q_z \cdot f \cdot t \cdot \cos \alpha - g \cdot t + \frac{p \cdot g \cdot t}{\rho_z} + C_1; \\ \dot{x} = \frac{A_1 \sin \alpha \cdot k_V \cdot k_z \cdot \pi \cos \beta}{2 \cdot d \varphi} \cdot (\omega_1 + \omega) - \\ - 2 \cdot q_z \cdot f \cdot t - g \cdot f \cdot t + C_2; \\ \ddot{z} = \frac{A_1 \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_z \cdot \pi \cos \beta}{2 \cdot d \varphi} \cdot t \cdot (\omega_1 + \omega) - \\ - \frac{q_z \cdot t^2}{2} - q_z \cdot f \cdot t^2 \cdot \cos \alpha - \frac{g \cdot t^2}{2} + \frac{p \cdot g \cdot t^2}{2 \cdot \rho_z} + C_1 \cdot t + C_3; \\ \dot{x} = \frac{A_1 \sin \alpha \cdot k_V \cdot k_z \cdot \pi \cos \beta}{2 \cdot d \varphi} \cdot t \cdot (\omega_1 + \omega) - \\ - q_z \cdot f \cdot t^2 - \frac{g \cdot f \cdot t^2}{2} + C_2 \cdot t + C_4; \end{cases} \quad (42)$$
$$\begin{cases} \ddot{z} = \frac{A_1 \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_z \cdot \pi \cos \beta}{2 \cdot d \varphi} \cdot (\omega_1 + \omega) - \\ - q_z \cdot t - 2 \cdot q_z \cdot f \cdot t \cdot \cos \alpha - g \cdot t + \frac{p \cdot g \cdot t}{\rho_z} + C_1; \\ \dot{x} = \frac{A_1 \sin \alpha \cdot k_V \cdot k_z \cdot \pi \cos \beta}{2 \cdot d \varphi} \cdot (\omega_1 + \omega) - \\ - 2 \cdot q_z \cdot f \cdot t - g \cdot f \cdot t + C_2; \\ \ddot{z} = \frac{A_1 \cos \alpha \cdot k_V \cdot k_z \cdot \pi \cos \beta}{2 \cdot d \varphi} \cdot t \cdot (\omega_1 + \omega) - \\ - \frac{q_z \cdot t^2}{2} - q_z \cdot f \cdot t^2 \cdot \cos \alpha - \frac{g \cdot t^2}{2} + \frac{p \cdot g \cdot t^2}{2 \cdot \rho_z} + C_1 \cdot t + C_3; \\ \dot{x} = \frac{A_1 \sin \alpha \cdot k_V \cdot k_z \cdot \pi \cos \beta}{2 \cdot d \varphi} \cdot t \cdot (\omega_1 + \omega) - \\ - q_z \cdot f \cdot t^2 - \frac{g \cdot f \cdot t^2}{2} + C_2 \cdot t + C_4; \end{cases} \quad (43)$$

Таким чином, з розрахунку сил за представленою моделлю можна зробити наступні висновки:

1. Встановлено, що найбільший вплив на процес поділу зернового матеріалу надає сила від пульсуючого повітряного потоку, потім сила інерції від коливального руху поверхні решета, наступна це сила тиску вищележачих шарів зернового середовища (для насінин у середній частині шару матеріалу та безпосередньо на його поверхні). Далі за величиною йдуть сили тертя, ваги та архімедова сила.

2. З метою інтенсифікації поділу зернового матеріалу на фракції, з одночасним збільшення продуктивності технічного засобу необхідно підвищити силу пульсуючого повітряного потоку, сили тертя та бічний тиск.

3. Аналіз математичної моделі показав, що для вирішення поставленого завдання необхідно оптимізувати амплітуди і частоти коливань, як роботи віброуючої безпrowальної поверхні решета, так і нагнітаючого пульсуючого потоку повітря під решето.

### Список використаних джерел

- Adamchuk V., Bulgakov V., Ivanovs S., Holovach I., & Ihnatiev Y.. Theoretical study of pneumatic separation of grain mixtures in vortex flow. *In Engineering for Rural Development*. 2021. Vol. 20. P. 657-664.
- Aliiev E., Gavrillchenko A., Tesliuk H., Tolstenko A., & Koshul'ko V. Improvement of the sunflower seed separation process efficiency on the vibrating surface. *Acta Periodica Technologica*. 2019. Vol. 50. P. 12-22. DOI: <https://doi.org/10.2298/apt1950012a>
- Степаненко С.П., Котов Б.І., Калініченко Р.А. Дослідження руху частинок зернового матеріалу у вертикальному каналі за умов дії пульсацій повітряного потоку. *Сільськогосподарські машини*. 2021. №47. С. 25-37. <https://DOI:10.36910/acm.vi47.619>
- Bredykhin V., Pak A., Gurskiy P., Denisenko S., & Bredykhina K. Improving the mechanical-mathematical model of pneumatic

vibration centrifugal fractionation of grain materials based on their density. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2021. №4(1(112)). P. 54-60. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.236938>

5. Bulgakov V., Nikolaenko S., Holovach I., Adamchuk V., Kiurchev S., Ivanovs S., & Olt, J. Theory of grain mixture particle motion during aspiration separation. *Agronomy Research*. 2020. №18(1). P. 18-37. DOI: <https://doi.org/10.15159/ar.20.057>

6. Котов Б.І., Степаненко С.П. Основи теорії та технології повітряної сепарації зернових матеріалів : монографія. Київ : ЦП Компринт, 2023. 427 с.

7. Kharchenko S., Borshch Y., Kovalyshyn S., Piven M., Abduev M., Miernik A., Popardowski E., & Kiełbasa P. Modeling of aerodynamic separation of preliminarily stratified grain mixture in vertical pneumatic separation duct. *Applied Sciences*. 2021. №11(10). P. 4383. DOI: <https://doi.org/10.3390/app11104383>

8. Rogovskii I., Titova L., Trokhaniak V., Trokhaniak O. & Stepanenko S. Experimental study of the process of grain cleaning in a vibro-pneumatic resistant separator with passive weeders. *Series II: Forestry Wood Industry Agricultural Food Engineering*. 2020. №13(62(1)). P. 117-128. <https://doi.org/10.31926/but.fwi.2020.13.62.1.1>

9. Tishchenko L., Kharchenko S., Kharchenko F., Bredykhin V., & Tsurkan O. Identification of a mixture of grain particle velocity through the holes of the vibrating sieves grain separators. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2016. №2 (7 (80)). P. 63-69. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.65920>

10. Stepanenko S., Kотов B., Kuzmych A., Shvydia V., Kalinichenko R., Kharchenko S., Shchur T., Kocira S., Kwa'sniewski D., & Dziki D. To the theory of grain motion in an uneven air flow in a vertical pneumatic separation channel with an annular cross section processes. 2022. №10. P. 1929. <https://doi.org/10.3390/pr10101929>

11. Ребот Д.П., Топільницький В.Г. Математична модель руху сипкого матеріалу у вібраційному сепараторі. *Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні*. 2022. №. 56. С. 67-74.

12. Котов Б.І., Степаненко С.П. Математичне моделювання процесів поділу компонентів зернового матеріалу в комбінованому вібраційно-повітряному сепараторі *Вібрації в техніці та технологіях*. 2020. № 2 (97). С. 51-61.

13. Reguła T., Fraczek J., & Fitas J. A. Model of Transport of Particulate Biomass in a



Stream of Fluid. *Processes*. 2021. №9(1). P. 5. DOI: <https://dx.doi.org/10.3390/pr9010005>

14. Mykhailov Y., Zadosna N., Postnikova M., Pedchenko G., Khmelovskiy V., Bondar M., Ionichev A., Kozdęba M., & Tomaszewska-Górecka W. Energy Assessment of the Pneumatic Sieve Separator for Agricultural Crops. *Agricultural Engineering*. 2021. №25(1). P. 147-156. DOI: <https://doi.org/10.2478/agriceng-2021-0012>

15. Stepanenko S., Kotov B., Kuzmych A., Kalinichenko R., & Hryshchenko V. Research of the process of air separation of grain material in a vertical zigzag channel *Journal of Central European Agriculture*. 2023. №24(1). P. 225-235. <https://doi.org/10.5513/JCEA01/24.1.3732>

16. Nesterenko A., Leshchenko S., Vasylovskiy O., & Petrenko D. Analytical assessment of the pneumatic separation quality in the process of grain multilayer feeding. *Agricultural Engineering*. 2017. №53 (3). P. 65-70.

17. Степаненко С.П., Котов Б.І. Основні концептуальні положення пневматичного фракціонування зернових матеріалів. *Механізація та електрифікація сільського господарства*. 2018. № 8 (107). С. 80–88.

18. Котов Б.І., Степаненко С.П. Основні теоретичні положення сепарації зернового матеріалу в повітряних каналах з нерівномірною швидкістю повітряного потоку. *Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин*. 2020. № 50. С. 122–133.

19. Shvidia V.O., Stepanenko S.P., Kotov B.I., Spirin A.V., & Kucheruk V.Yu. Influence of vacuum on drying of seeds of grain crops. *Herald of Karaganda University. "Physics" series*. 2022. № 3(107). P. 90-98. <https://DOI/10.31489/2022PH3/90-98>

20. Stepanenko S., Aneliak M., Kuzmych A., Kustov S., & Lysaniuk V. Improving the Efficiency of Harvesting Sunflower Seed Crops. *Agricultural Engineering*. 2022. № 67(2). P. 331-340. <https://DOI:10.35633/inmateh-67-34>

21. Kotov B., Stepanenko S., Tsurkan O., Hryshchenko V., Pantsyr Y., Garasymchuk I., Spirin A., & Kupchuk I. Fractioning of grain materials in the vertical ring air channel during electric field imposition. *Przegląd elektrotechniczny*. 2023. №99(1). P. 100-104. <https://DOI:10.15199/48.2023.01.19>

22. Stepanenko S., Kotov B. I., Spirin A.V., & Kucheruk V.Yu. Scientific foundations of the movement of components of grain material with an artificially formed distribution of air velocity. *Herald of Karaganda University. "Physics" series*. (2022) № 1(105). P. 43-57. <https://DOI.10.31489/2022PH1/43-57>

23. Adamchuk V., Bulgakov V., Gadzalo I., Ivanovs S., Stepanenko S., Holovach I., & Ihnatiev Y. Theoretical study of vibrocentrifugal

separation of grain mixtures on a sieveless seed-cleaning machine. *Rural sustainability research*. 2021. № 46(341). P. 116-124. <https://DOI:10.2478/plua-2021-0023>

24. Котов Б.І., Степаненко С.П., Попадюк І.С. Дослідження процесу пневмовібраційного поділу зерна за густиною під час одномірного переміщення зернового потоку. *Механізація та електрифікація сільського господарства*. 2021. №14 (113). С. 77-87. <https://doi.org/10.37204/0131-2189-2021-14-8>

25. Котов Б.І., Степаненко С.П., Рудь А.В., Замрій М.А. Теоретичні дослідження процесу руху зернового матеріалу на поверхні ступінчастого віброживильника. *Вібрації в техніці та технологіях*. № 2(105). С. 25-32. <https://DOI:10.37128/2306-8744-2022-2-3>

### References

1. Adamchuk V., Bulgakov V., Ivanovs S., Holovach I., & Ihnatiev Y. (2021). Teoretychne doslidzhennya pnevmatichnoho rozdilennya hranovykh sumishey v nasypnomu pototsi. [Theoretical study of pneumatic separation of grain mixtures in vortex flow]. *In Engineering for Rural Development*. № 20. P. 657-664. [in English].

2. Aliiev E., Gavrilchenko A., Tesliuk H., Tolstenko A., & Koshul'ko V. (2019). Pidvyshchennya efektyvnosti protsesu separatsiyi nasinnya sonyashnyku na vibratsiyniy poverkhni [Improvement of the sunflower seed separation process efficiency on the vibrating surface]. *Acta Periodica Technologica*. № 50. P. 12-22. [in English]. <https://doi.org/10.2298/apt1950012>

3. Stepanenko S.P., Kotov B.I., Kalinichenko R.A. (2021). Doslidzhennya rukhu chastynok zernovoho materialu u vertykal'nomu kanali v umovakh pul'satsiyi povitryanoho potoku. [Study of the movement of particles of grain material in a vertical channel under the conditions of pulsation of the air flow]. *Agricultural machinery*. № 47. P. 25-37. [in Ukrainian]. <https://DOI:10.36910/acm.vi47.619>

4. Bredykhin V., Pak A., Gurskiy P., Denisenko S., & Bredykhina K. (2021). Udoskonalennya mekhaniko-matematichnoyi modeli pnevmovibratsiynoho vidtsentrovoho fraktsionuvannya zernovykh materialiv za yikh hustynoyu. [Improving the mechanical-mathematical model of pneumatic vibration centrifugal fractionation of grain materials based on their density]. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. №4(1(112)). P. 54-60. [in English]. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.236938>

5. Bulgakov V., Nikolaenko S., Holovach I., Adamchuk V., Kiurchev S., Ivanovs S. & Olt J. (2020). Teoriya rukhu chastynok zernovoyi



sumishi pry aspiratsiyniy separatsiyyi. [Theory of grain mixture particle motion during aspiration separation]. *Agronomy Research*. №18(1). P. 18-37. [in English].

<https://doi.org/10.15159/ar.20.057>

6. Kotov B. I., Stepanenko S. P. (2023). Osnovy teorii ta tekhnolohiyi povitryanoyi separatsiyyi zernovykh materialiv. [Basics of the theory and technology of air separation of grain materials]. Kyiv: CP Comprint, 427. [in Ukrainian].

7. Kharchenko S., Borshch Y., Kovalyshyn S., Piven M., Abduev M., Miernik A., Popardowski E., & Kielbasa P. (2021). Modelyuvannya aerodynamichnoyi separatsiyyi poperedn'o rozsharovanoyi zernovoyi sumishi u vertykal'nomu pnevmoseparatori. [Modeling of aerodynamic separation of preliminarily stratified grain mixture in vertical pneumatic separation duct]. *Applied Sciences*. №11(10). P. 4383. [in English]. <https://doi.org/10.3390/app11104383>

8. Rogovskii I., Titova L., Trokhaniak, V., Trokhaniak, O. & Stepanenko S. (2020) Eksperymental'ne doslidzhennya protsesu ochyshchennya zerna u vibropnevmatychnomu stiykomu separatori z pasyvnymy propolyuvachamy. [Experimental study of the process of grain cleaning in a vibro-pneumatic resistant separator with passive weeders]. *Series II: Forestry Wood Industry Agricultural Food Engineering*. №13(62(1)). P. 117–128. [in English]. <https://doi.org/10.31926/but.fwiae.2020.13.62.1.1>

9. Tishchenko L., Kharchenko S., Kharchenko F., Bredykhin V., & Tsurkan O. (2016). [Identification of a mixture of grain particle velocity through the holes of the vibrating sieves grain separators]. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, №2 (7 (80)). P.63-69. [in English]. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.65920>

10. Stepanenko S., Kotov B., Kuzmych A., Shvydia V., Kalinichenko R., Kharchenko S., Shchur T., Kocira S., Kwa'sniewski D., & Dziki D. (2022). Do teorii rukhu zerna pry nerivnomirnomu pototsi povitrya u vertykal'nomu pnevmoseparatsiynomu kanali z protsesamy kil'tsevoho pererizu. [To the theory of grain motion in an uneven air flow in a vertical pneumatic separation channel with an annular cross section processes]. *Progress in Food Processing*. №10. P. 1929. [in English]. <https://doi.org/10.3390/pr10101929>

11. Rebot D.P., Topilnytskyi V.G. (2022). Matematychna model' rukhu sypkoho materialu u vibratsiynomu separatori. [Mathematical model of movement of loose material in a vibrating separator.] *Automation of production processes in mechanical engineering and instrument engineering*. №56. P. 67–74. [in Ukrainian].

12. Kotov B.I., Stepanenko S.P. (2020). Matematychno modelyuvannya protsesiv podilu komponentiv zernovoho materialu v kombinovanomu vibratsiyno-povitryanomu separatori. [Mathematical modeling of the processes of separation of grain material components in a combined vibration-air separator]. *Vibrations in engineering and technologies*. № 2 (97). P. 51–61. [in Ukrainian].

13. Reguła T., Fraczek J., & Fitas J. A. (2021). Model' transportuvannya chastynok biomasy v pototsi ridyny. [Model of Transport of Particulate Biomass in a Stream of Fluid]. *Processes*. №9(1). P. 5. [in English]. <https://dx.doi.org/10.3390/pr9010005>

14. Mykhailov Y., Zadosna N., Postnikova M., Pedchenko G., Khmelovskiy V., Bondar M., Ionichev A., Kozdęba M., & Tomaszewska-Górecka W. (2021). Enerhetychna otsinka pnevmatychnoho sytovoho separatora dlya sil'skohospodars'kykh kul'tur. [Energy Assessment of the Pneumatic Sieve Separator for Agricultural Crops]. *Agricultural Engineering*. №25(1). P. 147-156. [in English]. <https://doi.org/10.2478/agriceng-2021-0012>

15. Stepanenko S., Kotov B., Kuzmych A., Kalinichenko R., & Hryshchenko V. (2023). Doslidzhennya protsesu povitryanoyi separatsiyyi zernovoho materialu u vertykal'nomu zyzhahopodibnomu kanali. [Research of the process of air separation of grain material in a vertical zigzag channel]. *Journal of Central European Agriculture*. №24(1) P. 225-235. [in English]. <https://doi.org/10.5513/JCEA01/24.1.3732>

16. Nesterenko A., Leshchenko S., Vasylovskiy O., & Petrenko D. (2017). Analychna otsinka yakosti pnevmoseparatsiyyi v protsesi bahatosharovoho zhyvlennya zerna. [Analytical assessment of the pneumatic separation quality in the process of grain multilayer feeding]. *Agricultural Engineering*. №53 (3). P. 65-70. [in English].

17. Stepanenko S.P., Kotov B.I. (2018). Osnovni kontseptual'ni polozhennya pnevmatychnoho fraktsionuvannya zernovykh materialiv. [Basic conceptual provisions of pneumatic fractionation of grain materials]. *Mechanization and electrification of agriculture*. № 8 (107). P. 80–88. [in Ukrainian].

18. Kotov B.I., Stepanenko S.P. (2020). Osnovni teoretychni polozhennya separatsiyyi zernovoho materialu v povitryanikh kanalakh z nerivnomirnoyu shvydkistyu povitryanoho potoku. [Basic theoretical principles of grain material separation in air ducts with non-uniform air flow speed]. *Construction, production and operation of agricultural machines*. №50. P. 122–133. [in Ukrainian].

19. Shvidia V.O., Stepanenko S.P., Kotov B.I., Spirin A.V., & Kucheruk V.Yu. (2022). Vplyv





vakuumu na sushinnya nasinnya zernovykh kul'tur. [Influence of vacuum on drying of seeds of grain crops]. *Herald of Karaganda University "Physics" series*. № 3(107). P. 90-98. [in English]. <https://DOI/10.31489/2022PH3/90-98>

20. Stepanenko S., Aneliak M., Kuzmych A., Kustov S., & Lysaniuk V. (2022) Pidvyshchennya efektyvnosti zbyrannya nasinnya sonyashnyku. [Improving the efficiency of harvesting sunflower seed crops]. *Agricultural Engineering*. №67(2). P. 331-340. [in English]. <https://DOI:10.35633/inmateh-67-34>

21. Kotov B., Stepanenko S., Tsurkan O., Hryshchenko V., Pansyr Y., Garasymchuk I., Spirin A., & Kupchuk I. (2023). Fraksionuvannya zernovykh materialiv u vertykal'nomu kil'tsevomu povitryanomu kanali pry nakladenni elektrychnoho polya. [Fractioning of grain materials in the vertical ring air channel during electric field imposition]. *Przegląd elektrotechniczny*. R. №99(1). P. 100-104. [in English]. <https://DOI:10.15199/48.2023.01.19>

22. Stepanenko S., Kotov B. I., Spirin A.V., & Kucheruk V.Yu. (2022). Naukovi osnovy rukhu komponentiv zernovoho materialu zi shtucho sformovanyim rozpodilom shvydkosti povitrya. [Scientific foundations of the movement of components of grain material with an artificially formed distribution of air velocity]. *Herald of Karaganda University. "Physics" series*. № 1(105). P. 43-57. [in English]. <https://DOI.10.31489/2022PH1/43-57>

23. Adamchuk V., Bulgakov V., Gadzalo I., Ivanovs S., Stepanenko S., Holovach I., & Ihnatiev Y. (2021). Teoretychne doslidzhennya vibrovidsentrovoyi separatsiyi zernovykh sumishey na bezreshetnyi nasinnyeochysnyi mashyni. [Theoretical study of vibrocentrifugal separation of grain mixtures on a sieveless seed-cleaning machine]. *Rural sustainability research*. №46(341). P. 116-124. [in English]. <https://DOI:10.2478/plua-2021-0023>

24. Kotov B.I., Stepanenko S.P., Popadyuk I.S. (2021). Doslidzhennya protsesu pnevmovibratsiynoho podilu zerna za hustynoyu pid chas odnomirnoho peremishchennya zernovoho potoku. [Study of the process of pneumatic vibration separation of grain by density during one-dimensional movement of the grain flow]. *Mechanization and electrification of agriculture*. №14 (113). P. 77-87. [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.37204/0131-2189-2021-14-8>

25. Kotov B.I., Stepanenko S.P., Rud A.V., Zamrii M.A. (2022). Teoretychni doslidzhennya protsesu rukhu zernovoho materialu na poverkhni stupinchastoho vibrozhyvly'nika. [Theoretical studies of the movement of grain material on the surface of a stepped vibratory feeder]. *Vibrations in Engineering and Technologies*. № 2 (105). P. 25-32. [in Ukrainian]. <https://DOI:10.37128/2306-8744-2022-2-3>

## MATHEMATICAL MODELING OF THE PROCESS OF MOVEMENT OF GRAIN MATERIAL ON THE SURFACE OF A SIEVE OF A VIBRATING PNEUMATIC PULSE SEPARATOR

*The results of a theoretical study of the movement of grain material on the surface of a unfailing sieve of a vibrating pulse separator are presented. The paper presents the power and kinematic model, geometric characteristics of the surface of the sieve of a vibrating pneumatic pulse separator in static, and kinematic processing parameters. Calculations based on the proposed model allow determining the forces of movement, velocity, and acceleration of seeds in the grain medium under the combined action of vibrations and pneumatic pulse flow.*

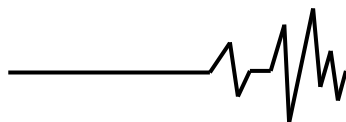
*The following conclusions were drawn as a result of the research and analysis of the generated forces according to the developed mathematical model: the greatest influence on the process of moving grain material, both in the horizontal and vertical directions, is exerted by the force of impulse (pulsation) of the air flow, the pressure force above the overlying layers of grain material (for seeds in the middle part and on the surface of the sieve without a dip), friction forces, seed weight, and the Archimedean force; in order to intensify the process of fractionation of the grain medium, increase the productivity of the vibrating pneumatic pulse separator, it is necessary to increase the force of the pulsating air flow, the inertia of the oscillatory motion, friction and lateral pressure on the seeds in the grain medium.*

*To solve this problem, it is necessary to optimize the amplitudes and frequencies of oscillations of the unfailing sieve of the vibrating pneumatic pulse separator. The analysis of the mathematical model showed the feasibility of using a vibrating unfailing sieve surface with the simultaneous interaction of the injecting pulsating air flow under the sieve to separate grain material by seed density. It has been established that in order to intensify the separation of grain material into fractions, while increasing the productivity of the technical means, it is necessary to increase the force of the pulsating air flow, friction forces, and lateral pressure.*

*The dynamic model of the movement of grain material displacement and recombination is scientifically substantiated and technological recommendations for the separation of grain material into fractions by seed density using the proposed technical means of a vibrating pneumatic pulse separator with the use of a patented method of its separation are developed.*

**Keywords:** vibration; separator; fractionation; pulse air flow; model of movement; seed.



**Відомості про авторів**

**Степаненко Сергій Петрович** доктор технічних наук, старший науковий співробітник., Інститут механіки та автоматики агропромислового виробництва Національної академії аграрних наук України (08631, Київська область, Фастівський район, смт Глеваха, вул. Вокзальна, 11/1, e-mail: [stepanenko\\_s@ukr.net](mailto:stepanenko_s@ukr.net); ORCID iD 0000-0002-8331-4632)

**Волик Дарина Анатоліївна** аспірант, Інститут механіки та автоматики агропромислового виробництва Національної академії аграрних наук України (08631, Київська область, Фастівський район, смт Глеваха, вул. Вокзальна, 11/1)

**Котов Борис Іванович** доктор технічних наук, професор кафедри агроінженерії і системотехніки Подільського державного аграрно-технічного університету (вул. Шевченка, 13, м. Кам'янець-Подільський, 32316, e-mail: [eetsapk@pdatu.edu.ua](mailto:eetsapk@pdatu.edu.ua)).

**Замрій Михайло Анатолійович** аспірант, асистент кафедри загальнотехнічних дисциплін та охорони праці інженерно-технологічного факультету Вінницького національного аграрного університету. Службова адреса: м. Вінниця, вул. Сонячна 3, ВНАУ 21008. ORCID iD 0000-0002-9433-6714)

**Stepanenko Sergey** Doctor of Technical Sciences, Senior Researcher, Institute of Mechanics and Automation of Agro-Industrial Production of the National Academy of Agrarian Sciences of Ukraine. (11/1, Vokzalna St, Glevakha, Fastiv district, Kiyv region, 08631, e-mail: [stepanenko\\_s@ukr.net](mailto:stepanenko_s@ukr.net); ORCID iD 0000-0002-8331-4632)

**Volyk Daryna** graduate, Institute of Mechanics and Automation of Agro-Industrial Production of the National Academy of Agrarian Sciences of Ukraine (11/1, Vokzalna St, Glevakha, Fastiv district, Kiyv region, 08631)

**Kotov Boris** - Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Agroengineering and Systems Engineering of Podolsk State Agrarian and Technical University (Shevchenko St., 13, Kamenets-Podolsky, 32316, e-mail: [eetsapk@pdatu.edu.ua](mailto:eetsapk@pdatu.edu.ua)).

**Zamrii Mykhailo** – graduate, assistant at the Department of General Technical Disciplines and Occupational Safety of the Faculty of Engineering and Technology of the Vinnytsia National Agrarian University. Office address: Vinnytsia, str. Sonyachna 3, VNAU 21008. ORCID iD 0000-0002-9433-6714)