

Сметанкіна Н. В.

*Інститут проблем
машинобудування
ім. А. М. Підгорного
НАН України*

Smetankina N. V.

*A.N. Podgorny Institute
for Mechanical
Engineering Problems of
the National Ac.Sci. of
Ukraine*

УДК 539.3:534.1

КОЛИВАННЯ ШАРУВАТИХ ОРТОТРОПНИХ ОБОЛОНОК СКЛАДНОЇ ФОРМИ ПРИ УДАРНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Запропоновано метод дослідження нестационарних коливань шаруватих ортотропних незамкнених циліндричних оболонок зі складною формою плану при ударному навантаженні. Метод ґрунтується на розвиненні шуканих функцій у тригонометричні ряди. Динамічна поведінка оболонок досліджується в рамках теорії першого порядку, що враховує деформації поперечного зсуву, обтиснення вздовж товщини й інерції обертання нормального елемента у кожному шарі. Розглянуто коливання тришарових оболонок з різними граничними умовами.

Ключові слова: удар, нестационарні коливання, композит, шарувата оболонка, складна форма.

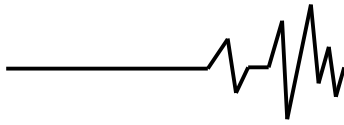
Вступ. Розробка і застосування нових конструкційних матеріалів, а саме композиційних матеріалів, є характерною тенденцією розвитку сучасної техніки [1]. Експлуатаційні властивості композиційних матеріалів в повній мірі задовольняють потреби основних галузей виробництва завдяки тому, що властивості композиційного матеріалу можуть суттєво відрізнятися від властивостей його складових матеріалів. Застосування композитів дозволяє розширити можливості створюваних конструкцій і одержати значне покращення цілого ряду важливих параметрів: зниження маси, збільшення міцності, зносостійкості, підвищеного опору різним впливам [2]. У машинобудуванні, суднобудуванні, виробництві літальних апаратів та космічних технологіях, військовій техніці новітні композиційні матеріали поступово витісняють традиційні. Подальше широке впровадження композитів у практику проектування інженерних об'єктів безпосередньо залежить від рівня пізнання процесів їх деформування. Особливої актуальності набуває проблема моделювання композитних елементів конструкцій під впливом ударних навантажень, які часто викликають руйнування та розшарування матеріалу конструкції [3, 4]. Це свідчить про важливість і актуальність досліджень композитів, а також про необхідність розробки спеціалізованих методів оцінки їх міцності при експлуатації.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Шаруваті композитні оболонки є

одними з основних конструктивних елементів різноманітних конструкцій та приладів, які можуть піддаватися інтенсивним динамічним навантаженням [4–6]. Найпоширенішими методами дослідження динамічної поведінки шаруватих оболонок неканонічної форми є чисельні методи, а саме метод скінченних елементів [7, 8] та метод прямих [9]. Теоретичні методи розроблені недостатньо, що пов'язано зі складністю математичних моделей, які описують процес деформування таких оболонок при інтенсивних короточасних впливах. В аналітичному вигляді розв'язки задач нестационарної динаміки одержані тільки для шаруватих пластин і оболонок канонічної форми в плані за допомогою В-сплайнів [10].

Невирішені частини проблеми. Аналіз наведених робіт дозволяє зробити висновок, що не дивлячись на те, що в наш час існує багато чисельних методів розрахунку елементів конструкцій, є нагальна потреба розвитку аналітичних методів, які дозволяють аналізувати вплив окремих факторів на напружено-деформований стан і оптимізувати параметри композитних елементів. У той же час питання нестационарної динаміки шаруватих композитних оболонок зі складною формою плану залишаються недостатньо вивченими, що потребує подальшого розвитку та удосконалення методів розрахунку таких оболонок.

Метою роботи є розробка методу розв'язання задачі про нестационарні коливання шаруватих ортотропних незамкнених



циліндричних оболонок складної форми у плані при ударному навантаженні, який дає можливість одержати розв'язок задачі у аналітичному вигляді.

Постановка задачі. Розглядається незамкнена шарувата циліндрична оболонка радіуса R . Оболонка складається з I ортотропних шарів сталого товщини h_i та займає на координатній поверхні (зовнішня поверхня першого шару) область Ω , що обмежена контуром

$\Gamma: x_\Gamma = x(s), y_\Gamma = y(s)$ (s – поточна довжина дуги). На оболонку діють імпульсні навантаження $\mathbf{P} = \{p_j(x, y, t)\}$

($j = \overline{1, 3I+3}$). Координата x змінюється вздовж твірної, координата y – вздовж дуги поперечного перерізу оболонки. Додатний напрям осі Oz збігається з напрямом зовнішньої нормалі до координатної поверхні.

Удар наноситься індентором у вигляді кулі масою M та радіусом r , який скидається з висоти H на зовнішню поверхню першого шару оболонки. Швидкість його зіткнення з оболонкою визначається за формулою

$$V_z = \sqrt{2gH},$$

де g – прискорення вільного падіння. Розглядається низькошвидкісний удар, коли деформації оболонки залишаються пружними.

Згідно з дослідженнями [4, 11] область взаємодії індентора й оболонки має слабо еліптичну форму, яку можна замінити круговою контактною площадкою. У роботі [11] показано, що таке припущення не впливає на результати подальших розрахунків. Отже, передбачається, що область взаємодії індентора й оболонки є круг радіуса $a(t)$ з центром у точці з координатами (x_0, y_0) . Радіус області контакту обчислюється за формулою

$$a(t) = \left[\frac{3}{16} F(t)(\theta_1 + \theta) \right]^{1/3},$$

де

$$\theta_1 = \frac{4(1 - \nu_1^2)}{E_1}, \quad \theta = \frac{4(1 - \nu^2)}{E};$$

$F(t)$ – сила контактної взаємодії індентора й оболонки, t – час, E_1 та ν_1 – усереднені значення модуля пружності і коефіцієнта Пуассона матеріалу першого шару оболонки

[11], E та ν – відповідні характеристики матеріалу індентора.

Рівняння руху індентора має вигляд

$$M z_{,tt} = M g - F(t), \quad z(0) = 0, \quad z_{,t}(0) = V_z, \quad (1)$$

де $z = z(t)$ – переміщення індентора.

Умова сумісності переміщення індентора й оболонки записується в наступному вигляді [12]:

$$w_0 + \alpha_c - z = 0. \quad (2)$$

Тут α_c – контактне зближення індентора й оболонки в точці дотику (x_0, y_0) , $w_0 = w(x_0, y_0, t)$ – прогин зовнішньої поверхні першого шару оболонки в точці (x_0, y_0) .

Контактне зближення α_c визначається з розв'язку задачі Герца про вдавнення кулі в пружний півпростір

$$\alpha_c = kF^{2/3}. \quad (3)$$

Коефіцієнт k , що залежить від матеріалу і форми взаємодіючих тіл, обирається на основі експерименту [4, 11].

Динамічна поведінка оболонки описується кінематичними гіпотезами, які враховують деформації поперечного зсуву, обтиснення вздовж товщини й інерції обертання нормального елемента у межах кожного шару

$$u_k^i = u_k + \sum_{j=1}^{i-1} h_j u_{3+I(k-1)+j} + (z - \delta_{i-1}) u_{3+I(k-1)+i}, \quad k = 1, 2, 3, \quad i = \overline{1, I}, \quad (4)$$

де $\delta_i = \sum_{j=1}^i h_j$, $\delta_{i-1} \leq z \leq \delta_i$; $u_k = u_k(x, y, t)$

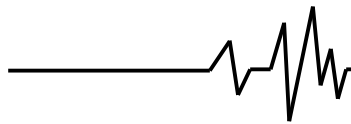
($k = 1, 2, 3$) – переміщення точки координатної поверхні в напрямку координатних осей;

$u_{3+I(k-1)+i} = u_{3+I(k-1)+i}(x, y, t)$

($k = 1, 2$) – кути повороту нормального елемента в i -му шарі навколо координатних осей Ox і Oy ; $u_{3+2I+i} = u_{3+2I+i}(x, y, t)$

– обтиснення нормального елемента в i -му шарі; t – час.

Деформації оболонки мають вигляд



$$\varepsilon_x^i = u_{1,x}^i, \varepsilon_y^i = \frac{1}{1+z/R} \left(u_{2,y}^i + \frac{1}{R} u_3^i \right), \varepsilon_z^i = u_{3,z}^i, \gamma_{xy} = \frac{1}{1+z/R} u_{1,y}^i + u_{2,x}^i, \\ \gamma_{xz}^i = u_{1,z}^i + u_{3,x}^i, \gamma_{yz}^i = u_{2,z}^i + \frac{1}{1+z/R} u_{3,y}^i - \frac{1}{R(1+z/R)} u_2^i, i = \overline{1, I}. \quad (5)$$

Напруження і деформації в i -му шарі зв'язані законом Гука для ортотропного тіла [13]

$$\sigma_x^i = B_{11}^i \varepsilon_x^i + B_{12}^i \varepsilon_y^i + B_{13}^i \varepsilon_z^i, \sigma_y^i = B_{12}^i \varepsilon_x^i + B_{22}^i \varepsilon_y^i + B_{23}^i \varepsilon_z^i, \\ \sigma_z^i = B_{13}^i \varepsilon_x^i + B_{23}^i \varepsilon_y^i + B_{33}^i \varepsilon_z^i, \\ \tau_{yz}^i = B_{44}^i \gamma_{yz}^i, \tau_{xz}^i = B_{55}^i \gamma_{xz}^i, \tau_{xy}^i = B_{66}^i \gamma_{xy}^i, i = \overline{1, I}. \quad (6)$$

З урахуванням співвідношень (4)–(6) з варіаційного принципу Остроградського-Гамільтона [12] одержимо рівняння руху оболонки під впливом ударних навантажень \mathbf{P}

$$[\mathbf{\Psi}^P] \mathbf{U}_{,tt} - [\mathbf{L}] \mathbf{U} = \mathbf{P}, (x, y) \in \Omega; \mathbf{U} = \mathbf{U}_{,t} = 0, t = 0, \quad (7)$$

і систему граничних умов на контурі Γ

$$[\mathbf{B}^\Gamma] \mathbf{U} = \mathbf{P}^\Gamma, (x, y) \in \Gamma, \quad (8)$$

де $[\mathbf{\Psi}^P]$ та $[\mathbf{L}]$ – симетричні матриці,

$$\mathbf{U} = \{u_j(x, y, t)\}, B_{ij}^\Gamma = \chi_i^1 B_{ij}^u + \chi_i^2 B_{ij}^\sigma, i, j = \overline{1, 3I+3}.$$

Вигляд елементів матриці $[\mathbf{B}^\Gamma]$ та вектора граничних навантажень \mathbf{P}^Γ залежить від граничних умов на контурі оболонки. Надаючи різних значень коефіцієнтам χ_i^1 та χ_i^2 , можна моделювати необхідні граничні умови на контурі оболонки.

Метод розв'язання. Метод розв'язання поставленої задачі (1)–(8) ґрунтується на прийомі розширення заданої області [14]. Вихідна багат шарова оболонка розширюється до допоміжної багат шарової оболонки з тим же пакетом шарів. Форма і граничні умови допоміжної оболонки обираються таким чином, щоб розв'язок задачі можна було б одержати досить просто. Найбільш простий вигляд розв'язку можна одержати, якщо обрати як допоміжну прямокутну в плані шарнірно оперту оболонку. Це дозволяє подати розв'язок

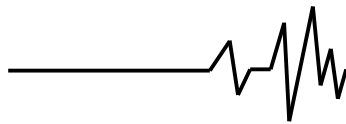
вихідної задачі у вигляді розвинень у тригонометричні ряди по функціях, що задовольняють граничні умови шарнірного опирання.

Щоб забезпечити виконання вихідних граничних умов (8), до допоміжної оболонки додаються додаткові компенсуючі навантаження $\mathbf{Q}^{\text{comp}} = \{q_j^{\text{comp}}(x, y, t)\} (j = \overline{1, 3I+3})$, неперервно розподілені вздовж контура Γ . Таким чином, задача про коливання оболонки неканонічної форми з довільними граничними умовами зводиться до задачі про коливання прямокутної в плані шарнірно опертої оболонки. Компенсуючі навантаження входять у рівняння руху допоміжної оболонки у вигляді таких інтегральних співвідношень:

$$p_j^{\text{comp}}(x, y, t) = \sum_{k=1}^{3I+3} \oint_{\Gamma} \zeta_{jk} q_k^{\text{comp}}(s, t) \delta(x - x_\Gamma, y - y_\Gamma) ds, j, k = \overline{1, 3I+3}, \quad (9)$$

де $\delta(x - x_\Gamma, y - y_\Gamma)$ – двовимірний δ -функція.

З умови задоволення вихідних граничних умов на контурі Γ (8) формується система



інтегральних рівнянь, з якої визначаються невідомі інтенсивності компенсуючих навантажень:

$$[B^\Gamma] U[Q^{\text{comp}}(x, y, t)] = P^\Gamma, (x, y) \in \Gamma. \quad (10)$$

Метод розв'язання системи (10) полягає у тому, що функції переміщень (4), заданих і компенсуючих навантажень (9) розвиваються в подвійні тригонометричні ряди по функціях, що задовольняють граничні умови допоміжної оболонки

$$u_j(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{jmn}(t) C_{jmn}(x, y), \quad p_j(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{jmn}(t) C_{jmn}(x, y),$$

$$p_j^{\text{comp}}(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{jmn}^{\text{comp}}(t) C_{jmn}(x, y), \quad j = \overline{1, 3I+3},$$

де

$$C_{1mn} = \cos \frac{m\pi x}{A} \sin \frac{n\pi y}{B}, \quad C_{2mn} = \sin \frac{m\pi x}{A} \cos \frac{n\pi y}{B}, \quad C_{3mn} = \sin \frac{m\pi x}{A} \sin \frac{n\pi y}{B},$$

$$C_{3+i mn} = C_{1mn}, \quad C_{3+I+i mn} = C_{2mn}, \quad C_{3+2I+i mn} = C_{3mn}, \quad i = \overline{1, I};$$

$$p_{jmn}(t) = \frac{4}{AB} \int_0^A \int_0^B p_j(t) C_{jmn}(x, y) dx dy,$$

$$p_{jmn}^{\text{comp}}(t) = \frac{4}{AB} \sum_{k=1}^{3I+3} \oint_{\Gamma} L_{jk} q_k^{\text{comp}}(s, t) C_{jmn}(x_\Gamma, y_\Gamma) ds, \quad j = \overline{1, 3I+3};$$

A – довжина твірної, B – довжина дуги допоміжної оболонки.

Функції компенсуючих навантажень розвиваються в ряд уздовж контуру Γ :

$$q_j^{\text{comp}}(s, t) = \sum_{\alpha=1,2} \sum_{\mu=0}^{\infty} q_{j\alpha\mu}(t) b_{\alpha\mu}(s),$$

$$j = \overline{1, 3I+3}, \quad (11)$$

де

$$b_{1\mu} = \sin [\mu\gamma(s)], \quad b_{2\mu} = \cos [\mu\gamma(s)],$$

$$\gamma(s) = 2\pi \int_0^s \frac{d\tilde{s}}{\oint_{\Gamma} d\tilde{s}}, \quad 0 \leq \gamma(s) \leq 2\pi,$$

$$\mu = 0, \mu^*.$$

Граничні функції, що входять у вихідні граничні умови на контурі Γ (8), також розвиваються в ряд уздовж контуру Γ . У результаті система (10) на кожному кроці за часом перетворюється на систему лінійних алгебраїчних рівнянь щодо коефіцієнтів розвинення компенсуючих навантажень у ряд уздовж контуру Γ . Порядок одержаної системи залежить від числа шарів в оболонці і кількості членів ряду у розвиненні (11). Система рівнянь руху (7) перетворюється на систему звичайних диференціальних рівнянь другого порядку, яка інтегрується методом розвинення розв'язку в ряд Тейлора [14] з урахуванням умови (2). Таким чином, після обчислення компенсуючих навантажень розв'язок задачі набуває вигляду

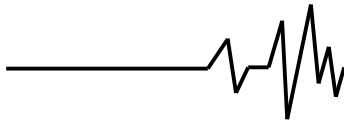
$$u_j(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{AB} \sum_{k=1}^{3I+3} \pi_{jk}^{mn} \sum_{l=1}^{3I+3} \sum_{\alpha=1,2} \sum_{\mu=0}^{\infty} \theta_{kl\alpha\mu}^{mn} q_{l\alpha\mu}(t) + \varepsilon_{jmn}(t) \right) C_{jmn}(x, y),$$

де π_{jk}^{mn} , $\theta_{kl\alpha\mu}^{mn}$, ε_{jmn} – елементи матриць, одержаних у результаті чисельних перетворень.

Розв'язок рівняння руху індентора (1) одержимо за допомогою інтегрального перетворення Лапласа. Після обчислення

компенсуючих навантажень, визначаються переміщення (4), деформації (5) і напруження (6) у шарах вихідної оболонки.

Чисельні результати. З метою підтвердження вірогідності чисельних результатів розглянуто деформування шарнірно опертої тришарової ортотропної



оболонки при ударному навантаженні та проведено порівняння результатів розрахунку з результатами, які наведено у роботі [11]. Контур оболонки описаний рівняннями кривих Ламе

$$\Gamma: \left(\frac{x}{\alpha}\right)^c + \left(\frac{y}{\beta}\right)^c = 1,$$

де $\alpha = \beta = 0,127$ м, $c = 10$.

Оболонка має такі геометричні параметри та пружні характеристики: $R = 5$ м (радіус оболонки), $h_i = 2,1$ мм (товщини шарів), $E_1^i = 173,06$ ГПа, $E_2^i = 33,1$ ГПа, $E_3^i = 5,17$ ГПа (модулі пружності), $G_{12}^i = 9,38$ ГПа, $G_{13}^i = 8,27$ ГПа, $G_{23}^i = 3,24$ ГПа (модулі зсуву), $\nu_{12}^i = 0,36$, $\nu_{13}^i = 0,25$, $\nu_{23}^i = 0,17$ (коефіцієнти Пуассона), $\rho_i = 1568$ кг/м³ (густина матеріалу шарів), $i = \overline{1,3}$, $\theta_1 = \theta_3 = 0^\circ$, $\theta_2 = 90^\circ$ (кути армивання шарів).

Індентор у вигляді сталеві кулі скидається з висоти $H = 0,33$ м на зовнішню поверхню першого шару оболонки у точку з

координатами $x_0 = y_0 = 0,127$ м, $z_0 = 0$. Його характеристики є такими: $M = 8,4$ г, $r = 6,35$ мм, $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа (модуль пружності), $\nu = 0,3$ м (коефіцієнт Пуассона), $\rho = 7,85 \cdot 10^3$ кг/м³ (густина матеріалу). Коефіцієнт у законі Герца (3), як і у роботі [11], дорівнює $k = 0,4736 \cdot 10^{-6} \frac{\text{М}}{\text{Н}^{2/3}}$.

На рис. 1 показано зміння у часі прогину оболонки u_3^3 на зовнішній поверхні третього шару у точці $x_r = y_r = 0,127$ м, $z_r = \delta_3$. Також на рисунку наведено розрахункову схему оболонки. Суцільна лінія відповідає результатам, які одержані методом скінченних елементів у статті [11], а штрихова лінія – результатам розрахунку за запропонованим методом. Видно, що ці дві залежності добре узгоджуються між собою, що підтверджує вірогідність результатів розрахунку та працездатність розробленого методу.

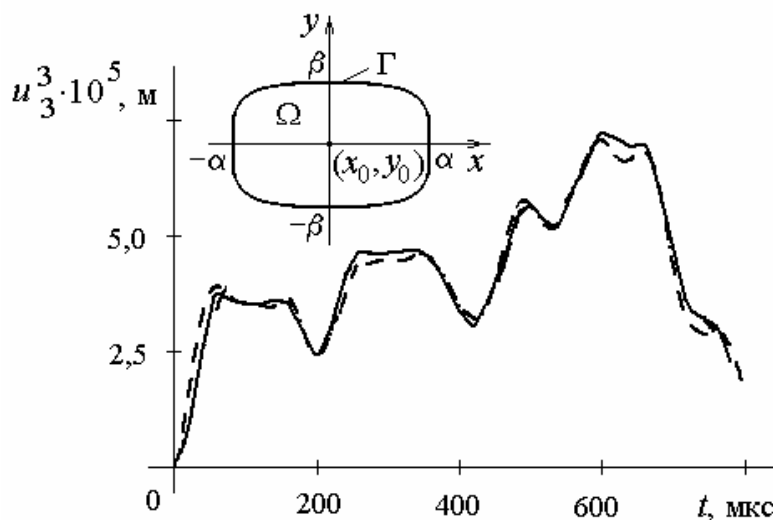
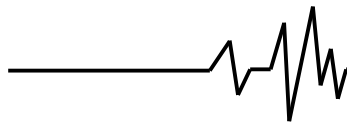


Рис. 1. Зміння прогину оболонки у часі

Як чисельний приклад, розглянуті коливання тришарової затисненої оболонки зі складною формою плану, яка показана на рис. 2. Оболонка має наступні геометричні параметри: $R = 2$ м, $h_i = 1,27$ мм ($i = \overline{1,3}$), $s_1 = 0,48$ м, $s_2 = 0,31$ м, $s_3 = 0,36$ м,

$s_4 = 0,24$ м; $R_1 = 0,12$ м, $R_2 = 0,06$ м, $R_3 = 0,2$ м, $R_4 = 0,07$ м. Шари виготовлені з епоксидного вуглепластика Т300/5208 [13] з такими характеристиками: $E_1^i = 132,5$ ГПа,



$E_2^i = 10,8$ ГПа, $E_3^i = 10,8$ ГПа, $\nu_{23}^i = 0,49$, $\theta_1 = \theta_3 = 0^\circ$, $\theta_2 = 90^\circ$,
 $G_{12}^i = G_{13}^i = 5,7$ ГПа, $G_{13}^i = 8,27$ ГПа, $\rho_i = 1500$ кг/м³. Геометричні параметри
 $G_{23}^i = 3,4$ ГПа, $\nu_{12}^i = \nu_{13}^i = 0,24$, індентора $M = 14,17$ г, $r = 4,8$ мм.

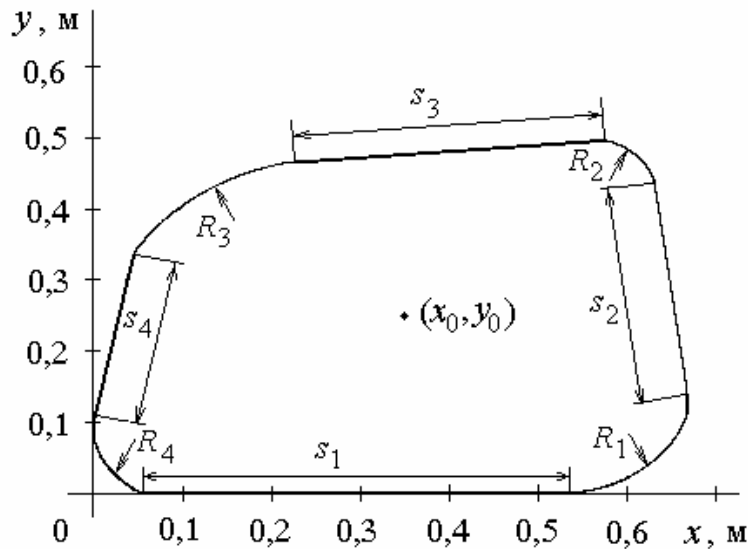


Рис. 2. Форма плану оболонки

Удар завдається зі швидкістю 22,6 м/с по зовнішній поверхні першого шару в точку з координатами $x_0 = 0,35$ м, $y_0 = 0,25$ м, $z_0 = 0$. Коефіцієнт у законі (3) дорівнює $k = 10^{-8} \frac{\text{М}}{\text{Н}^{2/3}}$.

Проведено розрахунок напружень у шарах оболонки. На рис. 3 суцільною лінією

показана залежність від часу напруження σ_x^3 , а штриховою лінією – напруження σ_y^3 на зовнішній поверхні третього шару у точці з координатами $x_r = 0,35$ м, $y_r = 0,25$ м, $z_r = \delta_3$.

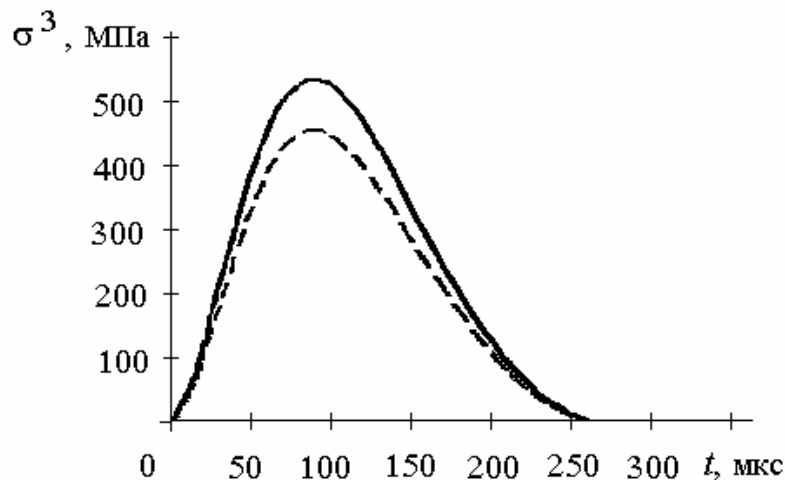
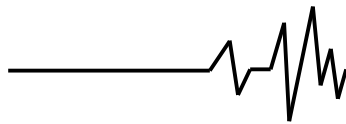


Рис. 3. Змінення напружень σ_x^3 та σ_y^3 у часі



Незважаючи на високий рівень інтенсивності навантаження, напруження не перевищили своїх допустимих значень.

Висновки за результатами й напрямки подальших досліджень.

Розроблено метод дослідження нестационарних коливань ортотропних шаруватих незамкнених циліндричних оболонок зі складною формою плану при ударному навантаженні, який дозволяє подати розв'язок задачі у вигляді розвинень у тригонометричні ряди.

Можливості методу проілюстровані на прикладі розрахунку прогинів та напружень тришарових оболонок різної форми у плані та з різними граничними умовами при ударі кульовим індентором. Добре узгодження результатів розрахунку з даними, одержаними методом скінченних елементів, підтвердило вірогідність результатів, одержаних за допомогою запропонованого методу.

Метод може бути застосований до розрахунку шаруватих оболонок різної геометрії у широкому діапазоні змінення фізико-механічних властивостей шарів. Одержані результати можуть бути використані у процесі проектування оболонкових елементів транспортних, енергетичних і будівельних конструкцій під дією інтенсивних швидкоплинних навантажень.

Список використаних джерел

1. Kaminski M.M. Computational mechanics of composite materials sensitivity, randomness and multiscale behaviour / M.M. Kaminski. – Springer, 2006. – 418 с.
2. Aboudi J. Micromechanics of composite materials / J. Aboudi, S.M. Arnold, B.A. Bednarczyk. – Elsevier, 2013. – 984 p.
3. Dvorak G.J. Micromechanics of composite materials / G.J. Dvorak. – Springer, 2013. – 442 p.
4. Abrate S. The dynamics of impact on composite structures / S. Abrate // Key Engineering Materials. – 1998. – Vols. 141-143. – P. 671-694.
5. Balkan D. Transient response of a laminated sandwich plate with viscoelastic core subjected to air blast: theory and experiment / D. Balkan, O. Acar, H.S. Turkmen, Z. Mecitoglu // WIT Transactions on The Built Environment. – 2010. – Vol 113. – P. 113-124.
6. Kazanci Z. A review on the response of blast loaded laminated composite plates / Z. Kazanci // Progress in Aerospace Sciences. – 2016. – Vol. 81. – P. 49-59.

7. Prusty B.G. Finite element transient dynamic analysis of laminated stiffened shells/ B.G. Prusty, S.K. Satsangi // Journal of Sound and Vibration. – 2001. – Vol. 248. – P. 215-233.

8. Zhang Y.X. Recent developments in finite element analysis for laminated composite plates / Y.X. Zhang, C.H. Yang // Composite Structures. – 2009. – Vol. 88. – P. 147-157.

9. Dawe D.J. Use of the finite strip method in predicting the behaviour of composite laminated structures/ D.J. Dawe // Composite Structures. – 2002. – Vol. 57. – P. 11-36.

10. Basturk S. An analytical model for predicting the deflection of laminated basalt composite plates under dynamic loads/ S. Basturk, H. Uyanik, Z. Kazanci // Composite Structures. – 2014. – Vol. 116. – P. 273-285.

11. Nosier A. Low-velocity impact of laminated composites using a layerwise theory / A. Nosier, R.K. Kapania, J.N. Reddy // Computational Mechanics. – 1994. – № 13. – P. 360-379.

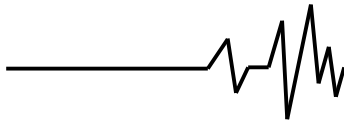
12. Smetankina N.V. Dynamic response of an elliptic plate to impact loading. Theory and experiment / N.V. Smetankina, A.N. Shupikov, S.Yu. Sotrikin, V.G. Yareschenko // International Journal of Impact Engineering. – 2007. – Vol. 34, № 2. – P. 264-276.

13. Reddy J.N. Mechanics of laminated composite plates: theory and analysis / J.N. Reddy. – Boca Raton: CRC Press, 1997. – 782 p.

14. Smetankina N.V. A noncanonically-shape laminated plate subjected to impact loading. Theory and experiment / N.V. Smetankina, A.N. Shupikov, S.Yu. Sotrikin, V.G. Yareschenko // Trans. ASME. Journal of Applied Mechanics. – 2008. – Vol. 75, № 5. – P. 051004-1–051004-9.

Список джерел в транслітерації

1. Kaminski M.M. Computational mechanics of composite materials sensitivity, randomness and multiscale behaviour / M.M. Kaminski. – Springer, 2006. – 418 с.
2. Aboudi J. Micromechanics of composite materials / J. Aboudi, S.M. Arnold, B.A. Bednarczyk. – Elsevier, 2013. – 984 p.
3. Dvorak G.J. Micromechanics of composite materials / G.J. Dvorak. – Springer, 2013. – 442 p.
4. Abrate S. The dynamics of impact on composite structures / S. Abrate // Key Engineering Materials. – 1998. – Vols. 141-143. – P. 671-694.
5. Balkan D. Transient response of a laminated sandwich plate with viscoelastic core subjected to air blast: theory and experiment /



D. Balkan, O. Acar, H.S. Turkmen, Z. Mecitoglu // WIT Transactions on The Built Environment.– 2010.– Vol 113.– P. 113-124.

6. Kazanci Z. A review on the response of blast loaded laminated composite plates / Z. Kazanci // Progress in Aerospace Sciences.– 2016.–Vol. 81.– P. 49-59.

7. Prusty B.G. Finite element transient dynamic analysis of laminated stiffened shells/ B.G. Prusty, S.K. Satsangi // Journal of Sound and Vibration. – 2001.– Vol. 248.– P. 215-233.

8. Zhang Y.X. Recent developments in finite element analysis for laminated composite plates / Y.X. Zhang, C.H. Yang // Composite Structures.– 2009.– Vol. 88.– P. 147-157.

9. Dawe D.J. Use of the finite strip method in predicting the behaviour of composite laminated structures/ D.J. Dawe // Composite Structures.– 2002.– Vol. 57.– P. 11-36.

10. Basturk S. An analytical model for predicting the deflection of laminated basalt composite plates under dynamic loads/ S. Basturk, H. Uyanik, Z. Kazanci // Composite Structures.– 2014.– Vol. 116.– P. 273-285.

11. Nosier A. Low-velocity impact of laminated composites using a layerwise theory / A. Nosier, R.K. Kapania, J.N. Reddy // Computational Mechanics. – 1994. – № 13. – P. 360-379.

12. Smetankina N.V. Dynamic response of an elliptic plate to impact loading. Theory and experiment / N.V. Smetankina, A.N. Shupikov, S.Yu. Sotrikhin, V.G. Yareschenko // International Journal of Impact Engineering. – 2007.– Vol. 34, № 2.– P. 264-276.

13. Reddy J.N. Mechanics of laminated composite plates: theory and analysis / J.N. Reddy.– Boca Raton: CRC Press, 1997.– 782 p.

14. Smetankina N.V. A noncanonically-shape laminated plate subjected to impact loading. Theory and experiment / N.V. Smetankina, A.N. Shupikov, S.Yu. Sotrikhin, V.G. Yareschenko // Trans. ASME. Journal of Applied Mechanics. – 2008.– Vol. 75, № 5. – P. 051004-1–051004-9.

КОЛЕБАНИЯ СЛОИСТЫХ ОРТОТРОПНЫХ ОБОЛОЧЕК СЛОЖНОЙ ФОРМЫ ПРИ УДАРНОМ НАГРУЖЕНИИ

Аннотация. Предложен метод исследования нестационарных колебаний слоистых ортотропных незамкнутых цилиндрических оболочек со сложной формой плана при ударном нагружении. Метод основан на разложении искомым функций в тригонометрические ряды. Динамическое поведение оболочек исследуется в рамках теории первого порядка, учитывающей деформации поперечного сдвига, обжатие по толщине и инерции вращения нормального элемента в каждом слое. Рассмотрены граничными условиями.

Ключевые слова: удар, нестационарные колебания, композит, слоистая оболочка, сложная форма.

VIBRATIONS OF LAMINATED ORTHOTROPIC SHELLS WITH COMPLEX SHAPE AT IMPACT LOADING

Annotation. The paper presents the method for analysis of non-stationary vibrations of laminated orthotropic non-closed cylindrical shells with a complex shape in plan view at impact loading. The method is based on expansion of the sought-for functions into trigonometrical series. Dynamical behavior of shells is investigated within the framework of the first order theory accounting to transverse shear strains, compression on width and normal element rotation inertia in each layer. Model of impact interaction is based on the Hertzian contact law. Vibrations of three-layer shells with different boundary conditions are considered. The method can be easily extended to impulse loading and impact applied to shells of complex shape in plan view with arbitrary boundary conditions.

Key words: impact, non-stationary vibrations, composite, laminated shell, complex shape.