



**Булгаков В. М.**  
академік НААН України,  
д.т.н., професор

**Національний університет  
біоресурсів і  
природокористування  
України**

**Адамчук В. В.**  
академік НААН України,  
д.т.н., професор

**Національний науковий  
центр «Інститут  
механізації та  
електрифікації сільського  
господарства»**

**Калетнік Г. М.**  
академік НААН України,  
д.е.н., професор

**Вінницький національний  
аграрний університет**

**Головач І. В.**  
чл.-кор. НААН, д. т. н., професор

**Національний університет  
біоресурсів і  
природокористування  
України**

**Bulgakov V.**  
**National University of Life and  
Environmental Sciences of  
Ukraine**

**Adamchuk V.**  
**National Research Center  
"Institute of Mechanization  
and Electrification of  
Agriculture"**

**Kaletnik G.**  
**Vinnitsia National Agrarian  
University**

**Golovach I.**  
**National University of Life and  
Environmental Sciences of  
Ukraine**

**УДК 631.056.2**

**DOI: 10.37128/2306-8744-2021-1-5**

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВЕРТИКАЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ГИЧКОЗБИРАЛЬНОЇ МАШИНИ, ФРОНТАЛЬНО НАВІШЕНОЇ НА ПРОСАПНИЙ ТРАКТОР**

Експериментальні дослідження й виробничий досвід показують, що найбільш продуктивний і якісний збір гички цукрового буряка, без наявності ґрунтових домішок, можливий тільки тоді, коли здійснюється суцільний безкопінний зріз її основної маси на корені. Однак, використання гичкозбиральних машин з роторними гичкозрізаючими апаратами, що здійснюють безкопінний зріз та фронтально навішені на енергетичні засоби, а також значне підвищення робочих швидкостей збирання викликають інтенсивні коливання зазначених гичкозбиральних машин у повздовжньо-вертикальній площині, що не тільки знижує якість обрізки головок коренеплодів, але й викликає значні втрати гички. Тому виникає необхідність аналітичного визначення впливу кінематичних і конструктивних параметрів гичкозбиральної машини, фронтально навішеної на колісний трактор, на величину амплітуди коливань у повздовжньо-вертикальній площині її гичкозрізаючого апарата. З огляду на цю необхідність, у цій роботі нами побудована розрахункова математична модель руху гичкозбиральної машини, фронтально навішеної на колісний трактор на основі використання вихідного рівняння динаміки у формі Лагранжа 2-го роду. Відповідно до розробленої еквівалентної схеми й виконання необхідних математичних перетворень отримано нелінійне диференціальне рівняння, що описує коливання зрізаючого роторного апарата гичкозбиральної машини у повздовжньо-вертикальній площині при русі її пневматичних копіювальних коліс нерівностями поверхні ґрунту. За складеною програмою й чисельним рішенням на ПК зазначеного диференціального рівняння визначено раціональні конструктивні й кінематичні параметри фронтально навішеної на трактор гичкозбиральної машини, які забезпечують зниження зазначених коливань. Так, при поступальній швидкості руху гичкозбирального агрегату, що дорівнює  $V = 3,0 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ , амплітуда коливань ротора гичкозбиральної машини зменшується в 1,2...1,5 рази порівняно з висотою нерівностей поверхні поля  $h_0 = \pm 0,04 \text{ м}$ . При амплітуді коливань нижніх кінців ножів роторного зрізаючого апарата до 4 см втрати гички істотно не зростають. Однак, при збільшенні значень амплітуди зазначених коливань до 7 см і більше втрати гички значно зростають, максимальні їх значення перевищують 12%.

**Ключові слова:** гичка, роторний ріжучий апарат, трактор, коливання, диференціальні рівняння, раціональні параметри.

**Постановка проблеми.**

Проведені останнім часом дослідження, технологічні й виробничі випробування показують, що гичка коренеплодів цукрового буряка, що раніше в основному використовувалася як органічне добриво, може ефективно застосовуватися як сировина для одержання біогазу. Тому її збір і транспортування при збиранні цукрового буряка є актуальним завданням в галузі механізації сільського господарства. Крім цього, якісна обрізка головок коренеплодів цукрового буряка також зменшує втрату їх цукроносних верхніх частин, що істотно підвищує вихід бурячної сировини, а, значить, і вихід цукру з кожного гектара посівів.

Варто зазначити, що останнім часом у багатьох бурякосіючих країнах найбільш широкого поширення одержав багатостадійний спосіб збирання гички, при якому спочатку здійснюється суцільний основний зріз усього масиву гички, її збір і транспортування в транспортний засіб, що рухається поруч, а далі здійснюється доочищення або дообрізка (або одночасно й доочищення й дообрізка різними робочими органами) головок коренеплодів від залишків гички. Оскільки зазначені операції здійснюються послідовно, і збирання гички передують операції викопування коренеплодів буряка із ґрунту, гичкозбиральні машини як самостійні сільськогосподарські машини, або як гичкозбиральні модулі бурякозбиральних комбайнів, обов'язково навішуються фронтально на енергетичний засіб (на трактор або на передню частину рами самохідних бурякозбиральних комбайнів). Однак, проведеними експериментальними дослідженнями встановлено, що в процесі роботи фронтально навішена на трактор гичкозбиральна машина здійснює в просторі коливальні рухи, які визначаються рельєфом поверхні поля, поступальною швидкістю руху трактора, розміщенням копіювальних коліс відносно системи підвісу машини й ін., що істотно впливає на якість виконання цього технологічного процесу. Використання у ролі копіювальних пневматичних коліс викликає коливання гичкозбиральної машини у вертикальній площині, що найбільшою мірою впливає на якість виконання технологічного процесу – рівномірне зрізання гички з головок коренеплодів по всій ширині захвата і її збір без значних втрат.

**Аналіз останніх досліджень публікацій.** Незважаючи на широке поширення фронтально навішених гичкозбиральних модулів бурякозбиральних машин західного, а також деяких конструкцій вітчизняного виробництва, фундаментальні аналітичні

дослідження їхнього коливального руху нерівностями поверхні ґрунту практично відсутні. У роботі [1] наведено теоретичне дослідження коливань фронтально навішеної на трактор гичкозбиральної машини з використанням вихідних рівнянь у формі Лагранжа 2-го роду. Однак у зазначеній роботі не враховані всі сили, які діють на цю динамічну систему, тому отримана математична модель її руху є недостатньо адекватною реальному процесу. Крім цього, у цій задачі розглядається система, що складається із двох диференціальних рівнянь щодо двох узагальнених координат, хоча більш точно ця задача може бути розв'язана з використанням усього лише однієї узагальненої координати. Застосовуючи таку ж методику [2], можна побудувати більш точну математичну модель руху цієї машини нерівностями поверхні ґрунту, що і дасть можливість вивчити вплив її конструктивних параметрів на розглянутий рух уздовж рядків коренеплодів цукрового буряка.

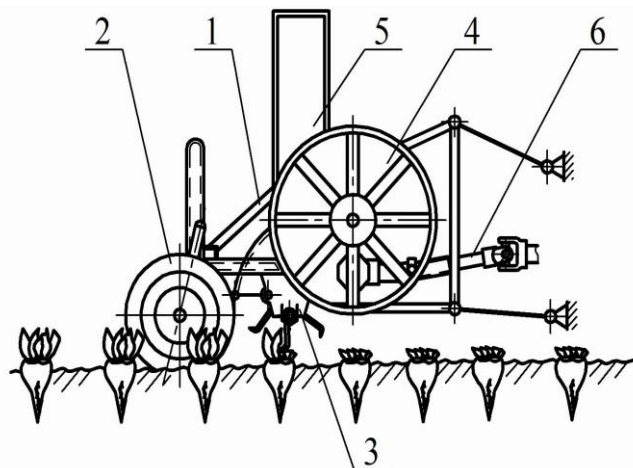
**Мета дослідження.** Забезпечити стабільний і стійкий рух у повздовжньо-вертикальній площині роторної гичкозбиральної машини, фронтально навішеної на колісний агрегатний трактор, шляхом теоретичного обґрунтування її конструктивних і кінематичних параметрів.

**Методи дослідження.** При проведенні наших досліджень використані методи побудови розрахункових математичних моделей функціонування сільськогосподарських машин і машинних агрегатів, на основі положень вищої математики, теоретичної механіки, методів складання програм і чисельного рішення диференціальних рівнянь на ПК.

**Результати дослідження і їхній аналіз.** Нами розроблена нова універсальна гичкозбиральна машина, що виконує технологічний процес за принципом косарки-подрібнювача, що фронтально навішена на колісний трактор. У цій машині застосовується роторний гичкозрізаючий апарат, у якому зрізаючі ножі шарнірно встановлені на приводному барабані, мають дугоподібну форму й, обертаючись у повздовжньо-вертикальній площині, забезпечують безпідірний, безкопирний зріз основного масиву гички по всій ширині захвату [9-11]. На рис. 1 показаний загальний вигляд цієї гичкозбиральної машини, а також її конструктивно-технологічна схема. Ця роторна гичкозбиральна машина здійснює суцільний зріз як пучків і листів гички, так і рослин, що перебувають на бурячній плантації, і транспортує зрізану масу в кузов транспортного засобу, що рухається поруч.



а



б

**Рис. 1. – Гичкозбиральна машина з ротаційним ріжучим апаратом, фронтально навішена на колісний трактор:**

а – загальний вигляд; б – конструктивно-технологічна схема:

1 – рама; 2 – пневматичне копіювальне колесо; 3 – роторний гичкозрізаючий апарат; 4 – кидалка зрізаної гички; 5 – вивантажувальний патрубок; 6 – привід робочих органів

Технологічний процес збирання гички цукрового буряка здійснюється в такий спосіб. При рухові колісного агрегатного трактора (з вузькими шинами) по рядках коренеплодів цукрового буряка копіювальні колеса 2, розташовані в передній частині рухомої рами 1, встановлюють ротор 3 з ножами на потрібну висоту зрізу. Ножі мають дугоподібну форму, причому шарнірно встановлені на циліндричній утворюючій по довжині ротора 3 таким чином, що забезпечують перекриття всієї ширини захвату. Ножі обертаються з великою частотою, завдяки чому забезпечується безопірний зріз усього масиву гички. Абсолютна швидкість кінців лез дугоподібних ножів для зрізу гички досягає  $20...25 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ , а для скошування інших, зокрема товстостебельних культур –  $40...50 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$  [11]. Зрізана дугоподібними ножами гичка рухається у верхню частину кожуха, де потрапляє на шнековий транспортер, що переміщує зрізану масу в торцеву частину машини, після чого кидалка 4 через патрубок 5 вивантажує її в кузов транспортного засобу, що рухається поруч із гичкозбиральним агрегатом. Привід 6 гичкозбиральної машини здійснюється від переднього вала відбору потужності агрегатного просапного трактора. Остаточний технологічний процес збирання гички відбувається при доочищенні головок коренеплодів від залишків гички встановленим позаду агрегатного трактора очисником з вертикальним приводним валом.

Варто відзначити, що повнота зібраного

урожаю гички і його якісні характеристики при збиранні гичкозбиральною машиною такого типу будуть визначатися стійкістю руху її роторного гичкозрізаючого апарата в повздовжньо-вертикальній площині, ефективністю копіювання нерівностей поверхні ґрунту в зоні її ширини захвату, а також загальними конструктивними параметрами, у тому числі параметрами механізму приєднання до агрегатного трактора.

Для визначення впливу конструктивних і кінематичних параметрів гичкозбиральної машини, фронтально навішеної на агрегатний колісний трактор, на коливання в повздовжньо-вертикальній площині гичкозрізаючого апарата необхідно побудувати її математичну модель, тобто скласти диференціальні рівняння її коливального руху.

Для цього аналітично розглянемо рух гичкозбиральної машини нерівностями поверхні ґрунту в повздовжньо-вертикальній площині, що найбільш істотно впливає на рівномірність зрізу гички з головок буряка. На підставі [1] складемо, насамперед, еквівалентну схему руху фронтально навішеної на колісний агрегатний трактор гичкозбиральної машини (рис. 2).

При цьому на еквівалентній схемі покажемо гичкозбиральну машину у двох її положеннях, коли розташовані попереду копіювальні колеса тільки наїжджають на нерівність поверхні ґрунту й коли вони вже перебувають на вершині цієї нерівності.



Як показано на рис. 2, гичкозбиральна машина приєднується до агрегатного трактора за допомогою двох нижніх тяг  $OK$  і однієї верхньої тяги  $DM$  механізму навішення агрегатного трактора, що має шарніри в точках  $O, D, M$  і  $K$ . Радіуси копіювальних коліс і гичкозрізаючого апарата позначимо відповідно через  $r$  і  $r_1$ . Масу всієї гичкозбиральної

машини позначимо через  $M$ ; масу двох копіювальних коліс – через  $m = m_1 + m_2$  (де  $m_1$  – маса першого копіювального колеса,  $m_2$  – маса другого копіювального колеса). Маса  $m$  обох копіювальних коліс на еквівалентній схемі буде зосереджена в точці  $B$ .

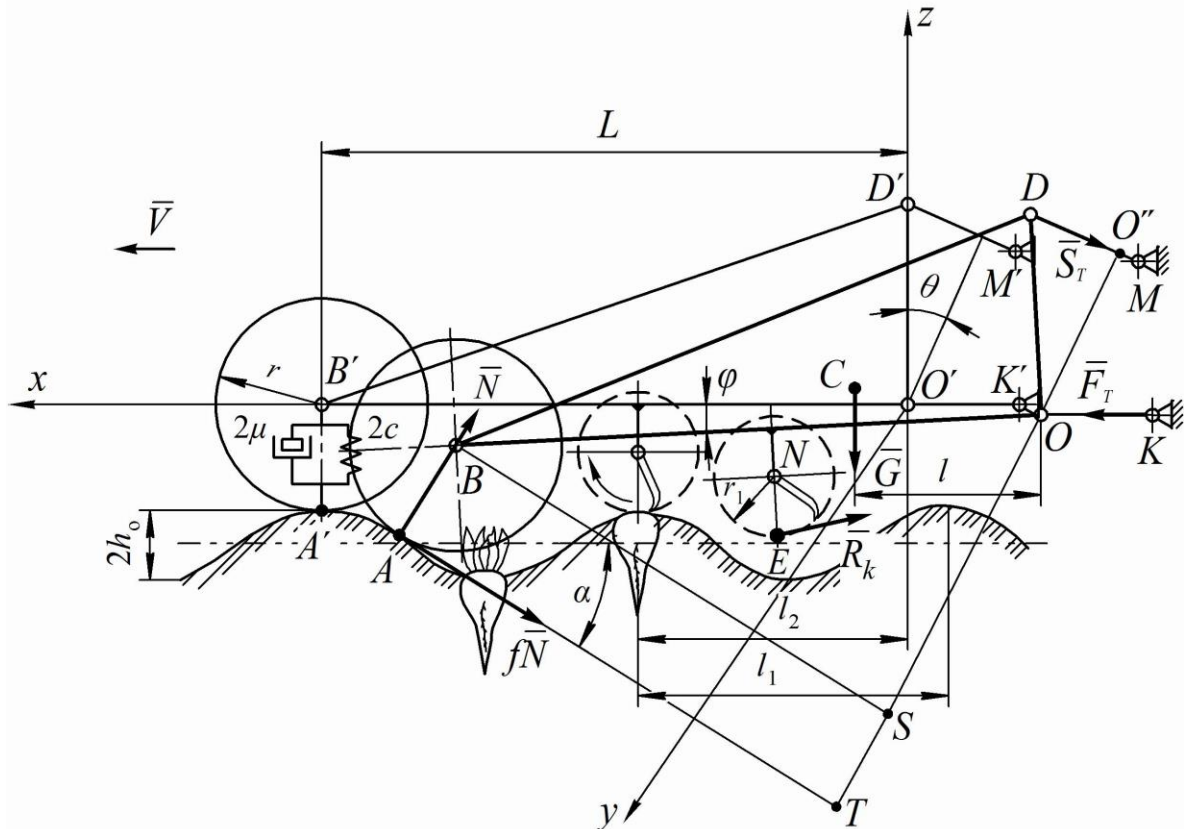


Рис. 2. – Еквівалентна схема фронтально навішеної на трактор гичкозбиральної машини

Віднесемо цю динамічну систему до нерухомого декартової системи координат  $xOyz$ . При цьому площина  $xOz$  співпадає з поздовжньою площиною гичкозбиральної машини і є вертикальною площиною, що перпендикулярна до поверхні поля.

Пневматичні копіювальні колеса представимо у вигляді пружнодемпфуючих моделей, які мають сумарний коефіцієнт твердості  $2c$  й сумарний коефіцієнт демпфірування  $2\mu$ .

Вважаємо, що обидва копіювальні колеса, при переміщенні в міжряддях посівів цукрового буряка рухаються в однакових умовах. При цьому пневматичне копіювальне колесо рухаючись у міжряддях посівів

цукрового буряка й зминаючи верхній найбільш пухкий шар ґрунту, контактує з нерівністю поверхні поля в точці  $A$ . До того ж нерівності поверхні ґрунту (у трохи згладженому стані) можна представити у вигляді гармонійної функції, тобто таким аналітичним виразом [3]:

$$h = h_o \left( 1 - \cos \frac{2\pi x}{l_1} \right), \quad (1)$$

де  $h$  – ордината висоти нерівності поверхні ґрунту, м,  $h_o$  – половина висоти нерівності поверхні ґрунту, м,  $l_1$  – крок нерівності поверхні ґрунту, м;  $x = Vt$  – поточна координата, м;  $V$



– поступальна швидкість руху гичкозбиральної машини,  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

Розглянемо більш уважно фізичний зміст агрегативання фронтально навішеної на трактор гичкозбиральної машини і її коливань при рухові нерівностями поверхні ґрунту. Насамперед варто зазначити, що агрегативний трактор, завдяки своїй вазі, при рухові нерівностями поверхні ґрунту, ще більш істотно зминає своїми ходовими колесами верхній шар ґрунту, згладжуючи тим самим наявні нерівності, що сприяє зменшенню амплітуди поступальних вертикальних коливань центру мас самого трактора.

Очевидно, що в силу зазначеного вище, вертикальні коливання колісного агрегативного трактора значно слабшають, однак, варто зазначити, що зовсім вони не зникають. Тому шарніри в точках  $K$  і  $M$  (рис. 2), які належать трактору, також здійснюють вертикальні коливання разом із трактором. Однак завдяки наявності шарнірів у точках  $O$  і  $D$  й значній масі гичкозбиральної машини, ці коливання на гичкозбиральну машину практично не передаються. Коливання агрегативного трактора викликають лише кутові коливання тяг  $OK$  і  $DM$ , які приєднують гичкозбиральну машину до трактора. Тому практично можна вважати, що шарніри  $O$  й  $D$  не здійснюють вертикальних коливань, а тяги  $OK$  й  $DM$  повертаються навколо точок  $O$  і  $D$  відповідно, а інші кінці (шарніри  $K$  й  $M$ ) коливаються самостійно разом із трактором. У силу сказаного вище можна вважати, що точки підвісу гичкозбиральної машини (шарніри  $O$  й  $D$ ) рухаються в першому наближенні прямолінійно й рівномірно.

Оскільки гичкозбиральна машина перебуває спереду агрегативного просапного трактора, то її копіювальні колеса на відміну від коліс трактора передусім сприймають існуючі нерівності профілю поверхні поля, що й викликає істотні вертикальні кутові коливання рами гичкозбиральної машини навколо точки  $O$ . Очевидно, що кут повороту  $\varphi$  рами гичкозбиральної машини навколо точки  $O$  істотно залежить від величини  $h$  нерівності в точці  $A$ , у якій у цей момент перебуває копіювальне колесо.

Охарактеризуємо далі вплив сил, показаних на еквівалентній схемі (рис. 2), на виникнення вертикальних кутових коливань рами гичкозбиральної машини при її рухові нерівностями поверхні ґрунту. Відразу відзначимо, що поворот рами машини навколо точки  $O$  може здійснювати тільки момент

певної сили, лінія дії якої не проходить через точку  $O$ . Такими основними силами в цьому випадку є нормальна  $\bar{N}$  й дотична  $f\bar{N}$  реакції ґрунту, прикладені в точці  $A$  контакту копіювального колеса із ґрунтом. Тут  $f$  – коефіцієнт опору перекочуванню копіювального колеса по поверхні ґрунту. Ці сили є зовнішніми активними силами, які передаються на раму гичкозбиральної машини з боку поверхні ґрунту. Вони виконують роботу, пов'язану з деформацією ґрунту, і на подолання тертя, а тому є активними силами. Незважаючи на те, який використовується тип копіювального колеса (пневматичне або з твердим ободом), воно здійснює деформацію ґрунту при рухові в міжряддях посівів цукрового буряка.

Істотний вплив на кутові коливання рами також здійснює сила ваги  $\bar{G}$  гичкозбиральної машини, що прикладена в її центрі мас (точка  $C$ ).

Також у точці  $E$  діє реакція  $\bar{R}_k$  опору зрізанню гички роторним гичкозрізаючим апаратом, як показано на еквівалентній схемі. Крім цього, уздовж нижньої тяги  $OK$  механізму навішення діє сила  $\bar{F}_T$  тяги трактора, спрямована від точки  $K$  до точки  $O$ , а уздовж верхньої тяги  $DM$  механізму навішення діє сила  $\bar{S}_T$  натягу тяги  $DM$ , спрямована від точки  $D$  до точки  $M$ , які також певним чином впливають на розглянутий коливальний процес. Істотну роль у створенні вертикальних коливань гичкозбиральної машини також грають пружнодемпфуючі властивості пневматичних шин її копіювальних коліс. Для урахування пружнодемпфуючих властивостей шин необхідно визначити потенційну енергію  $P$  й дисипативну функцію  $R$  цієї динамічної системи.

Для складання диференціальних рівнянь руху фронтально навішеної на агрегативний колісний трактор гичкозбиральної машини нерівностями поверхні ґрунту скористаємося диференціальними рівняннями руху у формі Лагранжа II роду [2].

У першу чергу визначимо узагальнені координати цієї динамічної системи. Положення рами гичкозбиральної машини, у тому числі і її центра мас (точка  $C$ ), у повздовжньо-вертикальній площині повністю визначається незалежною координатою  $\varphi$ .

Як уже вказувалося, на цю координату істотний вплив чинять нерівності поверхні ґрунту, а також пружнодемпфуючі властивості



шин її копіювальних коліс. При цьому важливо відзначити, що конструктивно осі копіювальних коліс з'єднані з рамою жорстко. А тому координата  $z$  вертикального переміщення центра мас пневматичних копіювальних коліс, (точка  $B$ ) пов'язана з кутом  $\varphi$  повороту рами машини наступним співвідношенням:

$$z = L \cdot \varphi, \quad (2)$$

де  $L$  – відстань від точки  $B$  осі копіювальних коліс до точки  $O$  підвісу рами до нижньої тяги  $OK$  механізму навіски (рис. 2).

Таким чином, координата  $z$  вертикального переміщення центра мас пневматичних копіювальних коліс не є незалежною, а жорстко зв'язана з кутовим переміщенням  $\varphi$  рами машини співвідношенням (2).

Отже, розглянута коливальна система може бути приведена до однієї узагальненої координати, а саме:

$$q = \varphi. \quad (3)$$

Тому така динамічна система має один ступінь свободи, а отже і одну узагальнену координату (3), що дає підставу скласти одне диференціальне рівняння у формі Лагранжа II-го роду такого вигляду:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_{\varphi} - \frac{\partial P}{\partial \varphi} - \frac{\partial R}{\partial \dot{\varphi}}, \quad (4)$$

де  $T$  – кінетична енергія розглянутої динамічної системи;  $Q_{\varphi}$  – узагальнена сила;  $P$  – потенційна енергія системи;  $R$  – дисипативна функція (функція Релея);  $\varphi$  – узагальнена координата;  $\dot{\varphi}$  – узагальнена швидкість.

Визначимо далі складові, які входять у рівняння (4). Так, кінетична енергія  $T$  зазначеної динамічної системи складається з кінетичної енергії  $T_1$  поступального руху гичкозбиральної машини, кінетичної енергії  $T_2$  кутового переміщення рами машини навколо точки  $O$ , кінетичної енергії  $T_3$  вертикальних коливань її копіювальних коліс і кінетичної енергії  $T_4$  обертання пневматичних

копіювальних коліс навколо осей, на яких вони встановлені. Тому в загальному вигляді кінетична енергія  $T$  буде дорівнювати:

$$T = \sum_{i=1}^4 T_i = T_1 + T_2 + T_3 + T_4. \quad (5)$$

Визначимо значення складових, які входять у вираз (5). Відповідно вони будуть рівні:

$$T_1 = \frac{MV^2}{2}, \quad (6)$$

де  $M$  – маса гичкозбиральної машини, кг;  $V$  – швидкість поступального руху центра мас машини, м·с<sup>-1</sup>.

$$T_2 = \frac{I_{oy} \dot{\varphi}^2}{2}, \quad (7)$$

де  $I_{oy}$  – момент інерції рами гичкозбиральної машини відносно осі  $Oy$ , що перпендикулярна повздовжньо-вертикальній площині й проходить через точку  $O$ , кг·м<sup>2</sup>;  $\dot{\varphi}$  – кутова швидкість повороту рами машини, с<sup>-1</sup>.

$$T_3 = \frac{m\dot{z}^2}{2}, \quad (8)$$

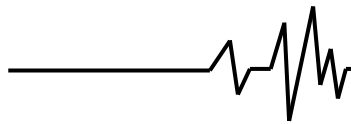
де  $m$  – маса копіювальних коліс кг;  $\dot{z}$  – швидкість вертикальних коливань копіювальних коліс м·с<sup>-1</sup>, або з огляду на вираз (2):

$$T_3 = \frac{mL^2 \cdot \dot{\varphi}^2}{2}, \quad (9)$$

$$T_4 = \frac{I_k \omega^2}{2}, \quad (10)$$

де  $I_k$  – момент інерції копіювальних коліс щодо осі обертання (сумарний для обох копіювальних коліс), кг·м<sup>2</sup>;  $\omega$  – кутова швидкість обертання копіювального колеса, с<sup>-1</sup>.

Далі визначимо кутову швидкість  $\omega$  копіювального колеса. Через величину  $S$  окружного переміщення копіювального колеса, його кутова швидкість може виражатися в такий спосіб:



$$\omega = \frac{dS}{dt} \cdot \frac{1}{r}, \quad (11)$$

де  $r$  – радіус копіювального колеса, м.

Враховуючи, що копіювальне колесо переміщується по косинусоїдальному профілю, то диференціал дуги переміщення колеса буде дорівнювати:

$$dS = \sqrt{dx^2 + dh^2} = \sqrt{1 + \frac{4\pi^2 h_o^2}{l_1^2} \sin^2 \frac{2\pi x}{l_1}} dx, \quad (12)$$

або з огляду на те, що  $dx = V \cdot dt$ , то отримуємо наступний його вираз:

$$dS = \sqrt{1 + \frac{4\pi^2 h_o^2}{l_1^2} \sin^2 \frac{2\pi Vt}{l_1}} V dt. \quad (13)$$

Потенційна енергія  $P$  зазначеної динамічної системи буде дорівнювати роботі пружних сил деформації пневматичних шин обох копіювальних коліс і тому визначається наступним виразом:

$$P = c \cdot L^2 \cdot \varphi^2, \quad (17)$$

де  $c$  – коефіцієнт твердості пневматичних шин коліс копіювальної системи, Н·м<sup>-1</sup>;  $L$  – відстань від осі підвісу гичкозбиральної машини (точка  $O$ ) до осі її копіювальних коліс (точка  $B$ ), м.

Дисипативну функцію  $R$  зазначеної динамічної системи визначаємо через сили в'язкого опору, що пропорційна швидкості переміщення, а тому рівну:

$$R = \mu \cdot L^2 \cdot \dot{\varphi}^2, \quad (18)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт демпфірування копіювальних коліс, Н·с·м<sup>-1</sup>.

Вказані сили опору також обумовлені пневматичними шинами копіювальних коліс гичкозбиральної машини.

Підставляючи вираз (15) в (13), одержуємо остаточний вираз для визначення кутової швидкості  $\omega$  обертання копіювального колеса:

$$\omega = \frac{V}{r} \sqrt{1 + \frac{4\pi^2 h_o^2}{l_1^2} \sin^2 \frac{2\pi Vt}{l_1}}. \quad (14)$$

Тоді кінетична енергія  $T_4$  дорівнює:

$$T_4 = \frac{I_k V^2}{2r^2} \left( 1 + \frac{4\pi^2 h_o^2}{l_1^2} \sin^2 \frac{2\pi Vt}{l_1} \right), \quad (15)$$

де  $t$  – поточний час, с.

Підставляючи вирази (6), (7), (9), і (15) у вираз (5), одержуємо остаточний вираз для визначення кінетичної енергії розглянутої динамічної системи:

$$\begin{aligned} T &= \frac{MV^2}{2} + \frac{I_{oy} \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m \cdot L^2 \cdot \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{I_k V^2}{2r^2} \left( 1 + \frac{4\pi^2 h_o^2}{l_1^2} \sin^2 \frac{2\pi Vt}{l_1} \right) = \\ &= \frac{1}{2} (MV^2 + I_{oy} \dot{\varphi}^2 + m \cdot L^2 \cdot \dot{\varphi}^2) + \frac{1}{2r^2} I_k V^2 \left( 1 + \frac{4\pi^2 h_o^2}{l_1^2} \sin^2 \frac{2\pi Vt}{l_1} \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Виконаємо необхідні перетворення, обумовлені застосуванням диференціального рівняння у формі Лагранжа II-го роду. Для цього спочатку знайдемо необхідні часткові похідні, які входять у вираз (4).

Перша частинна похідна від кінетичної енергії  $T$  по узагальненій швидкості  $\dot{\varphi}$  дорівнює:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = (I_{oy} + m \cdot L^2) \dot{\varphi}, \quad (19)$$

Тоді

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) = (I_{oy} + m \cdot L^2) \ddot{\varphi}. \quad (20)$$

Якщо враховувати, що:

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0, \quad (21)$$



отримуємо, що ліва частина рівняння (4) дорівнює:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = (I_{oy} + m \cdot L^2) \ddot{\varphi}. \quad (22)$$

Аналогічно знайдемо часткові похідні для потенційної енергії  $P$  й для дисипативної функції  $R$ . Маємо:

$$\frac{\partial P}{\partial \varphi} = 2c \cdot L^2 \cdot \varphi, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \delta A_{\varphi} = & -N \cdot BS \cdot \delta\varphi + fN \cdot TO \cdot \delta\varphi + R_k \cos \varphi \cdot EN \cdot \delta\varphi + \\ & + G \cdot l \cdot \cos \varphi \cdot \delta\varphi - S_T \cdot OO'' \cdot \delta\varphi, \end{aligned} \quad (25)$$

де  $BS$ ,  $TO$ ,  $EN \cdot \cos \varphi$ ,  $l \cdot \cos \varphi$  і  $OO''$  – плечі сил  $\bar{N}$ ,  $f\bar{N}$ ,  $\bar{R}_k$ ,  $\bar{G}$  і  $\bar{S}_T$  щодо точки  $O$  відповідно (рис. 2).

$$\begin{aligned} Q_{\varphi} = \frac{\delta A_{\varphi}}{\delta\varphi} = & -N \cdot BS + fN \cdot TO + R_k \cos \varphi \cdot EN + \\ & + G \cdot l \cdot \cos \varphi - S_T \cdot OO''. \end{aligned} \quad (26)$$

Ця узагальнена сила  $Q_{\varphi}$  фактично є алгебраїчною сумою моментів всіх активних сил щодо точки  $O$ , що діють на зазначену динамічну систему.

Визначимо необхідні плечі всіх сил, що входять у вираз (26). Як видно з рис. 2:

$$BS = L \cdot \cos(\alpha + \varphi), \quad (27)$$

де  $\alpha$  – кут нахилу дотичної до косинусоїди, заданої виразом (1).

Відомо, що тангенс кута нахилу дотичної до кривої  $h = f(x)$  в даній точці дорівнює похідній від рівняння цієї кривої по змінній  $x$  у цій точці, тобто:  $\tan \alpha = \dot{h}_x$ .

З огляду на вираз (1), одержуємо:

та

$$\frac{\partial R}{\partial \dot{\varphi}} = 2\mu \cdot L^2 \cdot \dot{\varphi}. \quad (24)$$

Визначимо далі узагальнену силу  $Q_{\varphi}$  по узагальненій координаті  $\varphi$ . Для визначення узагальненої сили  $Q_{\varphi}$  скористаємося виразом для елементарної роботи активних сил на можливому переміщенні  $\delta\varphi$ . Будемо мати:

Тоді узагальнена сила  $Q_{\varphi}$  по кутовій координаті  $\varphi$  дорівнює:

$$\dot{h}_x = \frac{2\pi h_o}{l_1} \cdot \sin \frac{2\pi x}{l_1}, \quad (28)$$

тому:

$$\alpha = \arctg \left[ \frac{2\pi h_o}{l_1} \cdot \sin \frac{2\pi x}{l_1} \right]. \quad (29)$$

Далі, з рис. 2 одержуємо значення інших плечей:

$$TO = r + L \cdot \sin(\alpha + \varphi), \quad (30)$$

$$OO'' = OD \cdot \cos(\theta + \varphi), \quad (31)$$

Підставляючи вирази (27), (30) і (31) у вираз (26), одержуємо значення узагальненої сили  $Q_{\varphi}$ , що дорівнює:





$$Q_{\varphi} = -N \cdot L \cdot \cos(\alpha + \varphi) + fN \cdot [r + L \sin(\alpha + \varphi)] + R_k \cdot EN \cdot \cos \varphi + G \cdot l \cdot \cos \varphi - S_T \cdot OD \cdot \cos(\theta + \varphi), \quad (32)$$

де  $EN, OD$  – задані конструктивні параметри.

Далі, підставляючи вирази (22), (23), (24), (32), у рівняння (4), одержуємо:

$$(I_{oy} + m \cdot L^2) \ddot{\varphi} + 2c \cdot L^2 \cdot \dot{\varphi} + 2\mu \cdot L^2 \cdot \varphi = -N \cdot L \cdot \cos(\alpha + \varphi) + fN \cdot [r + L \sin(\alpha + \varphi)] + R_k \cdot EN \cdot \cos \varphi + G \cdot l \cdot \cos \varphi - S_T \cdot OD \cdot \cos(\theta + \varphi). \quad (33)$$

Отримане диференціальне рівняння (33) є диференціальним рівнянням кутових коливань рами гичкозбиральної машини в повздовжньо-вертикальній площині.

Перетворимо систему (33) до наступного виду:

$$\ddot{\varphi} + \frac{2L^2}{I_{oy} + m \cdot L^2} (c \cdot \dot{\varphi} + \mu \cdot \varphi) = \frac{1}{I_{oy} + m \cdot L^2} \left\{ -N \cdot L \cdot \cos(\alpha + \varphi) + fN \cdot [r + L \sin(\alpha + \varphi)] + R_k \cdot EN \cdot \cos \varphi + G \cdot l \cdot \cos \varphi - S_T \cdot OD \cdot \cos(\theta + \varphi) \right\}. \quad (34)$$

Таким чином, отримано нелінійне диференціальне рівняння (34) щодо невідомої узагальненої координати  $\varphi$ , що представляє собою розрахункову математичну модель руху фронтально навішеної на колісний агрегатуючий трактор гичкозбиральної машини.

Початкові умови для диференціального рівняння (34) мають такий вигляд:

при  $t = 0$ :

$$\varphi = 0 \text{ и } \dot{\varphi} = 0 \quad (35)$$

Диференціальне рівняння (34) з початковими умовами (35) може бути вирішене по складеній для цього програмі на ПК адаптованим методом Рунге-Кутти в системі MathCAD.

Однак в отриману систему диференціальних рівнянь (34) входить невідома нормальна реакція  $\bar{N}$ , що діє з боку ґрунту на копіювальні колеса, а також  $\bar{R}_k$  сила опору зрізання гички.

В першому наближенні нормальну реакцію  $\bar{N}$  можна визначити зі статичного рівняння рівноваги, а саме при рівності нулю алгебраїчної суми моментів всіх сил, що діють на систему відносно точки  $O$ . Таке рівняння можна одержати з рівняння (32) за умови, що  $Q_{\varphi} = 0$ . Будемо мати:

$$-N \cdot L \cdot \cos(\alpha + \varphi) + fN \cdot [r + L \sin(\alpha + \varphi)] + R_k \cdot EN \cdot \cos \varphi + G \cdot l \cdot \cos \varphi - S_T \cdot OD \cdot \cos(\theta + \varphi) = 0. \quad (36)$$

Однак кути  $\alpha$  й  $\varphi$ , що входять у рівняння (36), залежать від часу, тому зручно розглянути момент часу  $t$ , коли кути  $\alpha$  й  $\varphi$

дорівнюють нулю. Як видно з рис. 2, це момент часу  $t$  коли копіювальне колесо перебуває на горизонтальній поверхні, наприклад, у



максимальній точці косинусоїди (1). Тоді при  $\alpha = 0$  й  $\varphi = 0$  з виразу (36) одержуємо:

$$-N \cdot L + fN \cdot r + R_k \cdot EN + G \cdot l - S_T \cdot OD \cdot \cos \theta = 0. \quad (37)$$

Далі, з рівняння (37) з достатньої для практичного застосування точністю знаходимо значення шуканої нормальної реакції  $\bar{N}$ :

$$N = \frac{G \cdot l + R_k \cdot EN - S_T \cdot OD \cdot \cos \theta}{L - fr}. \quad (38)$$

Тепер отримане значення нормальної реакції  $N$  можна використовувати при розв'язанні диференціального рівняння (34).

Визначивши координату  $\varphi$  кутового переміщення рами гичкозбиральної машини з розв'язання диференціального рівняння (34), можемо визначити вертикальне переміщення ножа роторного гичкозрізаючого апарата гичкозбиральної машини (точка  $E$ , рис. 2) у будь-який момент часу  $t$  з наступного виразу:

$$z_E(t) = l_2 \cdot \varphi(t), \quad (39)$$

де  $l_2$  – відстань від точки  $M$  кріплення ножа до рами до точки  $O$  підвісу гичкозбиральної машини до нижньої тяги  $OK$ .

Вертикальне переміщення центра мас (точка  $C$ ) гичкозбиральної машини можна визначити з наступного виразу:

$$z_C(t) = l \cdot \varphi(t), \quad (40)$$

де  $l$  – відстань від вертикальної осі, що проходить через точку  $C$ , до точки  $O$ .

При проведенні числових розрахунків на ПК значення поступальної швидкості руху трактора, з яким агрегується гичкозбиральна машина, змінювалися від  $V = 10$  км·год<sup>-1</sup> до  $V = 12$  км·год<sup>-1</sup>. Також були використані різні значення моментів інерції гичкозбиральної машини  $I_{oy}$  (з урахуванням маси гички, що знаходиться усередині машини), які залежать від  $M$  – маси гичкозбиральної машини й  $L$  – відстані від осі копіювальних коліс до точки  $O$  підвісу (рис. 2). При розрахунках вибиралося кілька значень моментів інерції: від  $I_{oy} = 30$  кг·м<sup>2</sup> до  $I_{oy} = 60$  кг·м<sup>2</sup>.

Для проведення розрахунків вихідні конструктивні й кінематичні параметри трьохрядної гичкозбиральної машини, фронтально навішеної на колісний трактор, представлені в таблиці.

Таблиця

**Параметри гичкозбиральної машини й нерівностей поверхні ґрунту, які використані при чисельному моделюванні на ПК**

№ п/п	Параметри	Позначення	Одиниця виміру	Значення
1.	Вага машини й гички, що знаходиться в середині машини	$G$	Н	9300
2.	Маса машини разом з бадиллям	$M$	кг	948
3.	Вага копіювальних коліс ( $G_k = G_{k1} + G_{k2}$ )	$G_k$	Н	480
4.	Маса копіювальних коліс ( $m = m_1 + m_2$ )	$m$	кг	48,9
5.	Момент інерції машини щодо осі обертання	$I_{oy}$	кг·м <sup>2</sup>	30,0...60,0
6.	Відстань від осі підвісу машини до осі копіювальних коліс	$L$	м	1,80
7.	Відстань від осі підвісу машини до осі ріжучого апарата	$l_2$	м	1,10
8.	Відстань від осі підвісу машини до центра мас	$l$	м	0,8
9.	Коефіцієнт жорсткості пневматичних	$2C$	Н·м <sup>-1</sup>	4000



	шин копіювальних коліс			
10.	Коефіцієнт демпфірування пневматичних шин копіювальних коліс	$2\mu$	$\text{H} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^{-1}$	150
11.	Половина висоти нерівності поверхні ґрунту	$h_0$	м	0,04
12.	Крок нерівності поверхні ґрунту	$l_1$	м	0,70
13.	Коефіцієнт тертя	$f$	–	0,3
14.	Загальна сила зрізання гички (при трьохрядному варіанті, коли блок з 12 ножів зрізує одночасно 3 коренеплоди)	$R_k$	Н	300
15.	Нормальна сила в точці контакту копіювального колеса із ґрунтом	$N$	Н	4117
16.	Сила тертя в точці контакту копіювального колеса із ґрунтом	$fN$	Н	1235
17.	Радіус ротора гичкозрізаючого апарата	$r_1$	м	0,30
18.	Радіус копіювального колеса	$r$	м	0,365
19.	Зусилля у верхній тязі начіпного механізму	$S_T$	Н	209
20.	Зусилля в нижній тязі начіпного механізму	$F_T$	Н	1750

Результати чисельного моделювання на ПК на підставі розробленої математичної моделі коливань гичкозбиральної машини, що

фронтально встановлена на колісний агрегатуючий трактор, представлені на рис. 3-5.

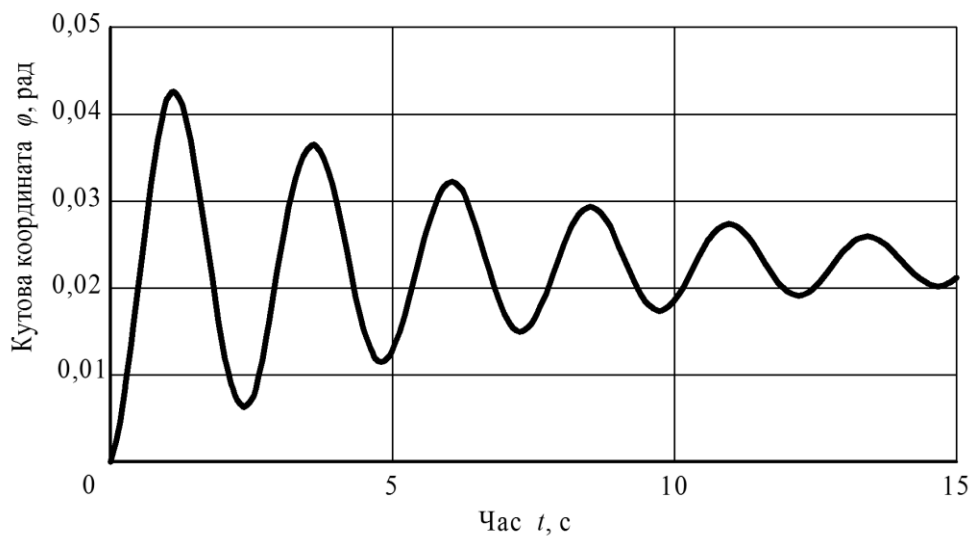


Рис. 3. – Залежність кутової координати  $\varphi$  коливань рами гичкозбиральної машини від часу  $t$  в початковий момент руху

Як показує графік, представлений на рис. 3, у початковий момент часу руху гичкозбиральної машини амплітуда кутових коливань рами досягає значної величини (до

0,02 рад.). Однак надалі, за рахунок інерційних властивостей коливних мас, зазначена амплітуда зменшується й коливальний процес стабілізується.

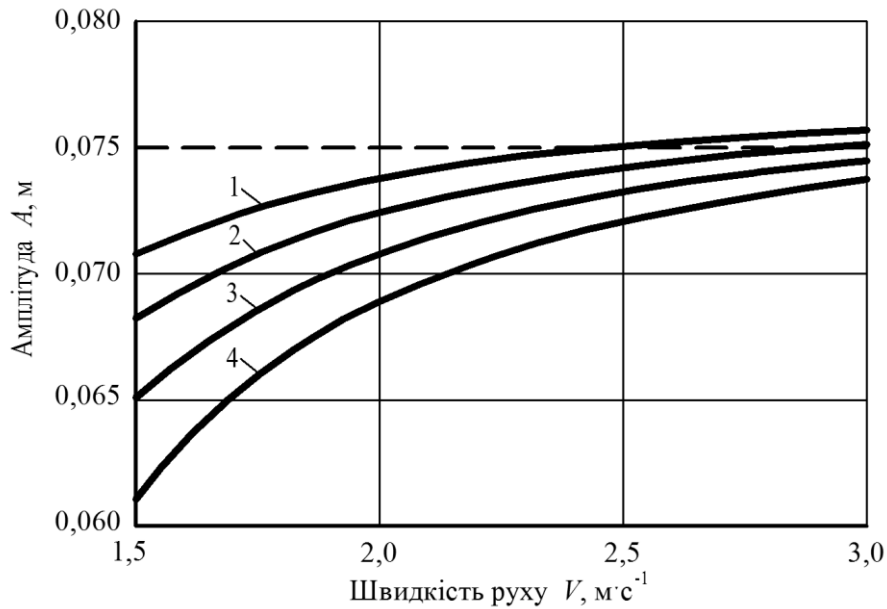
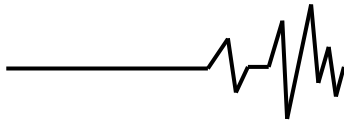


Рис. 4. – Залежність амплітуди  $A$  коливань ротора гичкозбиральної машини від швидкості  $V$  її руху при різному кроці нерівності поверхні ґрунту:  
1 –  $l_1 = 0,6$  м; 2 –  $l_1 = 0,7$  м; 3 –  $l_1 = 0,8$  м; 4 –  $l_1 = 0,9$  м

Аналіз отриманих залежностей, представлених на рис. 4, показує, що збільшення ширини захвату агрегату для основної обробки ґрунту, що формує косинусоїдальний профіль поверхні ґрунту, а також поліпшення якості подальшої підготовки

поверхні поля значним чином зменшує коливання фронтально навішеної на трактор гичкозбиральної машини, особливо на швидкості руху зазначеного гичкозбирального агрегату до  $2,5 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ .

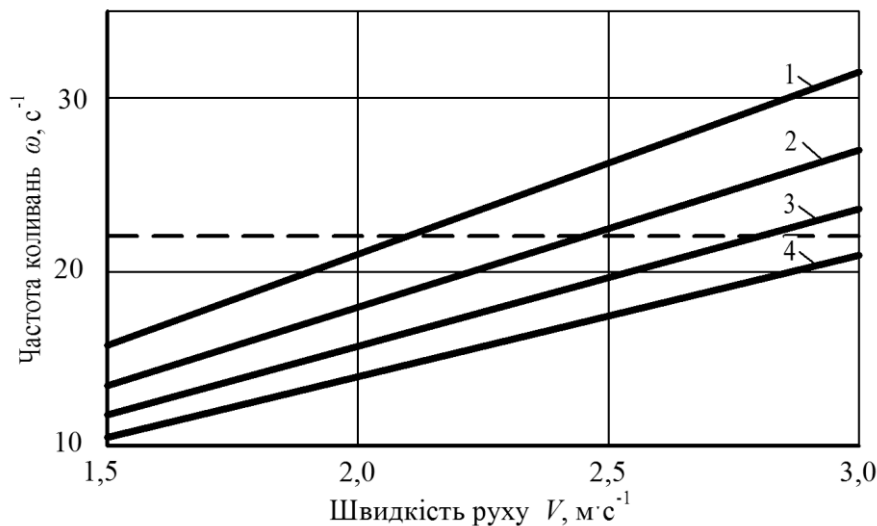


Рис. 5. – Залежність частоти  $\omega$  змушених коливань зрізано чого ротора у повздожньо-вертикальній площині гичкозбиральної машини та швидкості  $V$  її руху при різному кроці нерівностей поверхні ґрунту:  
1 –  $l_1 = 0,6$  м; 2 –  $l_1 = 0,7$  м; 3 –  $l_1 = 0,8$  м; 4 –  $l_1 = 0,9$  м

Представлені на рис. 5 графічні залежності показують, що частота змушених коливань гичкозрізуючого ротора в повздожньо-вертикальній площині не буде перевищувати  $22 \text{ с}^{-1}$  у всьому діапазоні

агротехнічних швидкостей руху гичкозбирального агрегату при кроці нерівностей більше, ніж  $0,9$  м.

Таким чином, у результаті чисельного моделювання на ПК встановлено, що



розроблена математична модель може бути використана надалі для дослідження впливу інших конструктивних і кінематичних параметрів фронтально навішеної на агрегатуючий трактор гичкозбиральної машини при коливаннях, що виникають у процесі її роботи.

Для перевірки відповідності проведених теоретичних розрахунків реальному процесу, а також для встановлення втрат гички цукрового буряка при збиранні зазначеною гичкозбиральною машиною були проведені її експериментальні дослідження в польових умовах безпосередньо при збиранні гички. Для цього гичкозбиральна машина була оснащена відповідними приладами й експериментальним обладнанням для фіксування амплітуди вертикальних коливань її роторного гичкозрізаючого апарату, поступальної швидкості руху машини, також була підготовлене обладнання для виміру й фіксування необрізаних залишків гички на головках коренеплодів, підготовлені залікові ділянки бурячного поля.

Гичкозбиральна машина, фронтально встановлена на просапний колісний агрегатуючий трактор, на якій були проведені польові експериментальні дослідження, представлена на рис. 6.



Рис. 6. Гичкозбиральна машина під час проведення польових експериментальних досліджень

Польові експериментальні дослідження були проведені при зазначених нижче значеннях фізико-механічних і природних параметрів.

Механічний склад орного горизонту ґрунту, на якому був вирощений цукровий буряк – малогумусний, карбонатний крупнопилувато-легкосуглинистий глибокий чорнозем зі вмістом гумусу 3,65%.

Місце проведення досліджень характеризується нестійким випаданням опадів, яких у вегетаційний період випадає 30,7 мм. Ґрунт, при проведенні польових експериментальних досліджень, характеризувалася наступними показниками: вологість – від 18,7% до 21,0%; твердість – від 2,70 МПа до 2,80 МПа.

Експериментальні дослідження проводилися на ділянці із щільністю розміщення рослин цукрового буряка до 116,0 тис.шт.·га<sup>-1</sup>. При зазначеній щільності насаджень урожай коренеплодів цукрового буряка складає близько 38,1 т·га<sup>-1</sup>, а врожай гички – до 58,0 т·га<sup>-1</sup>.

Необхідними вимірами було встановлено, що максимальне відхилення коренеплодів відносно умовної осі рядка посівів не перевищувало 40 мм. Максимальне виступання окремих головок коренеплодів цукрового буряка над рівнем поверхні ґрунту становило не більше 80 мм. Основна маса гички (98%) мала форму розташування у вигляді конуса й напіврозетки, а 2% – форму розетки. Рельєф ґрунту на дослідній ділянці – рівний. Максимальний нахил поверхні на невеликих проміжках ділянки не перевищував 2...3°.

Відповідно до розробленої методики, дослідження показників якості роботи гичкозбиральної машини, фронтально встановленої на просапний колісний агрегатуючий трактор, проведено в п'ятикратній повторності для кожного режиму роботи.

За результатами проведених польових експериментальних досліджень, за допомогою ПК побудовано графік втрат гички цукрового буряка залежно від величини амплітуди вертикальних коливань роторного гичкозрізаючого апарату фронтально навішеної на агрегатуючий трактор гичкозбиральної машини (рис. 7). Коливання роторного гичкозрізаючого апарату гичкозбиральної машини визначалися щодо умовного середнього значення рівня горизонту, для чого також були проведено вимірювання вертикального розташування головок коренеплодів на заліковій ділянці й виміряна нерівність поверхні ґрунту в межах зазначеної залікової ділянки. За результатами значної кількості вимірів параметрів нерівностей



поверхні ґрунту в міжряддях посівів цукрового буряка в межах залікових ділянок, у яких рухаються копіювальні колеса гичкозбиральної машини (з урахуванням змінної щільності

ґрунту у верхньому шарі ґрунту) встановлено, що половина амплітуди нерівностей становить у середньому 4 см, крок нерівностей перебуває в межах 0,5...0,7 м.

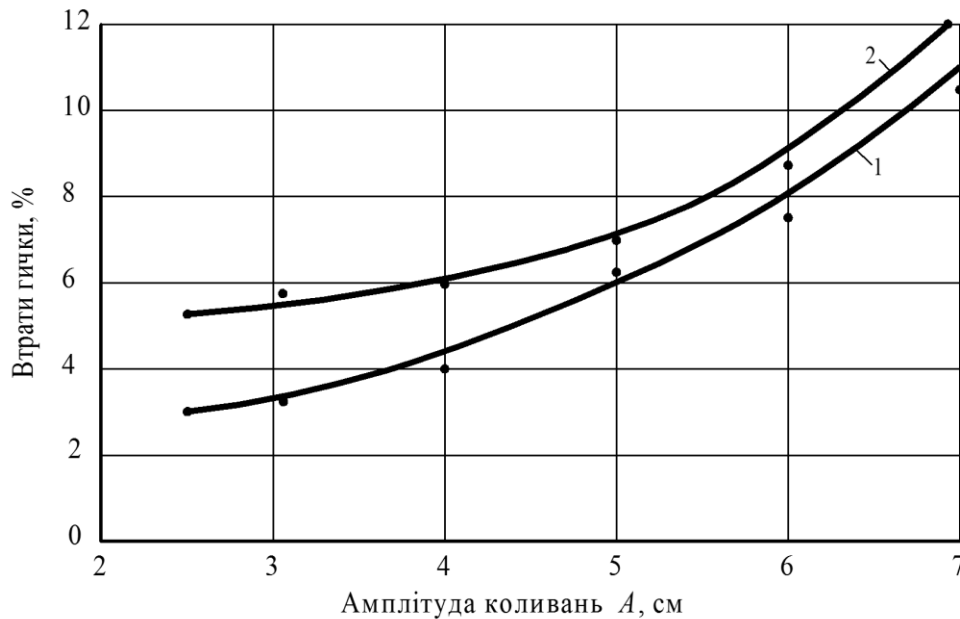


Рис. 7. Залежність втрат гички цукрового буряка при суцільному безкопінному зрізі від величини амплітуди вертикальних коливань нижніх кінців ножів роторного зрізаючого апарата: 1 – середні значення; 2 – максимальні значення

Як видно із графіків, представлених на рис. 7, при амплітуді коливань нижніх кінців ножів роторного зрізаючого апарата до 4 см, залежності втрат гички від зазначеної амплітуди мають характер, близький до лінійного, і втрати істотно не зростають. При збільшенні значень амплітуд коливань до 7 см і більше втрати гички значно зростають, а максимальні значення перевищують 12%.

#### Висновки.

1. Встановлено, що фронтально навішена на колісний агрегатуючий трактор гичкозбиральна машина здійснює в процесі роботи кутові коливання в повздовжньо-вертикальній площині при русі по нерівностях поверхні ґрунту, які є кінематичними збурюваннями.

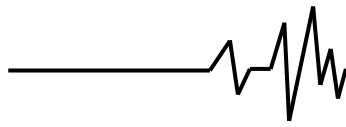
2. Для розглянутої динамічної системи побудована еквівалентна схема руху в повздовжньо-вертикальній площині з позначенням всіх діючих на неї зовнішніх сил, конструктивних розмірів і завданням збурювань у вигляді гармонійної функції від горизонтальної координати.

3. На підставі диференціального рівняння у формі Лагранжа 2-го роду отримано відносно невідомої узагальненої координати  $\varphi$  нелінійне диференціальне рівняння кутових

коливань рами фронтально навішеної на агрегатуючий колісний трактор гичкозбиральної машини роторного типу, що є математичною моделлю її руху.

4. Чисельне моделювання кутових коливань у повздовжньо-вертикальній площині рами фронтально навішеної на колісний агрегатуючий трактор роторної гичкозбиральної машини показало, що при прийнятих конструктивних параметрах ця коливальна система здатна гасити збурючі впливи з боку нерівностей поверхні ґрунту. Так, при поступальній швидкості руху гичкозбирального агрегату, рівній  $V = 3,0 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ , амплітуда коливань ротора гичкозбиральної машини зменшується в 1,2...1,5 рази в порівнянні з висотою нерівностей поверхні поля  $h_o = \pm 0,04 \text{ м}$ .

5. Як показують експериментальні дослідження, при амплітуді коливань нижніх кінців ножів роторного зрізаючого апарата до 4 см втрати гички істотно не зростають. Однак, при збільшенні амплітуди зазначених коливань до 7 см і більше втрати гички значно зростають, а максимальні значення перевищують 12%.

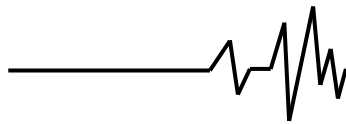
**Список використаних джерел**

1. Bulgakov V., Adamchuk V., Nozdrovický L., Ihnatiev Ye. Theory of Vibrations of Sugar Beet Leaf Harvester Front-Mounted on Universal Tractor. *Acta Technologica Agriculturae*. 2017, Volume 20: Issue 4, Nitra, Slovaca Universitas Agriculturae Nitriae. pp. 96–103.
2. Василенко П. М. Введение в земледельческую механику. Киев: Сельхозобразование, 1996. 252 с.
3. Морозов Б. И., Грингауз Н. М. Расчет движения колесной машины по неровной дороге. *Механизация и электрификация социалистического сельского хозяйства*. 1969. № 7. С. 11–14.
4. Василенко И. Ф. Теория режущих аппаратов жатвенных машин. *Труды ВИСХОМ*. Москва: 1937, №5. С. 7–14.
5. Резник Н. Е. Теория резания лезвием и основы расчета режущих аппаратов. Москва: Машиностроение, 1975. 311 с.
6. Босой Е. С. Режущие аппараты уборочных машин. Теория и расчет. Москва: Машиностроение, 1967. 167 с.
7. Татьянако Н. В. Расчет рабочих органов для обрезки ботвы сахарной свеклы. *Тракторы и сельхозмашины*. 1962, №11. С. 18–21.
8. Хвостов В. А., Рейнгарт Э. С. Машины для уборки корнеплодов и лука (теория, конструкция, расчет). Москва: ВИСХОМ, 1995. 391 с.
9. Булгаков В. М., Сиплывец А. А. и др. Разработка конструкции новой универсальной ботвоуборочной машины. *Сборник научных трудов Национального аграрного университета. Том III. "Механизация сельскохозяйственного производства"*. Киев, 1997. С. 76–77.
10. Создание нового универсального комплекса свеклоуборочных машин для фермерских хозяйств / Булгаков В.М. и др. В книге: Проблемы конструирования, производства и эксплуатации сельскохозяйственной техники. Сборник научных трудов. Кировоград: КИСМ, 1997. С. 14–19.
11. Булгаков В. М. Совершенствование технологического процесса и машин для уборки корнеплодов свеклы : автореф. дис. на соискания научной степени д-ра тех. наук. Москва: ВИСХОМ, 1993. 61 с.

12. Булгаков В. М. Свеклоуборочные машины. Киев: Аграрная наука, 2011. 351 с.
13. Колычев Е. И., Перельцвайг И. М. О выборе расчетного случая воздействия при исследовании плавности хода тракторов и сельхозмашин. *Тракторы и сельхозмашины*. 1976. №3. С. 9–11.
14. Бутенин Н. В., Лунц Я. Л., Меркин Д. Р. Курс теоретической механики. Том 2. Динамика. Москва: Наука, 1985. 495 с.
15. Bulgakov V., Adamchuk V., Ivanovs S., Ihnatiev Y. Theoretical investigation of aggregation of top removal machine frontally mounted on wheeled tractor. *Engineering for rural development*. Jelgava, 2017. Vol. 16. P. 273–280.
16. Енергоощадні технології кормів – основа конкурентоздатності тваринництва: монографія / Г.М. Калетник, М.Ф. Кулик, Я.Т. Глушко та інші. Вінниця : Теза. 2006. 340 с.

**References**

1. Bulgakov, V., Adamchuk, V., Nozdrovický, L., Ihnatiev, Ye. (2017). Theory of Vibrations of Sugar Beet Leaf Harvester Front-Mounted on Universal Tractor. *Acta Technologica Agriculturae*. Nitra, Slovaca Universitas Agriculturae Nitriae, 20(4), 96–103. [in English].
2. Vasilenko, P. M. (1996). *Vvedenie v zemledelcheskuyu mekhaniku [Introduction to Agricultural Mechanics]*. Kiev: Selkhozobrazovanie. [in Russian].
3. Morozov, B. I., Gringauz, N. M. (1969). Raschet dvizheniya kolesnoj mashiny po nerovnoj doroge [Calculation of the movement of a wheeled vehicle on an uneven road]. *Mekhanizacziya i elektrifikacziya socialisticheskogo selskogo khozyajstva*, 7, 11–14. [in Russian].
4. Vasilenko, I. F. (1937). Teoriya rezhushhikh apparatov zhatvennykh mashin [Theory of cutting units of reaping machines]. *Trudy VISKhOM*, 5, 7–14. [in Russian].
5. Reznik, N. E. (1975). *Teoriya rezaniya lezviem i osnovy rascheta rezhushhikh apparatov [Theory of cutting with a blade and the basics of calculating cutting devices]*. Moskva: Mashinostroenie. [in Russian].
6. Bosoj, E. S. (1967). *Rezhushhie apparaty uborochnykh mashin. Teoriya i raschet. [Harvesting cutting devices. Theory and calculation]*. Moskva: Mashinostroenie. [in Russian].
7. Tatyanko, N. V. (1962). Raschet



rabochikh organov dlya obrezki botvy sakharnoj svekly [Calculation of working bodies for cutting sugar beet tops]. *Traktory i selkhoz mashiny*, 11, 18–21. [in Russian].

8. Khvostov, V. A., Rejngart, E. S. (1995). *Mashiny dlya uborki korneplodov i luka (teoriya, konstrukciya, raschet) [Root and onion harvesting machines (theory, design, calculation)]*. Moskva: VISKhOM. [in Russian].

9. Bulgakov, V. M., Splyvecz, A. A. (Ed). (1997). *Razrabotka konstrukcii novoj universal'noj botvoborochnoj mashiny [Development of the design of a new universal haulmaker]*. *Sbornik nauchny'kh trudov Nacjonal'nogo agrarnogo universiteta. (Vols. 3). "Mekhanizacziya selskokhozyajstvennogo proizvodstva"*. Kiev, 76–77. [in Russian].

10. Bulgakov V.M. (Ed). (1997). *Sozdanie novogo universalnogo kompleksa sveklouborochnykh mashin dlya fermerskikh khozyajstv [Creation of a new universal complex of beet harvesters for farms]*. *V knige: Problemy konstruirovaniya, proizvodstva i ekspluataczi selskokhozyajstvennoj tekhniki. Sbornik nauchnykh trudov*. Kirovograd: KISM, 14–19. [in Russian].

11. Bulgakov, V. M. (1993). *Sovershenstvovanie tekhnologicheskogo processa i mashin dlya uborki korneplodov svekly [Improvement of the technological process and machines for harvesting beet root crops]*: avtoref. dis. na soiskaniya nauchnoj stepeni d-ra tekhn. nauk. Moskva: VISKhOM. [in Russian].

12. Bulgakov, V. M. (2011). *Sveklouborochnye mashiny [Beet harvesters]*. Kiev: Agrarnaya nauka. [in Russian].

13. Kolychev, E. I., Perelczvajg, I. M. (1976). *O vy'bore raschetnogo sluchaya vozdejstviya pri issledovanii plavnosti khoda traktorov i selkhoz mashin [On the choice of the calculated case of impact in the study of the smooth running of tractors and debris machines]*. *Traktory i selkhoz mashiny*, 3, 9–11. [in Russian].

14. Butenin, N. V., Luncz, Ya. L., Merkin, D. R. (1985). *Kurs teoreticheskoy mekhaniki [Theoretical Mechanics Course]*. (Vols. 2). *Dinamika*. Moskva: Nauka. [in Russian].

15. Bulgakov, V., Adamchuk, V., Ivanovs, S., Ilnatiev, Y. (2017). *Theoretical investigation of aggregation of top removal machine frontally mounted on wheeled tractor*. *Engineering for rural development*. Jelgava, 16, 273–280. [in English].

16. Kaletnik, H.M. Kulyk, M.F. Hlushko Ya.T. (Ed). (2006). *Enerhooshchadni tekhnolohii kormiv – osnova konkurentozdatnosti tvarynnystva: monohrafiia [Energy-saving feed technologies - the basis of animal competitiveness: a monograph]*. Vinnytsia : Teza. [in Ukrainian]

#### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ БОТВОУБОРОЧНОЙ МАШИНЫ, ФРОНТАЛЬНО НАВЕШЕННОЙ НА ПРОПАШНОЙ ТРАКТОР

Экспериментальные исследования и производственный опыт показывают, что наиболее производительный и качественный сбор ботвы сахарной свеклы, без наличия почвенных примесей, возможен только тогда, когда осуществляется сплошной бескопирный срез ее основной массы на корню. Однако, использование ботвоуборочных машин с роторными ботвосрезающими аппаратами, осуществляемыми бескопирный срез, фронтально навешенных на энергетические средства, а также значительное повышение рабочих скоростей уборки вызывают интенсивные колебания указанных ботвоуборочных машин в продольно-вертикальной плоскости, что не только снижает качество обрезки головок корнеплодов, но и вызывает, в целом, значительные потери ботвы. Поэтому возникает необходимость аналитического определения влияния кинематических и конструктивных параметров ботвоуборочной машины, фронтально навешенной на колесный трактор, на величину амплитуды колебаний в продольно-вертикальной плоскости ее ботвосрезающего аппарата. Учитывая эту необходимость, в данной работе нами построена расчетная математическая модель движения ботвоуборочной машины, фронтально навешенной на колесный трактор, на основе использования исходного уравнения динамики в форме Лагранжа 2-го рода. Согласно разработанной эквивалентной схемы и выполнения необходимых математических преобразований получено нелинейное дифференциальное уравнение, которое описывает колебания роторного срезающего аппарата ботвоуборочной машины в продольно-вертикальной плоскости при движении ее пневматических копирующих колес по неровностям поверхности почвы. По составленной программе и численному решению на ПК указанного дифференциального уравнения определены рациональные конструктивные и





кинематические параметры фронтально навешенной на трактор ботвоборочной машины, которые снижают указанные колебания. Так, при поступательной скорости движения ботвоборочного агрегата, равной

$V = 3,0 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ , амплитуда колебаний ротора ботвоборочной машины уменьшается в 1,2...1,5 раза по сравнению с высотой неровностей поверхности поля, равной  $h_0 = \pm 0,04 \text{ м}$ . При амплитуде колебаний нижних концов ножей роторного срезающего аппарата до 4 см потери ботвы существенно не возрастают. Однако, при увеличении значений амплитуды указанных колебаний до 7 см и более потери ботвы значительно возрастают, максимальные значения которых превышают 12%.

**Ключевые слова:** ботва, роторный срезающий аппарат, трактор, колебания, дифференциальные уравнения, рациональные параметры.

#### MATHEMATICAL MODELING OF VERTICAL OSCILLATIONS OF A CUTTING MACHINE FRONTLY MOUNTED ON AN ARABLE-TILL TRACTOR

Experimental studies and production experience show that the most productive and high-quality collection of sugar beet haulms without soil impurities, is possible only when a continuous, carbonless cut of its main mass at the root is carried out. However, the use of haulm toppers with rotary haulm cutters, which are carried out without a guide cut, frontally mounted on energy resources, as well as a significant increase in the working speeds of harvesting, cause intense vibrations of these haulm toppers in the longitudinal-vertical plane, which not only reduces the quality of trimming the heads of root

crops, but causes, in general, significant losses of tops. Therefore, there is a need for an analytical determination of the influence of the kinematic and design parameters of a topper, frontally mounted on a wheeled tractor, on the magnitude of the amplitude of oscillations in the longitudinal-vertical plane of its haulm topper. Taking this need into account, in this work we have constructed a computational mathematical model of the movement of a topper front-mounted on a wheeled tractor, based on the use of the original equation of dynamics in the form of Lagrange of the second kind. According to the developed equivalent circuit and the implementation of the necessary mathematical transformations, a nonlinear differential equation was obtained, which describes the oscillations of the rotary cutting device of the topper in the longitudinal-vertical plane when its pneumatic gauge wheels move over the unevenness of the soil surface. According to the compiled program and the numerical solution on the PC of the specified differential equation, rational constructive and kinematic parameters of the topper frontally mounted on the tractor have been determined which reduce the indicated oscillations. So, with the forward speed of movement of the topping unit equal to  $V = 3,0 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ , the vibration amplitude of the topper rotor decreases 1,2 ... 1,5 times in comparison with the height of the field surface irregularities, equal to  $h_0 = \pm 0.04 \text{ м}$ . With the vibration amplitude of the lower ends of the knives of the rotary cutting apparatus up to 4 cm, the loss of haulms does not increase significantly. However, with an increase in the amplitude of these fluctuations to 7 cm and more, the loss of tops increases significantly, the maximum values of which exceed 12%.

**Key words:** haulms, rotary cutting set, tractor, oscillations, differential equations, rational parameters.

#### Відомості про авторів

**Булгаков Володимир Михайлович** – академік НААН, д.т.н., професор кафедри механіки Національний університет біоресурсів і природокористування України, 12В, вул. Героїв Оборони, м. Київ, 03041 e-mail: [vbulgakov@meta.ua](mailto:vbulgakov@meta.ua).

**Адамчук Валерій Васильович** – академік НААН, доктор технічних наук, професор, заслужений діяч науки і техніки України, Лауреат державної премії України в галузі науки і техніки, директор Національного наукового центру «Інститут механізації та електрифікації сільського господарства» Національної академії аграрних наук України, Головний вчений секретар Національної академії аграрних наук України (08631, вул. Вокзальна, 11, смт. Глеваха, Фастівського району, Київської області. [vvadamchuk@gmail.com](mailto:vvadamchuk@gmail.com));

**Калетнік Григорій Миколайович** – академік НААН України, доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри адміністративного менеджменту та альтернативних джерел енергії Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, Україна, 21008).



**Головач Іван Володимирович** – член-кореспондент НААН, доктор технічних наук, професор, професор кафедри механіки Національного університету біоресурсів і природокористування України (03041, вул. Героїв Оборони, 15, м. Київ, [holovach.iv@gmail.com](mailto:holovach.iv@gmail.com)).

**Булгаков Владимир Михайлович** - академик НААН, д.т.н., професор кафедри механіки Національного університету біоресурсів і природокористування України, ул. Героїв Оборони, 12В., Г. Киев, 03041 e-mail: [ybulgakov@meta.ua](mailto:ybulgakov@meta.ua).

**Адамчук Валерий Васильевич** - академик НААН, доктор технічних наук, професор, заслужений діяч науки і техніки України, Лауреат державної премії України в області науки і техніки, директор Національного наукового центру «Інститут механізації і електрифікації сільськогосподарського господарства» Національної академії аграрних наук України, Головний учений секретарь Національної академії аграрних наук України (08631, ул. Вокзальна, 11, пгт. Глеваха, Фастовського району Київської області. [vvadamchuk@gmail.com](mailto:vvadamchuk@gmail.com))

**Калетник Григорий Николаевич** – академик НААН України, доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри адміністративного менеджменту і альтернативних джерел енергії Вінницького національного аграрного університету (ул. Сонячна, 3, г. Вінниця, Україна, 21008).

**Головач Иван Владимирович** - член-кореспондент НААН, доктор технічних наук, професор, професор кафедри механіки Національного університету біоресурсів і природокористування України (03041, ул. Героїв Оборони, 15, г. Киев, [holovach.iv@gmail.com](mailto:holovach.iv@gmail.com)).

**Bulgakov Volodymyr** - Academician of NAAS, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Mechanics National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, 12B, vul. Heroes of Defense, Kyiv, 03041 e-mail: [ybulgakov@meta.ua](mailto:ybulgakov@meta.ua).

**Adamchuk Valeriy** - Academician of the National Academy of Sciences of Ukraine, Doctor of Technical Sciences, Professor, Honored Worker of Science and Technology of Ukraine, Laureate of the State Prize of Ukraine in Science and Technology, Director of the National Scientific Center "Institute of Mechanization and Electrification of Agriculture" of the National Academy of Agrarian Sciences of Ukraine, Chief Scientist Secretary of the National Academy of Agrarian Sciences of Ukraine (08631, Vokzalna str., 11, urban settlement Glevakha, Fastovsky district, Kiev [region.vvadamchuk@gmail.com](mailto:region.vvadamchuk@gmail.com))

**Kaletnik Grigory** – academician of the NAAS of Ukraine, Doctor of Economics, Professor, Head of the Department of Administrative Management and Alternative Energy Sources of Vinnitsa National Agrarian University (Soniachna Str., 3, Vinnitsa, Ukraine, 21008).

**Golovach Ivan** - Corresponding Member of the NAAS, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Mechanics of the National University of Bioresources and Environmental Management of Ukraine (03041, Heroes Oborony St., 15, Kiev, [holovach.iv@gmail.com](mailto:holovach.iv@gmail.com)).