Дубчак В.М.
к.т.н., доцент

Вінницький національний аграрний університет

Dubchak V.
Ph.D., Associate Professor

Vinnytsia National Agrarian University

УДК 631.3:519.711
DOI: 10.37128/2306-8744-2022-4-9

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПОВНЕННЯ ОБ'ЄМНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ СТРУКТУР РОБОЧИХ ОРГАНІВ БУНКЕРНОГО ТИПУ МАТЕРІАЛАМИ СФЕРИЧНОЇ ФОРМИ

Дослідження даної роботи є продовженням деяких попередніх результатів. Питання наповнення певних зовнішніх геометричних об'єктів чи структур однорідною множиною інших об'єктів, зокрема, заокругленої форми є актуальною задачею по вирішенню цілого ряду проблемних питань у сфері агропромислового виробництва,зберігання та перевезення продукції відповідної геометричної форми. Проблема ефективної максимальної наповненості різноманітної за геометрією тари при зберіганні продукції, бункерних сховищ завжди є актуальною задачею не тільки в аграрному виробництві, але і в сфері машинобудування, фармацевтиці, меблевій індустрії, легкій промисловості, військовій логістиці,тощо.

В результаті проведених досліджень по моделюванню технологічних процесів заповнення високотехнологічних робочих органів геометричними структурами у вигляді сипучих матеріалів сферичної форми в даних дослідження на відміну від попередніх результатів акцент зроблено саме за використанні математичних моделей зовнішніх об'ємних геометричних структур. Для цих структур запропоновано та апробовано введення аналогічного до плоского випадку наповнень свій коєфіцієнт корисності такого максимального наповнення. Цей показник у випадку тривимірних геометричних об'єктів встановлюється як відношення максимально можливого корисного об'єму до всього об'єму тієї зовнішньої геометричної структури, яка підлягає наповненню (у відсотках). Значення даного коефіцієнта для стандартних об'ємних геометричних тіл чи структур обчислено і відповідні результати приведено. В даній роботі як допоміжний матеріал приведено відповідні рисунки, табличні значення як ілюстрація окремих формульних результатів, зроблено короткі висновки проведених досліджень.

***Ключові слова**: сферичні матеріали, моделювання технологічних процесів, наповнення геометричних структур, робочий орган.*

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз літературних джерел свідчить, що на цей час відомо цілий ряд робіт, спрямованих на створення математичних методів та моделей розв'язання оптимізаційних задач розміщення двовимірних та тривимірних геометричних тіл всередині іншого геометричного тіла [1 – 4]. Ця категорія задач по розміщенню одних однорідних об'єктів всередині інших, попри значну практичну цінність, досліджена у меншому ступені із-за їх суттєвої складності в плані постановки таких задач та обчислень. В роботах [5, 6] встановлено межі області допустимих рішень та специфіку аналітичного опису певних обмежень задач щодо розміщення таких об'єктів. В [7] досліджується аналітичний опис геометричних обмежень задачі розміщення багатокутних об'єктів.

Подальші загальнотеоретичні та методологічні підходи набули свого розвитку в працях [8 - 15].

Прикладні задачі механіки, які можливо застосувати під час проєктування машин агропромислового комплексу, розглянуто А.Г. Куценко, М.М. Бондар, В.М. Пришляком, Л.С. Шимко в роботі[11]. Розв'язування таких прикладних задач є питанням актуальним як на етапі підготовки агроінженерних фахівців до професійної роботи так і в процесі проєктування технічних засобів механізації.

Питання щодо оптимізації конструкцій технічних механізмів проведено авторами Ю.В. Човнюком, В.М. Пришляком, Л.С. Шимко, С.П. Приходьком в роботі[12]. Запропоновані там технології по розробці машин з оптимальними параметрами відповідають найбільшою мірою потребам сучасного агровиробництва.

Авторами Возняком О.М., Штуцем А.А., Замрієм М.А. запропоновано пристрій, призначений для переміщень рухомого органа виконавчих устаткувань вібраційних машин [14].

Авторами Булгаковим В.М., Кувачовим В.П., Солоною О.В., Борисом М.М. побудовано в [15] графіки нормованих кореляційних функцій вертикальних коливань мостового агропристрою при його русі по слідах постійної технологічної колії.

Формулювання мети досліджень. Метою даної роботи є побудова принципів оптимального(максимального) наповнення певної зовнішньої об'ємної геометричної структури скінченною множиною об'єктів округлої геометричної форми, встановлення кількісної характеристики такого наповнення, введення до розгляду і обчислення певного коефіцієнта щодо корисного максимального наповнення такої структури шляхом відношення сумарного корисного об'єму до відповідного об'єму всієї зовнішньої геометричної структури.

Результати дослідження. Розглянемо деякі прикладні задачі, що теоретично описують процеси і явища реального агропромислового виробництва.

Постановка задачі. Поставимо за мету розрахувати можливості максимального заповнення заданої геометричної фігури (як плоскої, так і об'ємної) множиною кругів (відповідно, куль) однакового радіуса r, а саме кількісну складову такого оптимального наповнення, а також запропонуємо певний логічний критерій оцінки такого максимального наповнення. Такий критерій може бути обраний як відношення всієї корисної площі чи об'єму наповнення заданої геометричної структури до площі або об'єму всієї зовнішньої геометричної структури. В даній роботі основний акцент досліджень буде зосереджено саме на об'ємному випадку взаємних розташувань геометричних об'єктів.

Результати досліджень. Для того, щоб зовнішня геометрична структура досягала свого максимального наповнення, будемо вимагати того, щоб лінійні розміри тієї чи іншої заданої геометричної структури були б кратними числовому значенню $d = 2r$ ($d -$ діаметр). За цієї необхідної умови об'єм непродуктивних пустот зовнішньої геометричної структури мінімізується і відповідно наповнення такої структури досягатиме екстремальних (максимальних) значень.

1. Маємо в об'ємному випадку (тобто в тривимірному просторі– декартову систему координат: Х – абсциса, У – ордината, Z– третій вимір) у якості зовнішньої геометричної структури розглядається прямокутний паралелепіпед з розмірами сторін відповідно a, b та c, числові значення яких є кратними значенню $2r, r -$радіус кожної з куль наповнення паралелепіпеда, тобто

$$\frac{a}{2r} = m,\ \frac{b}{2r} = n, \frac{c}{2r} = k \quad (1)$$

де $m, n, k -$ цілі числа, тоді кількісна величина оптимального (максимального) наповнення даної об'ємної геометричної структури легко встановлюється і є такою:

$$N = mnk. \quad (2)$$

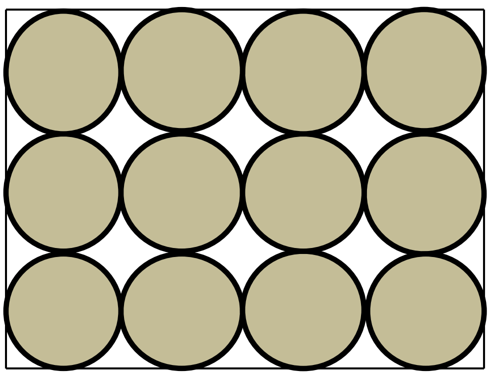

Рис. 1. Прямокутний переріз об'ємної структури у вигляді прямокутного паралелепіпеда, $m = 4, n = 3$ з глибиною (висотою) k=4

Для прикладу такої простої структури (рис. 1) приведено структуру у вигляді прямокутника зі значеннями $m = 4, n = 3, k = 4$.

Тоді $N = 48$. Тепер у даному прикладі встановимо ступінь (коефіцієнт) ефективності такого наповнення заданої структури як відношення суми об'ємів всіх 48 куль до об'єму заданої зовнішньої прямокутної структури. Маємо:

$$\xi = \frac{4mnk\pi r^3}{3abc}100\% = \frac{4mn\pi r^3}{24mnkr^3}100\% = \frac{\pi}{6}100\% = 52{,}3\%. \quad (3)$$

Порівнюючи результати плоского та об'ємного наповнень відповідної геометричної структури, можемо встановити факт того, що коефіцієнт наповнення для плоскої моделі наближено в 1,5 разів більший у порівнянні з аналогічною тривимірною моделлю. Також у якості наступного висновку відмітимо те, що числові значення відповідних коефіцієнтів щодо питання корисного наповнення плоскої та об'ємної структур не залежать від лінійних розмірів зовнішньої геометричної структури.

2. У якості іншої зовнішньої геометричної структури у тривимірному просторі розглянемо циліндр радіуса кола основи $R, (R > r)$, тут r – значення фіксованого радіуса максимально можливої кількості внутрішніх куль, які заповнюють об'єм зовнішньої структури, H –твірна циліндричної структури. Нехай

$$\frac{R}{r} = l, \quad (4)$$

де l – ціле число.

Цей пункт розіб'ємо на два підпункти в залежності від парності–непарності значення l.

А) Нехай $l = 2k - 1,\ k$ – ціле число. Маємо випадок непарної моделі. Приклад кругового поясу в перерізі такої структури при $k = 3 (l = 5)$ приведено на рис. 2.

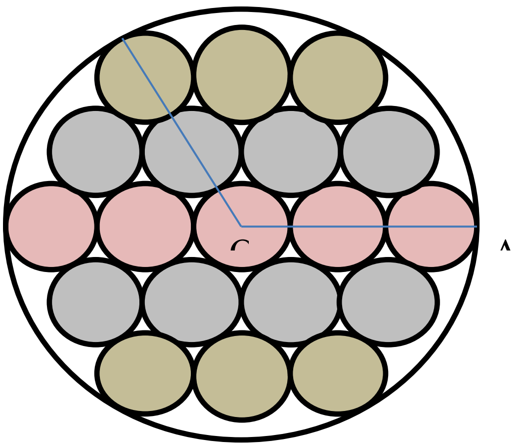

Рис. 2. Приклад кругового перерізу об'ємної зовнішньої циліндричної структури з радіусом кола основи R, максимально заповненої множиною однорідних кругів фіксованого радіуса $r, R > r$ у випадку, коли відношення $\frac{R}{r}$ –непарне число ($\frac{R}{r} = 5$), $\frac{\mathrm{H}}{2r}$ –ціле число, H –твірна циліндра

Встановлено залежність максимально можливої кількості малих кругів всередині зовнішньої кругової структури і дана залежність визначається формулою наступного вигляду [2]:

$$N(R = (2k-1)r) = 2k - 1 + 2\sum_{i=1}^{k-1}(2k - 1 - i), k = 2, 3, 4, \ldots \quad (5)$$

Після спрощень результату (5) маємо:

$$N(R = (2k-1)r) = 3k^2 - 3k + 1, k = 2, 3, 4, \ldots \quad (6)$$

Як бачимо, згідно останнього результату, значення числа N зростає в квадратичній, по відношенню до k, залежності.

Використавши приведений результат (9), можемо легко встановити максимально можливу кількість малих кругів для наповнення великого круга (рис. 2):

$$N(R = 5r) = 27 - 9 + 1 = 19. \quad (7)$$

Залежність числа N від значення цілого k також можливо знайти за допомогою табл.1.

Таблиця 1.

Залежність максимально можливої кількості малих куль від значення цілого k, які розташовані всередині кругового поясу циліндра згідно результату формул (5) або (6)

k	2	3	4	5	6
Кількість куль N радіуса r в залежності від значення k (R=(2k-1)r)	7	19	37	61	91

Б) Нехай $l = 2k,\ k$ –ціле число. Це випадок так званої парної моделі. Приклад такої конкретної структури $k = 3 (l = 6)$ приведено на рис. 3.

У такому випадку залежність максимально можливої кількості малих куль всередині зовнішньої кругового пояса циліндричної структури визначається формулою вигляду:

$$\mathrm{N(R = 2kr) = 2k + 2\sum_{i=1}^{k-1}(2k - i), k = 2, 3, 4, \ldots} \quad (8)$$

Спрощення даного результату особливо при великих значеннях цілого k визначається наступним чином:

$$N(R = 2kr) = 3k^2 - k, k = 2, 3, 4, \ldots \quad (9)$$

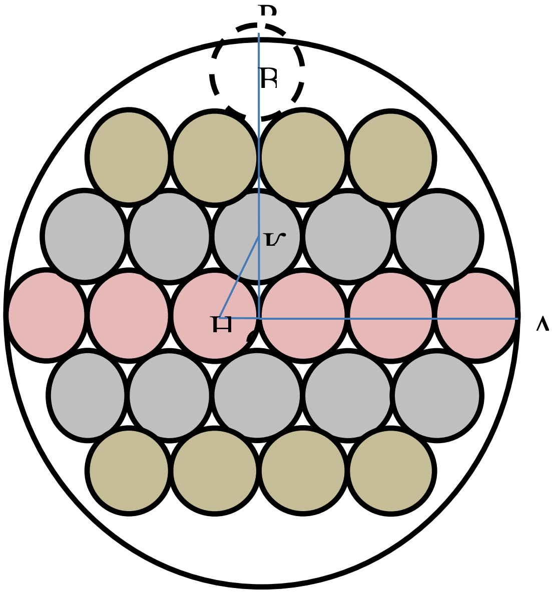

Рис. 3. Приклад кругового перерізу об'ємної зовнішньої циліндричної структури радіуса R, максимально заповненої множиною куль фіксованого радіуса $r, R > r$ у випадку, коли $\frac{R}{r}$ – парне число ($\frac{R}{r} = 6$), $\frac{H}{2r}$ – ціле число, H – твірна циліндра

Виходячи з результату (9), маємо аналогічну квадратичну залежність між значеннями N та k.

Встановлена залежність аналогічним чином приведена у вигляді табл. 2.

Таблиця 2.

Залежність максимально можливої кількості малих куль від значення цілого k, які розташовані всередині кругового пояса циліндра згідно результату формул (8) та (9)

k	2	3	4	5	6
Кількість кругів *N* радіуса r в залежності від значення *k* (*R*=2*kr*)	10	24	44	70	102

Зупинимось на питанні встановлення значення коефіцієнта ефективного максимального наповнення такої зовнішньої циліндричної структури. Для непарної моделі щодо даного коефіцієнта маємо наступну оцінку:

$$\xi_{неп} = \xi(R = (2k-1)r) = \frac{4N(R=(2k-1)r)\pi r^3}{6\pi R^3} 100\% = \frac{2N(R=(2k-1)r)\pi r^3}{3\pi r^3 (2k-1)^3} 100\% = \frac{2(3k^2-3k+1)}{3(2k-1)^3} 100\% \approx 50\% \quad (10)$$

Аналогічно для парної моделі:

$$\xi_{п} = \xi(R = 2kr) = \frac{4N(R=2kr)\pi r^3}{6\pi R^3} 100\% = \frac{2N(R=2kr)\pi r^2}{3\pi r^2 (2k)^2} 100\% = \frac{2(3k^2-k)}{3(2k-1)^2} 100\% \approx 50\% \quad (11)$$

Таким чином значення об'ємного коефіцієнта корисного наповнення даної структури наближається до певного сталого числового значення, наближено рівного 50%.

Для прикладу ілюстрації приведених щодо зовнішніх циліндричних структур встановимо максимально можливу кількість ягід вишні у трилітровій банці. Тут нехай висота банки дорівнює 16 см, її діаметр – 14 см, а діаметр ягоди – 2 см. Тоді відношення радіуса банки до радіуса ягоди рівне 7, а кругових незалежних прошарків з цих ягід по висоті банки маємо 8. У кожному з прошарків згідно табл. 1 буде 37, оскільки $k = 4$. У 8-ми прошарках максимально буде 296 ягід. Треба зауважити, що така кількість ягід є максимально теоретично можливою, якщо ці ягоди максимально щільно упаковані і розташовані відповідним симетричним чином. Цього факту частково досягається при струшуванні банки або при її транспортуванні, коли теж відбувається ефект цього самого струшування приведеної в якості прикладу зовнішньої циліндричної структури. При цьому мінімальний об'єм сиропу, яким заповнена банка складає згідно вище приведеної оцінки не менше 1,5 літра.

3. Нехай в якості зовнішньої об'ємної геометричної структури для наповнення однорідною скінченною множиною куль радіуса r маємо круговий конус з радіусом кола основи, рівним R. На рис. 4 зображено осьовий переріз такої об'ємної структури конічного типу та її максимально можливе наповнення однорідною множиною куль радіуса $r, R > r$ (тут $a = 2R$), a – твірна конуса.

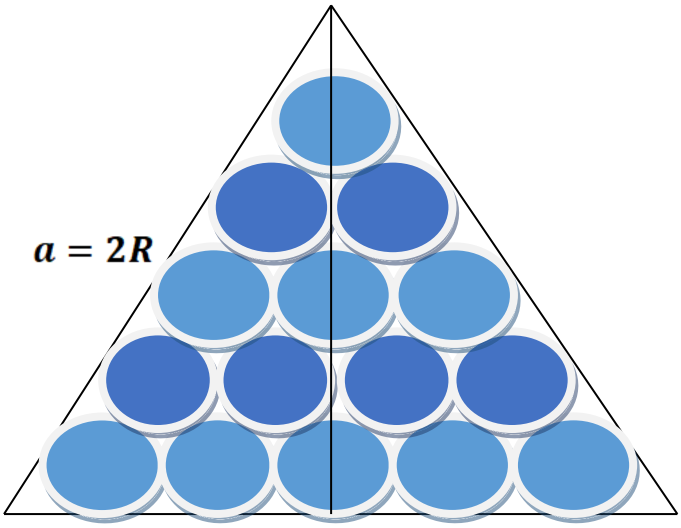

Рис. 4. Осьовий переріз кругового конуса з радіусом кола основи $R = \frac{a}{2}$, максимально заповненої множиною куль фіксованого радіуса $r, R > r$ a –твірна конуса

З даного рисунка можемо встановити закономірність максимального наповнення такої стереометричної фігури, а саме: кількість однорідних куль з непарним числом таких об'єктів вдовж діаметра деякого кругового поясу послідовно змінюється парним числом таких куль у наступному меншому за діаметром круговому поясі. Тим самим, бачимо ознаки, відповідно, непарної та парної вищезгаданих моделей щодо обчислення відповідної кількості максимально розміщених куль всередині відповідних проміжних кругових поясів. Нехай Q –це сумарна максимальна кількість вмісту малих шарів усередині приведеної зовнішньої конічної структури, тоді можемо встановити оцінку такого числового значення як:

$$Q = N_1(R_1 = r) + N_2(R_2 = 2r) + N_3(R_3 = 3r) + \cdots \quad (12)$$

Наприклад, загальна максимально можлива кількість шарів приведеної на рис.4 зовнішньої конічної структури визначається таким чином:

$$Q = 1 + 4 + 7 + 10 + 19 = 41. \quad (13)$$

Для даної приведеної структури встановимо значення коефіцієта максимального заповнення цієї конічної структури як відношення корисного до загального об'ємів:

$$\xi = \frac{\frac{4}{3} \cdot 41 \cdot \pi r^3}{\frac{1}{3} \cdot \pi R^2 \cdot R\sqrt{3}} 100\% = \frac{164 r^3}{\sqrt{3}\,(5+\sqrt{3})^3 r^3} 100\% \approx 32\% \quad (14)$$

Отож значення приведеного коєфіцієнта асимптотично збігається до певного сталого значення, рівного 32%. Як бачимо, значення даного коєфіцієнта для конічних структур при їх наповненні є суттєво меншим за попередні розглянуті структури.

4. Розглянути питання щодо наповнення об'ємних зовнішніх геометричних структур сферичної форми радіусом R однорідною множиною менших куль радіуса r, то, як бачимо з рис. 2, таке максимальне наповнення може бути організоване і обчислене аналогічним чином до наповнення конічної структури з тою відмінністю, що парні-непарні об'ємні структури у вигляді відповідних кругових поясів дублюються двічі, тобто вниз та догори. Так, наприклад, загальна кількість об'ємного наповнення приведеної на рис. 2 сферичної структури може бути встановлена наступним чином:

$$Q = N_1(R_1 = 5r) + 2N_2(R_2 = 4r) + 2N_3(R_3 = 3r) = \\ = 19 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 7 = 52. \quad (15)$$

Щодо коєфіцієнта оцінки максимальності наповнення останньої з приведених об'ємних структур, маємо наступний результат:

$$\xi = \frac{\frac{4}{3} \cdot 52 \cdot \pi r^3}{\frac{4}{3} \cdot \pi R^3} 100\% = \frac{52}{125} 100\% \approx 41{,}6\% \,. \quad (16)$$

Висновки. У результаті проведення наукових досліджень:

– досліджено випадки максимальності наповнення тривимірних геометричних структур скінченною множиною сферичних однорідних геометричних об'єктів, встановлено кількісну міру кожного з приведених випадків наповнень;

–введено до розгляду коєфіцієнт такого корисного наповнення відповідної обємної геометричної структури у тривимірному просторі, зроблено оцінку в обчисленні даного коєфіцієнта;

– зроблено порівняльний аналіз таких коєфіцієнтів для різних за геометрією об'ємних структур і встановлено, що цей коефіцієнт корисного наповнення знаходиться в межах від 32 до 50 відсотків;

– необхідно зауважити, що приведені в роботі результати по наповненню згаданих об'ємних геометричних структур встановлюють цифри максимальних можливостей таких наповнень. На практиці при відповідних хаотичних розташуваннях однорідної множини об'єктів, якими заповнюється ця зовнішня структура, дане число буде дещо меншим.

Список використаних джерел

1. Войтюк В.Д., Бондар С.М., Шимко Л.С., Пришляк В.М. Управління технологічними процесами у рослинництві. Підручник для вищих навчальних закладів зі спеціальності агроінженерія. Ніжин. ТОВ «Видавництво «Аспект Поліграф». 2016. 676 с.
2. Дубчак В. М., Пришляк В. М. Моделювання технологічних процесів наповнення геометричних структур робочих органів бункерного типу сільськогосподарських машин матеріалами сферичної форми. Вібрації в техніці та технологіях. 2021. № 4 (103). С.77-89.
3. Безугла Ю.С. Геометричне моделювання розміщення неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях. Дис. на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук. Національний університет цивільного захисту України. Харків. 2016. 183 с.
4. Ванін В.В. Комп'ютерне геометричне моделювання як існуюча основа автоматизованого проєктування об'єктів машинобудування. Сучасні проблеми моделювання. Вип. 2. 2014. 22-25.
5. Пилипака С.Ф. Конструювання сферичних кривих у функції натурального параметра. Біоресурси та природовикористання. Т.5. № 3-4. 2013. 57-62.
6. Корчинський В.М. Класифікація геометричних форм об'єктів на багатоспектрових растрових зображеннях. Прикладна геометрія та інженерна графіка. Київ. Вип. 88. 2011. 116-120.
7. Чуб І.А., Новожилова М.В., Андронов В.А. Моделювання прикладних оптимізаційних задач розміщення об'єктів з метричними характеристиками, що змінюються. Харків. НУЦЗ України. 2017. 167 с.
8. Чуб І.А., Новожилова М.В. Формалізація умов взаємного неперетину об'єктів задачі розміщення багатокутників в анізотропній області в полярній системі координат. Системи обробки інформації. Вип. 1 (82). 2010. 196-199.
9. Lodi A. Two-dimensional packing problems: a survey. European Journal of Operational Research. 2002. Vol. 141. P. 241-252.
10. Куценко А. Г., Бондар С. М., Пришляк В. М. Біомеханіка суцільних середовищ : монографія. Київ : НУБіП України, 2014. 512 с.
11. Прикладна механіка в прикладах та задачах: підручник / Куценко А.Г., Бондар М.М., Пришляк В.М., Шимко Л.С. Ніжин : ТОВ «Видавництво «Аспект Поліграф», 2015. 804 с.
12. Оптимізація конструкцій технічних систем : навч. посіб. / Човнюк Ю. В., Пришляк В. М., Шимко Л. С., Приходько С. П. Ніжин : ТОВ «Видавництво «Аспект Поліграф», 2016. 464 с.
13. Машини та обладнання в сільськогосподарській меліорації: підручник / Калетнік Г. М., Чаусов М. Г., Бондар М. М., Пришляк В. М. та ін.; за ред. Г. М. Калетніка та М. Г. Чаусова. Київ : Хай-Тек Прес, 2011. 488 с.
14. Возняк О.М., Штуць А.А., Замрій М.А. Розробка мікропроцесорного контролера для вимірювання лінійного переміщення рухомих органів виконавчих механізмів вібраційних машин. *Вібрації в техніці та технологіях*. 2021. №2 (101). 71-84.
15. Булгаков В.М., Кувачов В.П., Солона О.В., Борис М.М. Експериментальне дослідження інтенсивності коливань сільськогосподарських машинно-тракторних агрегатів. *Вібрації в техніці та технологіях.* 2021. №3 (102). 24-33.

Reference

1. Voytiuk, V. D, Bondar, S. M, Shimko, L. S, Pryshlyak, V. M. (2016). *Upravlinnya tekhnolohichnymy protsesamy u roslynnytstvi : pidruchnyk dlya vyshchykh navchal'nykh zakladiv zi spetsial'nosti ahroinzheneriyi* // [Management of technological processes in crop production: a textbook for higher educational institutions in the field of agroengineeringook for higher educational institutions in the field of agroengineering. Nizhyn : Publishing House "Aspect Polygraph". 676 p. [in Ukrainian].
2. Dubchak, V.M., Pryshliak, V.M. (2021). Modelyuvannya tekhnolohichnykh protsesiv napovnennya heometrychnykh struktur robochykh orhaniv bunkernoho typu

sil's'kohospodars'kykh mashyn materialamy sferychnoyi formy. [Modeling of technological processes of filling the geometric structures of the working bodies of bunker-type agricultural machines with spherical materials]. Vibration in engineering and technology. 2021. №4 (103). 77-89. [in Ukrainian].

3. Bezugla, Yu.S. (2016). Heometrychne modelyuvannya rozmishchennya neoriyentovanykh ob'yektiv z kusochno-neliniynymy hranytsyamy u bagatozv'yaznykhoblastyakh. [Geometrical design of placing of non-orientable objects from кус by eye-nonlinear borders in multicoherent areas]. Natsional'nyy universytet tsyvil'nogo zakhystu Ukrayiny [National University of Civil Defense of Ukraine]. Kharkiv. [in Ukrainian].

4. Vanin, V.V. (2014) Komp'yuterne heometrychne modelyuvannya yak isnuyucha osnova avtomatyzovanoho proekuvannya ob'yektiv mashynobuduvannya [Computer geometric modeling as an existing basis for automated design of mechanical engineering objects]. Suchasni problem modelyuvannya [Modern problems of modeling], 2, 22-25, [In Ukrainian].

5. Pylypaka, S.F. (2013) Konstruyuvannya sferychnykh kryvykh u funktsiyi natural'noho parametra [Construction of spherical curves as a function of a natural parameter]. Bioresources and nature management. T.5. No. 3-4. 2013. 57-62.

6. Korchynsky, V.M. (2011) Klasyfikatsiya heometrychnykh form ob'yektiv na bagatospektrovykh rastrovykh zobrazhennyakh [Classification of geometric shapes of objects on multispectral raster images]. Prykladna heometriya ta inzhenerna hrafika [Applied geometry and engineering graphics], Kyiv, 88, 116-120,[In Ukrainian].

7. Chub, I.A, Novozhilova, M.V., Andronov, V.A. (2017) Modeluvannya prykladnykh optymizatsiynykh zadach rozmishchennea ob'yektiv z metrychnymy kharakterystykamy, shcho zminyuuyt'sa [Simulation of applied optimization problems of placement of objects with changing metric characteristics]. NUTSZ Ukrayiny[NUTSZ of Ukraine], Kharkiv, [In Ukrainian].

8. Chub, I.A. (2010) Formalizatsiya umov vzayemnogo neperetynu ob'yektiv zadachi rozmishchennya bagatokutnykiv v anizotropniy oblasti v polyarniy systemi koordynat [Formalization of conditions of mutual non-intersection of objects of the problem of placement of polygons in the anisotropic region in the polar coordinate system. Information processing systems]. Systemy obrobky informatsiyi [Information processing systems],1(82), 196-199, [In Ukrainian].

9. Lodi, A. (2002) Two–dimensional packing problems: a survey. European Journal of Operational Research 141, 241-252, [In Italy].

10. Kaletnik, G. M., Chausov, M. G.,. Shvayko, V. M., Pryshlyak, V. M. and others. (2011). *Osnovy inzhenernykh metodiv rozrakhunkiv na mitsnist' i zhorstkist'. CH.I, II: Pidruchnyk [Fundamentals of engineering methods of calculations for strength and rigidity. Ch.I, II: Textbook].* Kyiv : 616 [in Ukrainian].

11. Kaletnik, G. M., Chausov, M. G.,. Shvayko, V. M., Pryshlyak, V. M. and others. (2013). Osnovy inzhenernykh metodiv rozrakhunkiv na mitsnist' i zhorstkist'. CH.I, II: Pidruchnyk [Fundamentals of engineering methods of calculations for strength and rigidity. Ch.III: Textbook]. Kyiv : High Tech Press, 528 [in Ukrainian].

12. Chovnyk, Yu.V., Pishlyak, V.M., Shymko, L.S., Prykhodko, S.P. (2016). *Optymizatsiya konstruktsiy tekhnichnykh system [Optimization of designs of technical systems].* Nizhin: Aspect Polygraph Publishing House LLC. [in Ukrainian].

13. Kaletnik, G.M., Chausov, M.G., Bondar, M.M., Pryshlyak, V.M. and others. (2011). Mashyny ta obladnannya v sil's'kohospodars'kiy melioratsiyi [Machines and equipment in agricultural land reclamation]. K.: High-tech Press. [in Ukrainian].

14. Wozniak, O. M, Shtuts, A. A, Zamrii, M. A. (2021) Rozrobka mikroprotsesornoho kontrolera dlya vymiryuvannya liniynoho peremishchennya rukhomykh orhaniv vykonavchykh mekhanizmiv vibratsiynykh mashyn. [Development of a microprocessor controller for measuring the linear movement of moving bodies of actuators of vibrating machines.]. Vibration in engineering and technology. 2021. №2 (101). 71-84. [in Ukrainian].

15. Bulgakov, V. M, Kuvachov, V. P, Solona, O. V, Boris, M. M. Eksperymental'ne doslidzhennya intensyvnosti kolyvan' sil's'kohospodars'kykh mashynno-traktornykh ahrehativ. [Experimental study of the intensity of

oscillations of agricultural machine-tractor unit] Vibration in engineering and technology. 2021. №3 (102). 24-33. [in Ukrainian].

MATHEMATICAL MODELING FILLING VOLUME GEOMETRIC STRUCTURES OF BUNKER-TYPE WORKING BODIES MATERIALS OF SPHERICAL FORM

The study of this work is a continuation of some previous results. The issue of filling certain external geometric objects or structures with a homogeneous set of other objects, in particular, a rounded shape, is an urgent task for solving a number of problematic issues in the field of agro-industrial production, storage and transportation of products of the appropriate geometric shape. The problem of effective maximum filling of containers of various geometries when storing products, bunker storages is always an urgent task not only in agricultural production, but also in the field of mechanical engineering, pharmaceuticals, furniture industry, military logistics, etc.

As a result of research conducted on the modeling of technological processes of filling high-tech working bodies with geometric structures in the form of loose materials of spherical shape, in the research data, unlike the previous results, the emphasis is placed on the use of mathematical models of external three-dimensional geometric structures. For these structures, the introduction of similar to the flat case of fillings, the utility coefficient of such a maximum filling, was proposed and tested. In the case of three-dimensional geometric objects, this indicator is set as the ratio of the maximum possible useful volume to the entire volume of the external geometric structure that is to be filled (in percent). The value of this coefficient for standard three-dimensional geometric bodies or structures is calculated and the corresponding results are given. In this work, as supporting material, relevant drawings, tabular values as an illustration of individual formula results, and brief conclusions of the conducted research are given.

Keywords: *spherical materials, modeling of technological processes, filling of geometric structures, working body.*

Відомості про автора

Дубчак Віктор Миколайович – кандидат технічних наук, доцент кафедри математики, фізики та комп’ютерних технологій Вінницького національного аграрного університету (вул. Пирогова, 111/21, м. Вінниця, Україна, 21037,

e-mail: viktor_dubchak@rambler.ru).

Dubchak Viktor– Ph.D., Associate Professor of the Department of Mathematics, Physics and Computer Technologies of Vinnitsa National Agrarian University (Pirogov St., 111/21, Vinnitsa, Ukraine, 21037, e-mail: viktor_dubchak@rambler.ru).\